



Math93.com

# Devoir Surveillé n°3A

## Première ES/L

### Second degré

Durée 1 heure - Coeff. 5

Noté sur 20 points

*L'usage de la calculatrice est autorisé.*

### Exercice 1. Équation bicarrée

2 points

Résoudre l'équation  $(E_1) : x^4 - x^2 - 2 = 0$ .

### Exercice 2. Bénéfice ... déjà vu !

3 points

- Résoudre l'inéquation :  $(I_1) : -2x^2 + 60x - 250 \geq 0$ .
- Le bénéfice total de fabrication de  $x$  milliers de smartphones, exprimé en milliers d'euros (k€), est donné par :

$$B(x) = 60x - 2x^2$$

En utilisant la question 1., déterminer la production permettant de réaliser un bénéfice supérieur à 250 000 euros.

### Exercice 3. Optimisation de bénéfice

15 points

Une entreprise fabrique chaque jour  $x$  objets avec  $x \in [0 ; 60]$ . Le coût total de production de ces objets, exprimé en euros, est donné par :

$$C(x) = x^2 - 20x + 200$$

- [2 pts] Calculer le nombre d'objets fabriqués correspondant à un coût de 500 euros.
- [1,5 pt] Étudier les variations de  $C$  sur l'intervalle  $x \in [0 ; 60]$  et dresser le tableau de variation en faisant figurer  $C(0)$  et  $C(60)$ .
- [0,5 pt] Chaque objet fabriqué est vendu au prix unitaire de 34 euros. Calculer, en fonction de  $x$ , la recette  $R(x)$ .
- [1 pt] Justifier que le bénéfice réalisé pour la production et la vente de  $x$  objets est donné, pour  $x \in [0 ; 60]$ , par

$$B(x) = -x^2 + 54x - 200$$

- [1,5 pt] Étudier les variations de  $B$  sur l'intervalle  $x \in [0 ; 60]$  et dresser le tableau de variation en faisant figurer  $B(0)$  et  $B(60)$ .
- [1 pt] En déduire la quantité à produire permettant à l'entreprise de réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?
- [2 points] Résoudre l'inéquation  $B(x) \geq 0$ .  
Déduire de la question précédente les quantités que l'entreprise doit produire et vendre pour que la production soit rentable.
- [1,5 points] Sur le graphique de l'annexe, on a tracé  $\mathcal{C}_c$ , la courbe représentative de la fonction des coûts  $C$ .  
Construire  $\mathcal{C}_R$ , la courbe représentative de la fonction des recettes  $R$  et expliquer comment graphiquement retrouver le résultat de la question précédente.
- [1,5 pt] Retrouver graphiquement le bénéfice maximal, sans tracer la courbe des bénéfices, juste à l'aide des courbes des coûts et des recettes. Expliquez votre raisonnement et visualisez ce bénéfice maximal sur le graphique à l'aide de couleur.
- [1,5 point] Construire  $\mathcal{C}_B$ , la courbe représentative de la fonction des bénéfices  $B$ .
- [1 point] Expliquer alors à l'aide de la courbe représentative de  $B$ , comment on retrouve facilement la réponse de la question 7.

**- Fin du devoir -**

# Annexe à rendre avec votre copie

## Graphique de l'exercice 3

