Correction du Brevet Blanc du lundi 19 janvier

Activités Numériques

Exercice 1

$A=\frac{19}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{7}{2}$

$A=\frac{19}{5}+\frac{14}{5}$

$\boxed{A=\frac{33}{5}}$

$B=\frac{3}{5}-\frac{1}{5}\div\left(\frac{5}{2}+2\right)$

$B=\frac{3}{5}-\frac{1}{5}\div\frac{9}{2}$

$B=\frac{3}{5}-\frac{1}{5}\times\frac{2}{9}$

$B=\frac{27}{45}-\frac{2}{45}$

$\boxed{B=\frac{25}{45}=\frac{5}{9}}$

$C=\frac{3\times10^{8}\times4\times10^{-5}}{6\times10^{7}}$

$C=\frac{3\times4}{6}\times\frac{10^{8}\times10^{-5}}{10^{7}}$

$C=2\times10^{8+(-5)-7}$

$\boxed{C=2\times10^{-4}}$

Exercice 2

1) $E=(2x-3)^2-(2x-3)(4x+5)$

$E=4x^2-12x+9-(8x^2+10x-12x-15)$

$\boxed{E=-4x^2-10x+24}$

2) $E=(2x-3)\left[(2x-3)-(4x+5)\right]$

$E=(2x-3)(2x-3-4x-5)$

$\boxed{E=(2x-3)(-2x-8)}$

3) Il s'agit d'une équation produit : le produit de deux nombres est nul si l'un des deux nombres est nul : Soit $2x-3=0$ soit $-2x-8=0$. On en déduit les solutions de l'équation : $\boxed{S=\left\{\frac{3}{2};-4\right\}}$

Exercice 3

1) La factorisation de $4x^2-49$ est $\boxed{(2x-7)(2x+7)}$ (différence de deux carrés)

2) On en déduit une nouvelle expression de F : $F=(2x-7)(2x+7)+(2x-7)(3x+2)$ d'où la factorisation : $F=(2x-7)\left[(2x+7)+(3x+2)\right]\boxed{=(2x-7)(5x+9)}$

Exercice 4

1) Par la méthode de l'algorithme d'Euclide, on trouve : $\boxed{\text{PGCD }(3120\ ;2760)=120}$

A	B	reste	division
3120	2760	360	3 120 = 2 760 * 1 + 360
2760	360	240	2 760 = 360 * 7 + 240
360	240	120	360 = 240 * 1 + 120
240	120	0	240 = 120 * 2 + 0

Par la méthode des diviseurs premiers, on a : $3120=2^4\times3\times5\times13$ et $2760=2^3\times3\times5\times23$ d'où le PGCD de 3120 et 2760 : $2^3\times3\times5=120$

2) Pour simplifier une fraction, on simplifie par le PGCD du numérateur et du dénominateur, donc $\boxed{\frac{2760}{3120}=\frac{23}{26}}$

3)

a. Le nombre de paquets de dragées doit diviser le nombre de dragées roses et le nombre de dragées blanches. Il s'agit donc d'un diviseur commun. Or, il souhaite obtenir le nombre maximum de paquets donc on cherche le plus grand diviseur commun : le nombre de paquets de dragées est donc le PGCD de 3120 et 2760. Il peut donc réaliser 120 paquets.

b. Dans chaque paquet, il y aura donc $3120\div120=26$ dragées roses.

c. Dans chaque paquet, il y aura donc $2760\div120=23$ dragées blanches.

Activités Géométriques

Exercice 1

1) Les droites (EF) et (DG) sont sécantes en B et les droites (DE) et (GF) sont parallèles. On peut donc appliquer le théorème de Thalès : $\dfrac{BG}{BD}=\dfrac{BF}{BE}=\dfrac{GF}{DE}$ soit $\dfrac{2}{3}=\dfrac{BF}{2,4}=\dfrac{1,4}{DE}$ d'où $\boxed{BF=\dfrac{2\times 2,4}{3}=1,6\text{ cm}}$ et $\boxed{DE=\dfrac{3\times 1,4}{2}=2,1\text{ cm}}$
2) On a $\dfrac{BE}{BC}=\dfrac{2,4}{4}=0,6$ et par ailleurs $\dfrac{BD}{BA}=\dfrac{3}{3+2}=\dfrac{3}{5}=0,6$. Les droites ($CE$) et ($AD$) sont sécantes en B, les points C, E, B sont alignés dans le même ordre que A, D et B et $\dfrac{BE}{BC}=\dfrac{BD}{BA}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, on en conclut que $\boxed{\text{les droites } (DE) \text{ et } (AC) \text{ sont parallèles}}$.

