Math93.com

Devoir Surveillé n°4
Première ES
Bilan
Durée 2 heures - Coeff. 8
Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. QCM — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Une réponse correcte rapporte 1 point. L'absence de réponse ou une réponse fausse ne retire aucun point. Aucune justification n'est demandée.
Recopier sur votre copie le numéro de la question et celui de la réponse choisie. Par exemple **1a / 2b /** ...

1. Question 1 : Avec un taux de T.V.A. à $19,6$ %, le prix T.T.C. d'un article est de 47,84 €. Son prix hors taxes (H.T.) est de :

1. a. 40 euros **1. b.** 32.16 euros **1. c.** 35.16 euros **1. d.** 40.16 euros

2. Question 2 : L'ensemble $\mathscr{S}_2$ des solutions de l'inéquation $x^2 - 2x - 3 > 0$ est

2. a. $]-1\,;\,3[$ **2. b.** $]-\infty\,;\,-1[\cup]3\,;\,+\infty[$ **2. c.** $\emptyset$ **2. d.** $]-\infty\,;\,1[\cup]3\,;\,+\infty[$

3. Question 3 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{2}{x}$. Cette fonction est dérivable sur $\mathbb{R}^*$, de fonction dérivée f' définie pour tout réel x de $\mathbb{R}^*$ par

3. a. $f'(x) = \dfrac{x^3+2}{x^2}$ **3. b.** $f'(x) = \dfrac{x^3-2}{x^2}$ **3. c.** $f'(x) = \dfrac{2x^2+2}{x}$ **3. d.** $f'(x) = \dfrac{2x^3-2}{x^2}$

4. Question 4 : La fonction g définie sur $I = [1\,;\,10]$ par $g(x) = x + 2\sqrt{x}$ est dérivable sur I. Elle admet au point d'abscisse 4 une tangente d'équation :

4. a. $y = \dfrac{3}{2}x + 2$ **4. b.** $y = \dfrac{3}{2}x - 2$ **4. c.** $y = x + 4$ **4. d.** $y = 3x - 4$

5. Le tableau ci-dessous donne l'évolution du cours du pétrole brut d'un mois sur le mois précédent (au dernier jour du mois).

Mois	Mai	Juin	Juillet	Août
Taux en %	12,5	7,6	0,6	-15,1
Indice	100	...	...	...

5. a. Question 5 : On considère l'indice base 100 en mai. Sur cette base, l'indice du cours du pétrole fin août est :

5. a. 1. $93,905$ **5. a. 2.** $91,9005$ **5. a. 3.** $94,9105$ **5. a. 4.** $90,905$

Exercice 2. D'après Bac ES 2014 — 7 points

Un opérateur de téléphonie mobile constate que, chaque année, il perd 8 % de ses précédent abonnés et que, par ailleurs, il gagne 3 millions de nouveaux abonnés.
En 2013 le nombre d'abonnés est de 20 millions.
On s'intéresse au nombre d'abonnés, en millions, pour l'année $2013 + n$. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & 20 \\ u_{n+1} & = & 0,92u_n + 3. \end{array}\right.$$

Le terme u_n donne une estimation du nombre d'abonnés pour l'année $2013 + n$.

Partie A — 5.5 points

1. En utilisant cette modélisation, l'opérateur décide d'arrondir les résultats à 10^{-3}, c'est à dire au milliers d'abonnés.

1. a. [0.5 point] Déterminer les trois premiers termes, u_0, u_1 et u_2 et le nombre d'abonnés en 2014 et en 2015.

1. b. [1 point] La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?

2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 37,5$ pour tout entier naturel n.
[2 point] Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,92. Préciser son premier terme.

3. [1.5 point] Exprimer v_n en fonction de n.
En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = -17,5 \times 0,92^n + 37,5$.

4. [0.5 point] Déterminer le nombre d'abonnés en millions en 2020. Arrondir les résultats à 10^{-3}.

Partie B — 1.5 point

Compte tenu des investissements, l'opérateur considère qu'il réalisera des bénéfices lorsque le nombre d'abonnés dépassera 25 millions.

1. [1 point] Compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le nombre d'années nécessaires à partir de 2013 pour que l'opérateur fasse des bénéfices. **Ne recopier sur votre copie que les deux instructions manquantes**.

Variables :	N un nombre entier naturel non nul
	U un nombre réel
Traitement :	Affecter à U la valeur 20
	Affecter à N la valeur 0
	Tant que ....
	affecter à U la valeur $0,92 \times U + 3$
	affecter à N la valeur $N + 1$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher ....

