



Math93.com

## Devoir Surveillé n°6

### Première ES/L

Dérivation et suites

Durée 1 heure - Coeff. 5

Noté sur 20 points

---

*L'usage de la calculatrice est autorisé.*

---

#### Exercice 1. Validation des compétences

**5 points**

1. Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 5$  et de raison  $r = -2$ .
  1. a. Déterminer  $u_1$  et  $u_2$ .
  1. b. Donner le terme général de la suite (c'est à dire exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ ).
  1. c. Calculer  $u_{25}$ .
2. Soit  $(v_n)$  la suite géométrique de premier terme  $v_0 = 2$  et de raison  $q = 1,5$ .
  2. a. Déterminer  $v_1$  et  $v_2$ .
  2. b. Donner le terme général de la suite (c'est à dire exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ ).
  2. c. Calculer  $v_{25}$ .

---

#### Exercice 2. Retour sur la dérivation

**5 points**

On considère la fonction  $k$  définie sur  $[1; +\infty[$  par :

$$k(x) = \frac{1 - 4x^2}{2 - 3x^2}$$

1. Montrer que la fonction dérivée de  $k$  sur  $[1; +\infty[$  est :

$$k'(x) = \frac{-10x}{(2 - 3x^2)^2}$$

2. Déterminer l'équation de la tangente  $T_1$  à  $\mathcal{C}_k$  au point d'abscisse 1.
3. Déterminer les coordonnées du point de  $\mathcal{C}_k$  qui admet une tangente horizontale.

**Exercice 3. Un placement**

**10 points**

Les suites  $(a_n)$  et  $(b_n)$  sont définies pour tout entier  $n$  par :

$$(a_n) : \begin{cases} a_0 & = 2000 \\ a_{n+1} & = 1,02 \times a_n + 300 \end{cases} \quad \left| \quad (b_n) : \begin{cases} b_0 & \\ b_n & = a_n + 15000 \end{cases}$$

**Partie A : Étude générale**


1. Déterminer les trois premiers termes des suites  $(a_n)$  et  $(b_n)$ .
2. La suite  $(a_n)$  est-elle géométrique ? est-elle arithmétique ?
3. Montrer que la suite  $(b_n)$  est géométrique et déterminer sa raison et son premier terme.
4. En déduire le terme général de la suite  $(b_n)$ .
5. Démontrer alors que :

$$\forall n \in \mathbb{N} ; a_n = 17000 \times (1,02)^n - 15000$$

**Partie B : Une application**

Un couple fait un placement au taux annuel de 2 % dont les intérêts sont capitalisés tous les ans. Le couple a placé le montant de 2 000 euros à l'ouverture le 1<sup>er</sup> janvier 2017 puis, tous les ans à chaque 1<sup>er</sup> janvier, verse 300 euros. On note  $a_n$  le capital présent sur le compte le 1<sup>er</sup> janvier 2017 +  $n$  après le versement annuel. On a donc  $a_0 = 2000$ .

1. Justifier rapidement que la suite  $(a_n)$  de la partie A modélise bien le problème.
  2. On suppose que la suite  $(a_n)$  est strictement croissante. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels avec la calculatrice l'inégalité :
- $$a_n > 5000$$
3. Interpréter le résultat de la question précédente dans le cadre de l'exercice.
  4. Compléter sur cette feuille les lignes incomplètes de cet algorithme afin qu'il permette de répondre à la question (2.).

 **Pseudo Code**

```

Fonction recherche()
  a ← 2000
  n ← 0
  Tant que ..... Faire
    | n ← .....
    | a ← .....
  Fin Tant que
  Renvoyer n
    
```

∞ Fin du devoir ∞