Exercice 2

1) Puisque le parallélépipède est rectangle, chaque face est un rectangle. Dans le triangle ABF rectangle en B, on applique le théorème de Pythagore : $AF^2=AB^2+BF^2=100+9=109$ donc $\boxed{AF=\sqrt{109}}$
2) Dans le triangle AFG rectangle en F, on applique le théorème de Pythagore : $AG^2=AF^2+FG^2=109+16=125$ d'où $\boxed{AG=\sqrt{125}}$
3) Le volume de $ABCDEFGH$ est $AB\times AE\times AD=3\times 10\times 4$ donc $\boxed{V_{ABCDEFGH}=120\text{ m}^3}$

Exercice 3

1) Dans le triangle AHC rectangle en H, on a : $\cos\widehat{C}=\dfrac{CH}{AC}$ d'où $\boxed{AC=4\cos 40}$ et $\boxed{AC\approx 3,06\text{ cm}}$
2)
   a. Dans le triangle ABH rectangle en H, on a $\tan\widehat{B}=\dfrac{AH}{BH}$ d'où $\boxed{AH=2\tan 60}$ et $\boxed{AH=2\sqrt{3}}$
   b. $A_{ABC}=\dfrac{BC\times AH}{2}=\dfrac{6\times 2\sqrt{3}}{2}$ d'où $\boxed{A_{ABC}=6\sqrt{3}}$

Problème

La figure est fournie à la fin de la correction.

1) Sur la figure.
2)
   a. Dans le triangle AED, le côté AE est le côté le plus grand. On a donc $AE^2=16$ et $AD^2+ED^2=10,24+5,76=16$ donc $AE^2=AD^2+ED^2$ et d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, $\boxed{\text{le triangle } AED \text{ est rectangle en } D}$ dont $\boxed{\text{l'hypoténuse est } AE}$.
   b. Dans le triangle AED rectangle en D, on a : $\sin\widehat{DAE}=\dfrac{DE}{AE}$ soit $\boxed{\sin\widehat{DAE}=\dfrac{2,4}{4}=0,6}$. On en déduit $\boxed{\widehat{DAE}=\sin^{-1}(0,6)}$ et $\boxed{\widehat{DAE}\approx 37°}$.
3) Sur la figure.
4)
   a. Le triangle AFB est inscrit dans le cercle de diamètre [AB] : $\boxed{\text{il est donc rectangle en } F}$.
   b. Le triangle AFB étant rectangle en F, les droites (AF) et (FB) sont perpendiculaires. Il en va de même du triangle ADE : les droites (AD) et (DE) sont perpendiculaires. Les droites (AF) et (AD) étant confondues, les droites (FB) et (DE) sont perpendiculaires à la même droite (AF) : $\boxed{(FB) \text{ et } (DE) \text{ sont donc parallèles}}$.

5)

a. Les droites (DF) et (EB) sont sécantes en A et les droites (DE) et (FB) sont parallèles donc d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AD}{AF} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BF}$ soit $\frac{3{,}2}{AF} = \frac{4}{12} = \frac{2{,}4}{FB}$. On en déduit que $\boxed{AF = \frac{12 \times 3{,}2}{4} = 9{,}6 \text{ cm}}$

b. Selon le même calcul, on a $\boxed{FB = \frac{12 \times 2{,}4}{4} = 7{,}2 \text{ cm}}$

6)

