

Correction du brevet des collèges Polynésie juin 2010

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

Exercice 1

1. Déterminons le PGCD de 120 et 144 par l'algorithme d'Euclide :

$$\begin{array}{l} \text{PGCD}(144;120) \\ =\text{PGCD}(120;24) \\ =\boxed{24} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 144 = 1 \times 120 + \boxed{24} \\ 120 = 5 \times 24 + 0 \end{array} \right.$$

Le plus grand diviseur commun de 144 et 120 est 24.

2. Un vendeur possède un stock de 120 flacons de parfum au tiare et de 144 savonnettes au monoï.
Le nombre de flacons de parfum au tiare et de savonnettes doit le même dans chaque coffret et tous les flacons et savonnettes doivent être utilisés, donc on recherche un diviseur commun à 144 et 120.
Il veut confectionner le plus grand nombre de coffrets donc on recherche le PGCD de 144 et 120.
D'après la question précédente, il faudra 24 coffrets à préparer.
 $144 : 24 = 6$ et $120 : 24 = 5$ donc chaque coffret contiendra 6 savonnettes et 5 flacons de parfum.

3. L'algorithme des soustractions successives permet de trouver le PGCD de deux entiers donnés.

Il utilise la propriété suivante :

« a et b étant deux entiers positifs tels que a supérieur à b ,

$\text{PGCD}(a; b) = \text{PGCD}(b; a - b)$. »

Sur un tableur, Heiarii a créé cette feuille de calcul pour trouver le PGCD de 2 277 et 1 449.

| | A | B | C |
|---|-------|-------|---------|
| 1 | a | b | $a - b$ |
| 2 | 2 277 | 1 449 | 828 |
| 3 | 1 449 | 828 | 621 |
| 4 | 828 | 621 | 207 |
| 5 | 621 | 207 | 414 |
| 6 | 414 | 207 | 207 |
| 7 | 207 | 207 | 0 |

- a. En utilisant sa feuille de calcul, le PGCD de 2 277 et 1 449 est 207 (dernière différence non nulle).

- b. La formule écrite dans la cellule C2 pour obtenir le résultat indiqué dans cette cellule par le tableur est =A2-B2

Exercice 2

Sur le manège « Carroussel », il y a quatre chevaux, deux ânes, un coq, deux lions et une vache. Il y a donc $4 + 2 + 1 + 2 + 1 = \boxed{10}$ animaux.

Sur chaque animal, il y a une place. Vaite s'assoit-au hasard sur le manège.

1. La probabilité qu'elle monte sur un cheval est $\frac{4}{10} = \boxed{\frac{2}{5}}$

2. On considère les évènements suivants :

A : « Vaite monte sur un âne. »

C : « Vaite monte sur un coq. »

L : « Vaite monte sur un lion. »

- a. L'évènement *non L* est : « Vaite ne monte pas sur un lion. » et a comme probabilité $p(\bar{L}) = \frac{10-2}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$
- b. La probabilité de l'évènement A ou C est $p(A \text{ ou } C) = p(A) + p(C)$ car les évènements sont disjoints (ou incompatibles), car Vaite ne peut pas monter sur deux animaux à la fois!!!

$$\text{Donc } p(A \text{ ou } C) = p(A) + p(C) = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

Exercice 3

Hiti et Kalu sont deux entreprises de cent personnes qui ont fait paraître les informations suivantes :

| Salaires moyen en francs | Entreprise Hiti | Entreprise Kalu |
|--------------------------|-----------------|-----------------|
| Hommes | 168 000 | 180 000 |
| Femmes | 120 000 | 132 000 |

| Effectif Hommes/ Femmes | Entreprise Hiti | Entreprise Kalu |
|-------------------------|-----------------|-----------------|
| Hommes | 50 | 20 |
| Femmes | 50 | 80 |

Calculons la moyenne des salaires dans l'entreprise Hiti :

$$\frac{168000 \times 50 + 120000 \times 50}{50 + 50} = \frac{14400000}{100} = 144000 \text{ soit } \boxed{144\,000} \text{ francs.}$$

Calculons la moyenne des salaires dans l'entreprise Kalu :

$$\frac{180000 \times 20 + 132000 \times 80}{20 + 80} = \frac{14160000}{100} = 141600 \text{ soit } \boxed{141\,600} \text{ francs.}$$

Kévin a tort. En moyenne, on est mieux payé chez Hiti!

