Math93.com

Devoir Surveillé n°4A
Première ES
Bilan
Durée 2 heures - Coeff. 8
Noté sur 21 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. QCM — 3 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question ci-après comporte quatre propositions de réponse. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. On ne demande pas de justification. Chaque réponse exacte rapportera 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève de point.*

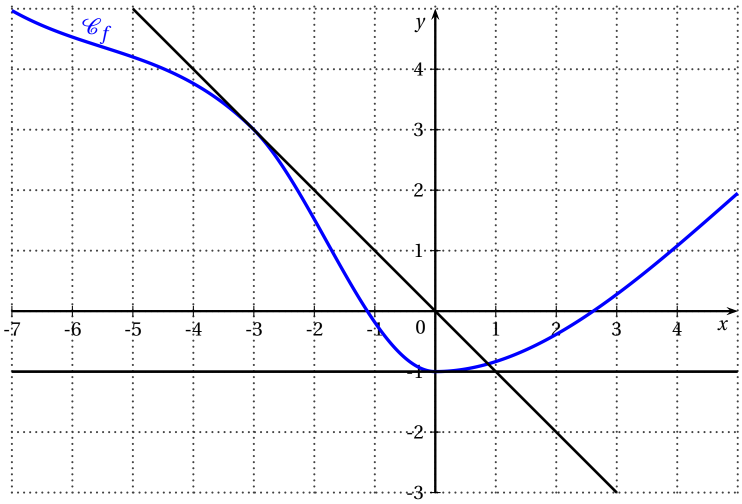
Question 1 (d'après bac 2016)

Le prix d'un produit est passé de 200 € à 100 €.
Cette évolution correspond à deux baisses successives et identiques d'environ :

a. 50 % **b.** 25 % **c.** 29 % **d.** 71 %

Question 2 (d'après Bac Liban, 31 mai 2016)

La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0.



a. $f'(0) = -1$ **b.** $f'(-1) = 0$ **c.** $f'(-3) = -1$ **d.** $f'(-3) = 3$

Question 3

Si le prix du baril de pétrole augmente une première fois de 50% puis une seconde fois à nouveau de 50%, alors le prix du baril :

a. a doublé **b.** a augmenté de 100% **c.** a augmenté de 225% **d.** a augmenté de 125%

Exercice 2. D'après Amérique du sud nov 2013 — 3 points

Commun à tous les candidats

Une entreprise informatique produit et vend des clés USB. La vente de ces clés est réalisée par des commerciaux qui se déplacent aux frais de l'entreprise.

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. La direction de l'entreprise décide de diminuer le budget consacré aux frais de déplacements de ses commerciaux.

Affirmation 1

« Diminuer ce budget de 6 % par an pendant 5 ans revient à diminuer ce budget de 30 % sur la période de 5 ans ».

2. La production mensuelle varie entre 0 et 10 000 clés.
Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros, peut être modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$B(x) = -x^2 + 10x - 9,$$

où x représente le nombre de milliers de clés produites et vendues.

Affirmation 2

« Lorsque l'entreprise produit et vend entre 1 000 et 9 000 clés USB, le bénéfice est positif ».

Affirmation 3

« Lorsque l'entreprise produit et vend 5 000 clés USB, le bénéfice mensuel est maximal ».

Exercice 3. Statistiques ... à la calculatrice ! 3.5 points

Dans tout l'exercice, les résultats seront si nécessaire arrondis au centième.

On lance 600 fois un dé cubique (à six faces), chaque face étant numérotée de 1 à 6. On note les sorties de chacune des six faces.

3.

Face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	120	80	122	88	120	70	600
Effectifs cumulés croissants	120	......	......	......	......	......	X
Rangs des valeurs	$1^e \longrightarrow 120^e$	......	......	......	......	......	X