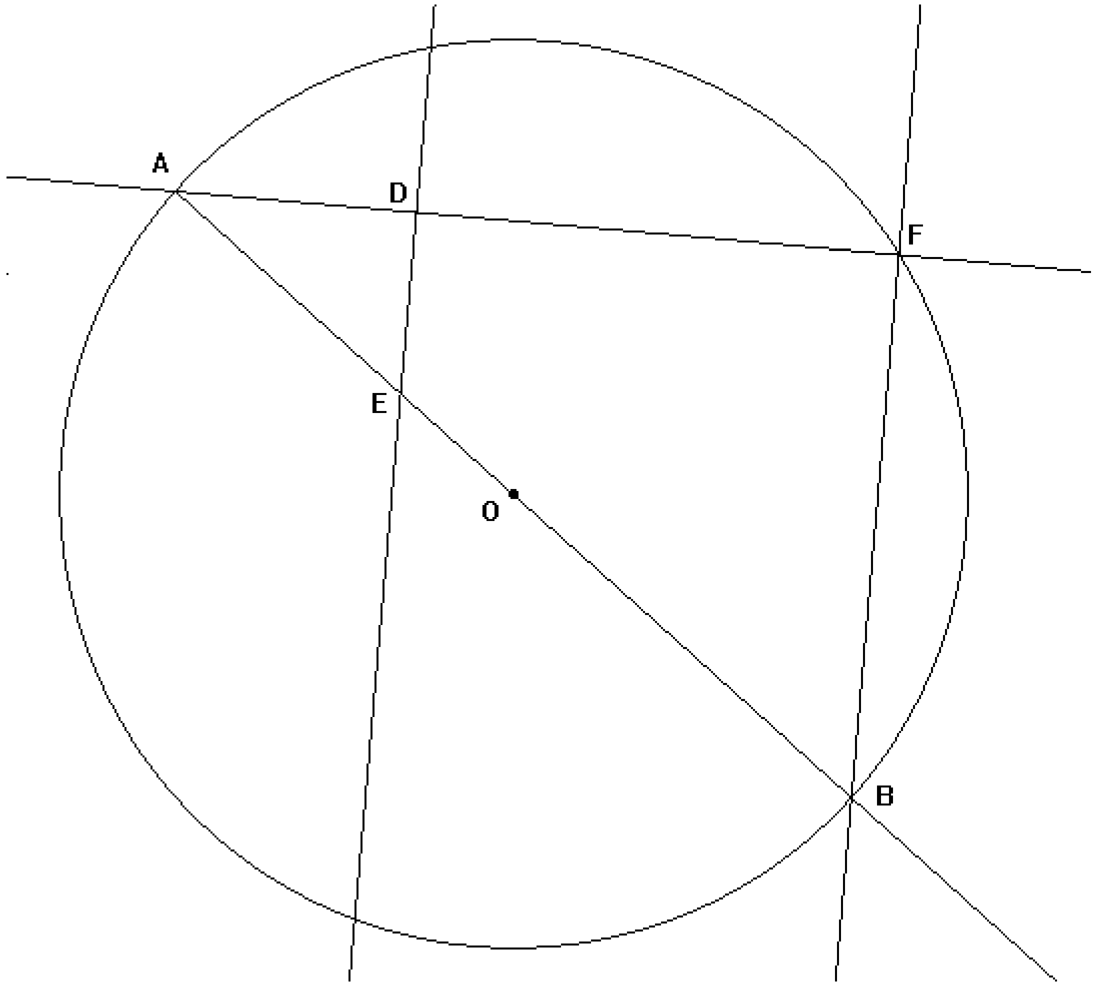
a. $\boxed{P_{AED} = 4 + 3{,}2 + 2{,}4 = 9{,}6 \text{ cm}}$ et $\boxed{P_{AFB} = 9{,}6 + 7{,}2 + 12 = 28{,}8 \text{ cm}}$

D'où $\boxed{\frac{P_{AED}}{P_{AFB}} = \frac{9{,}6}{28{,}8} = \frac{1}{3}}$ et $\boxed{\frac{AE}{AB} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}}$. Ces quotients sont donc égaux.

b. $\boxed{A_{AED} = \frac{3{,}2 \times 2{,}4}{2} = 3{,}84 \text{ cm}^2}$ et $\boxed{A_{AFB} = \frac{9{,}6 \times 7{,}2}{2} = 34{,}56 \text{ cm}^2}$ d'où

$\boxed{\frac{A_{AED}}{A_{AFB}} = \frac{3{,}84}{34{,}56} = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2}$

c. Le triangle AED est la réduction du triangle ABF de coefficient $\frac{1}{3}$ donc les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{3}$ et les aires par $\frac{1}{9}$.



Points de la figure :
1 : AED
3a : O
3b : cercle et B
4 : F