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

Exercice 1

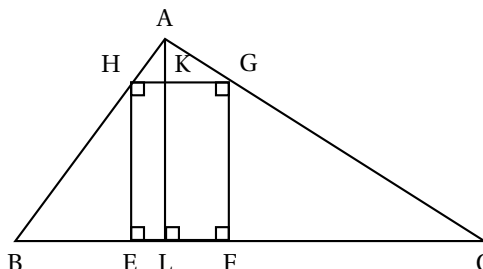
La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

L'unité de longueur est le centimètre.

Dans le triangle ABC, on inscrit un rectangle EFGH où H est sur [AB], G sur [AC], E et F sur [BC].

Dans le triangle ABC, L est sur [BC] et (AL) est la hauteur issue de A. (AL) coupe [GH] en K.

On donne BC = 14 cm, AL = 6 cm et AK = x cm où x désigne un nombre positif



PARTIE 1 : Dans cette partie, on se place dans le cas particulier où BL = 4,8 cm et $x = 1$ cm.

1. Figure en vraie grandeur.

2. L'aire en cm^2 du triangle BLA est $\frac{BL \times LA}{2} = \frac{4,8 \times 6}{2} = 4,8 \times 3 = 14,4 \text{ (cm}^2\text{)}$

3. On souhaite justifier que les droites (HG) et (BC) sont parallèles. La propriété qui permet cette justification est « Si un quadrilatère est un rectangle alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux. »

4. Dans le rectangle EFGH, les droites (HK) et (EF) sont parallèles, or (EF) = (BL) donc (HK) // (BL).

De plus les droites (BH) et (LK) sont sécantes en A.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AH}{AB} = \frac{AK}{AL} = \frac{HK}{BL}$$

Donc $\frac{1}{6} = \frac{HK}{4,8}$, puis $HK = \frac{1 \times 4,8}{6} = 0,8 \text{ (cm)}$

Le segment [HK] mesure $\boxed{0,8 \text{ (cm)}}$.

PARTIE 2 : Dans cette partie, on se place dans le cas général où BL et x ne sont pas connus.

- Les points A, K, L étant alignés, la longueur KL vaut $(6 - x)$ cm.
- On déplace le point K sur le segment [AL]. L'utilisation d'un tableur a permis d'obtenir les longueurs KL et HG pour différentes valeurs de x .

| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|
| x | 0,6 | 1,5 | 1,8 | 2,1 | 4,2 | 4,5 | 5,1 |
| KL | 5,4 | 4,5 | 4,2 | 3,9 | 1,8 | 1,5 | 0,9 |
| HG | 1,4 | 3,5 | 4,2 | 4,9 | 9,8 | 10,5 | 11,9 |

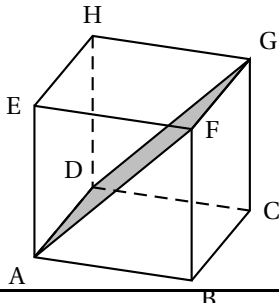
- Par une simple lecture de tableau, $KL = 1,5$ cm et $HG = 10,5$ cm pour x égal à 4,5 cm.
- Pour $x = 1,8$ on a l'égalité $KL = HG = 4,2$ cm.
Dans ce cas, le quadrilatère EFGH est un carré.

Exercice 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, mais une seule est exacte.