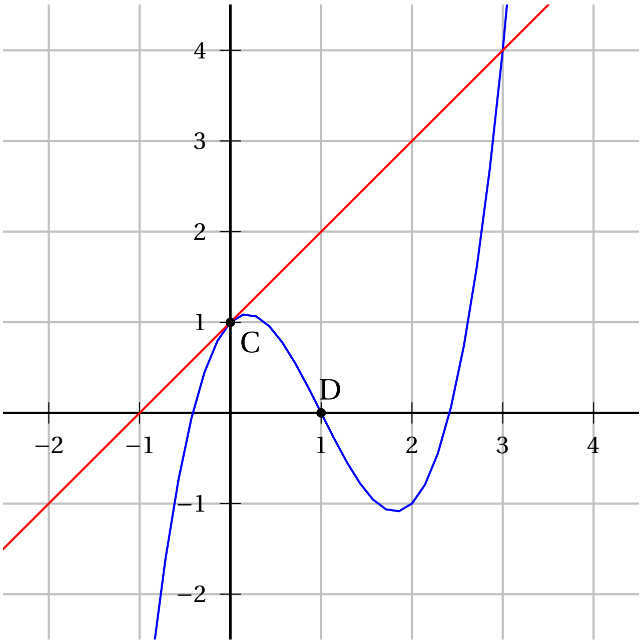
1. Déterminer la moyenne $\overline{x}$, la médiane, et les quartiles Q_1 et Q_3 de la série en expliquant rapidement la méthode utilisée.
2. Déterminer à l'aide de la calculatrice et sans détailler les calculs l'écart-type σ de cette série statistique.
3. Que pensez-vous de l'affirmation suivante :

Affirmation 4

Au moins 65% des valeurs de cette série statistique appartiennent à l'intervalle $[\overline{x}-\sigma\,;\overline{x}+\sigma]$.

Exercice 4. Lecture graphique puis calculs 5.5 points

On a tracé $\mathscr{C}_g$, la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point C d'abscisse 0 .



1. Lire le nombre dérivé $g'(0)$ et déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au points C d'abscisse 0.
2. La fonction g est en fait définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$. Calculer la dérivée de g.
3. Retrouver le résultat de la première question par le calcul.
4. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point D d'abscisse 1 .
5. Construire cette tangente sur le graphique.
6. Le graphe de la fonction g semble présenter deux tangentes horizontales. Les tracer sur le graphique.
7. Résoudre l'équation : $3x^2 - 6x + 1 = 0$.
8. Que représentent les solutions de cette équation dans le cadre de cet exercice ?

Exercice 5. Un problème ... du second degré — 6 points

Une entreprise produit et vend des meubles. Sa capacité de production varie de 300 à 1 200 par mois.

- On note x le nombre de centaines de meubles fabriqués chaque mois, x étant compris entre 3 et 12.
- Le coût total de production de ces x centaines de meubles, exprimé en dizaine de milliers d'euros, est modélisé par la fonction :

$$C(x) = 0,25x^2 + x + 20,25$$

Partie A

1. Étudier rapidement les variations de la fonction coût C et dresser son tableau de variation sur l'intervalle $[3; 12]$.

Tous les meubles fabriqués sont vendus et l'entreprise doit fixer le prix de son produit.
On note $R(x)$ la recette, en dizaine de milliers d'euros, occasionnée par la vente de x centaines de meubles.

Partie B : une proposition

On décide de proposer un prix fixe de 630 euros par meuble.

2. Calculer $R(10)$ et interpréter le résultat (attention aux unités).

3. Donner l'expression de $R(x)$ en fonction de x.

4. Montrer que le bénéfice, en dizaine de milliers d'euros, occasionné par la vente de x centaines de meubles, est alors de :

$$B(x) = -0.25x^2 + 5,3x - 20.25$$

5. Déterminer dans quel intervalle la production est viable pour l'entreprise.

6. Dresser le tableau de variation de la fonction bénéfice sur l'intervalle $[3; 12]$. Donner la production qui donne un bénéfice maximal ainsi que ce bénéfice.

Partie C : Coût marginal

Définition 1 (Coût Marginal (Marginal Cost))

En économie, le coût marginal pour une quantité q produite, est le coût de fabrication d'une unité supplémentaire, soit le coût de la $(q+1)^e$ unité :

$$C_m(q) = C(q+1) - C(q)$$

Propriété 1

Le coût marginal est souvent approché par la dérivée de la fonction coût total si cette dernière est bien dérivable . On a alors dans l'ensemble de définition :

$$C_m(q) \approx C'(q)$$

7. Déterminer la dérivée C', de la fonction coût. cela nous donne une approximation du coût marginal.

8. Calculer le coût marginal pour une production de 1 060 meubles, d'une part en utilisant l'approximation de la question **(7.)**, d'autre part en utilisant la formule de la définition.

Fin du devoir

Bonus 1 [1.5 point]
Le cout moyen est défini par $\dfrac{C(x)}{x}$ pour $x \in [3; 12]$. Résoudre l'équation : $\dfrac{C(x)}{x} = C'(x)$.
On verra que la solution de cette équation permet de trouver la production minimisant les coûts moyens de production.

Bonus 2 [0.5 point]
Déterminer une fonction f, définie sur $\mathbb{R}$, et dont la dérivée est $f'(x) = x^2 - 3x + 2$.

- Joyeux noël et bonne année 2017 -