2. [0.5 point] A l'aide de la calculatrice, établir en quelle année l'opérateur fera des bénéfices pour la première fois ?

Exercice 3. D'après Bac ES 2014 — 4.5 points

Une entreprise fabrique chaque jour des objets. Cette production ne peut dépasser 700 objets par jour.
On modélise le coût total de production par une fonction C.
Lorsque x désigne le nombre d'objets fabriqués, exprimé en centaines, $C(x)$, le coût total correspondant, est exprimé en centaines d'euros.
La courbe représentative de la fonction C est donnée en annexe.

Partie A — 2 points

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes en arrondissant au mieux. On laissera apparents les traits de construction sur la figure donnée en annexe.

1. **[0.5 point]** Quel est le coût total de production pour 450 objets ?
2. **[0.5 point]** Combien d'objets sont produits pour un coût total de 60 000 euros ?

On considère que le coût marginal est donné par la fonction C' dérivée de la fonction C.

3. **[1 point]** Estimer le coût marginal pour une production de 450 objets puis de 600 objets.

Partie B — 2.5 points

Le prix de vente de chacun de ces objets est de 75 euros.

1. On note r la fonction « recette ». Pour tout nombre réel x dans l'intervalle $[0\,;\,7]$, $r(x)$ est le prix de vente, en centaines d'euros, de x centaines d'objets.

   [0.5 point] Représenter la fonction r dans le repère donné en annexe.
2. En utilisant les représentations graphiques portées sur l'annexe, répondre aux questions qui suivent.

2. a. **[1 point]** En supposant que tous les objets produits sont vendus, quelle est, pour l'entreprise, la fourchette maximale de rentabilité ? Justifier la réponse.

2. b. **[1 point]** Que penser de l'affirmation : « il est préférable pour l'entreprise de fabriquer 500 objets plutôt que 600 objets » ?

Exercice 4. D'après Bac 2014 — 3.5 points

Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation.
Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/l	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\ 10]$ par

$$g(t) = \frac{4t}{t^2+1}.$$

Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en mg/l de l'antibiotique.
Le graphique suivant représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g.

1. Par lecture graphique donner sans justification :

1. a. [0.5 point] les variations de la fonction g sur $[0\,;10]$;

1. b. [0.5 point] la concentration maximale d'antibiotique lors des 10 premières heures ;

1. c. [0.5 point] l'intervalle de temps pendant lequel la concentration de l'antibiotique dans le sang est supérieure à 1,2 mg/l.

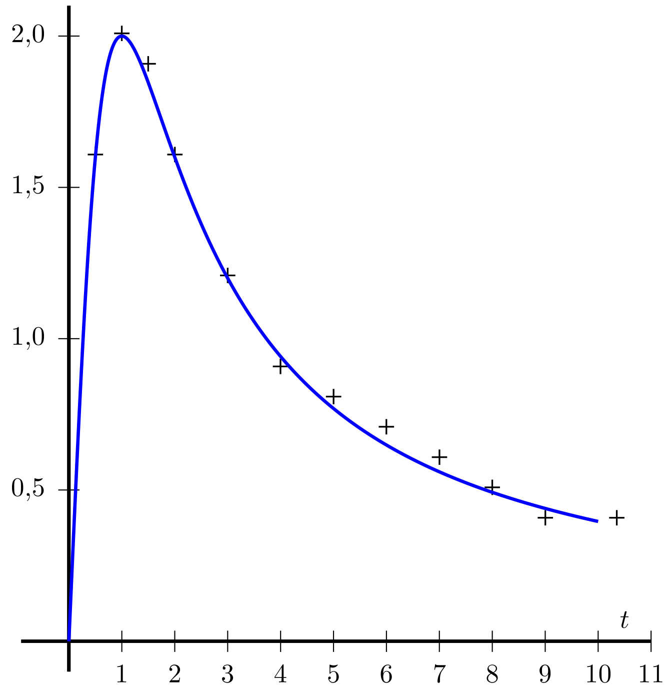
2.

2. a. [1 point] La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0\,;10]$ et sa dérivée est g'.

Montrer que :

$$g'(t) = \frac{4\left(1-t^2\right)}{\left(t^2+1\right)^2}$$

2. b. [1 point] Déterminer les abscisses des points de $\mathscr{C}_g$ qui admettent une tangente horizontale sur l'intervalle $[0\,;10]$.



Annexe à rendre avec votre copie

Graphique de l'exercice 3