Écrire sur votre copie le numéro de la question et la réponse exacte A, B, C ou D choisie.

| | | Réponse A | Réponse B | Réponse C | Réponse D |
|----|--|-----------|-----------|-----------|---------------------------|
| 1. | IJK est un triangle rectangle en I tel que : $IK = 2,7$ cm et $KJ = 4,5$ cm. Quelle est la longueur du côté [IJ] ? | 12,96 cm | 3,6 cm | 1,8 cm | 5,2 cm |
| 2. | On rappelle la formule du volume d'une boule de rayon r : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$. Le volume exact en cm^3 d'une balle de tennis de 3,3 cm de rayon est : | $13,2\pi$ | 150 | 47π | $47,916\pi$ |
| 3. | Dans le cube ABC-DEFGH, le quadrilatère ADGF est un :  | losange | carré | rectangle | parallélépipède rectangle |

PROBLÈME

12 points

PARTIE A

Une compagnie de transport maritime met à disposition deux bateaux appelés CatamaranExpress et FerryVogue pour une traversée inter-îles de 17 kilomètres.

- Le premier départ de CatamaranExpress est à 5 h 45 min pour une arrivée à 6 h 15 min, donc le trajet dure 0,5 h

Sa vitesse moyenne est donc $\frac{17 \text{ km}}{0,5 \text{ h}} = \boxed{34 \text{ km/h}}$.

2. La vitesse moyenne de FerryVogue est de 20 km/h.

La durée du voyage est : $\frac{17 \text{ km}}{20 \text{ km.h}^{-1}} = \frac{17}{20} \text{ h} = 0,85 \text{ h} = 0,85 \times 60 \text{ min} = 51 \text{ min}$.

S'il quitte le quai à 6 h, il arrivera à 6 h 51 min.

PARTIE B

On donne en document annexe les représentations graphiques \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 de deux fonctions.

L'une d'entre elles est la représentation graphique d'une fonction affine g définie par :

$$g(x) = 1\,000x + 6\,000$$

À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes en faisant apparaître les tracés nécessaires à la lecture graphique.

1. Les coordonnées du point E semblent être E(7 ; 21 000) (voir les pointillés sur la figure).
2. Les abscisses des points d'intersection des deux représentations graphiques semblent être 3 et 15 (voir les pointillés sur la figure).
3. g est une fonction affine donc sa courbe est une droite. Donc c'est la courbe \mathcal{C}_2
4. L'image de 12 par la fonction g semble être 18 000. Vérifions en calculant $g(12)$:
 $g(12) = 1\,000 \times 12 + 6\,000 = 12\,000 + 6\,000 = \text{18\,000}$
5. L'antécédent de 15 000 par la fonction g semble être 9. Retrouvons ce résultat en résolvant l'équation :

$$\begin{aligned} 1\,000x + 6\,000 &= 15\,000 \\ 1\,000x &= 15\,000 - 6\,000 \\ x &= \frac{9\,000}{1\,000} \\ x &= 9 \end{aligned}$$

PARTIE C

La compagnie de transport maritime propose trois tarifs pour un voyage quel que soit le bateau choisi :

- Tarif M : on paie 2 500 francs chaque voyage.
- Tarif N : on paie une carte mensuelle à 6 000 francs auquel s'ajoute 1 000 francs pour chaque voyage.
- Tarif P : on paie 3 000 francs par voyage jusqu'au septième voyage puis on effectue gratuitement les autres traversées jusqu'à la fin du mois.

1. Les prix à payer en fonction du nombre de voyages, avec deux de ces tarifs, sont représentés par les courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 .
 Courbe \mathcal{C}_1 : Tarif P
 Courbe \mathcal{C}_2 : Tarif N
2. La fonction f définie par : $f : x \mapsto 2\,500x$ est une fonction linéaire, donc sa courbe représentative est une droite passant par l'origine du repère.
 De plus $f(10) = 25\,000$ donc \mathcal{C}_f passe par le point de coordonnées (10, 25000). Voir le graphique.
3. Pour un nombre de voyages compris entre 4 et 15, le tarif N est plus avantageux que les deux autres (voir la flèche sur le graphique).

Annexe à rendre avec la copie

