

Devoir Surveillé n°4B (Correction)



Math93.com

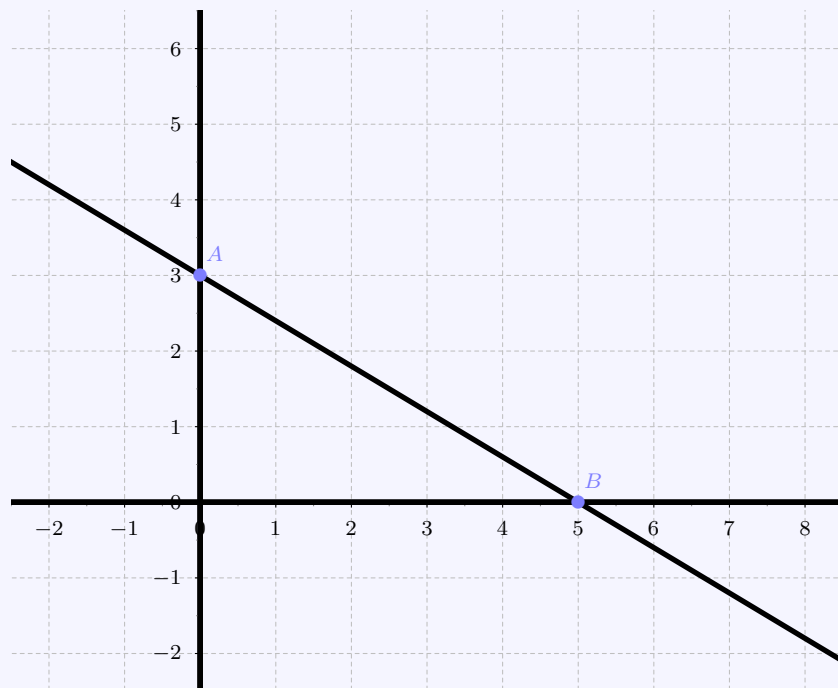
1re Maths ENS
Croissance Linéaire
Durée 50 min - Coeff. 1
Noté sur 20 points

La calculatrice en mode examen est autorisée.

Exercice 1. Lecture graphique

1.5 points

A compléter sur cette feuille



La droite ci-dessus est la représentation graphique d'une fonction affine f définie par $f(x) = mx + p$. Déterminer par lecture graphique l'expression de cette fonction affine :



Corrigé

Donc

$$m = \frac{-3}{5} \quad \text{et} \quad p = 3$$

$$f(x) = \frac{-3}{5}x + 3$$

Exercice 2. Graphique, tableau de signe et tableau de variations

7 points

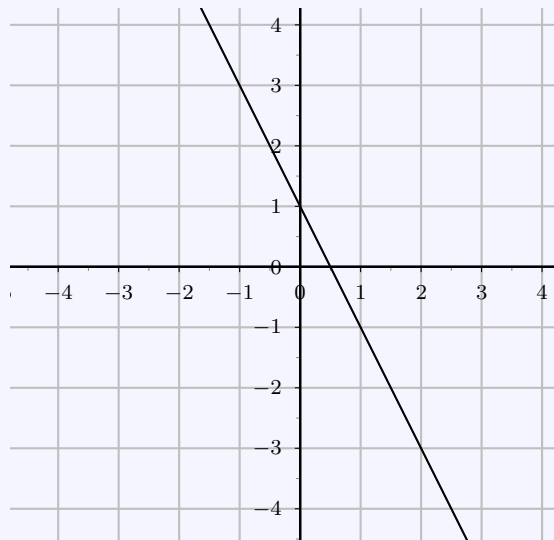
A compléter sur cette feuille

1. Dans le repère ci-dessous, tracer la droite (d) représentation graphique de la fonction affine f définie par : $f(x) = -2x + 1$.



Corrigé

x	0	2
$f(x) = -2x + 1$	1	-3



2. Donner en justifiant rapidement, le tableau de variations de f.



Corrigé

La fonction affine f est de coefficient directeur $m = -2 < 0$, négatif donc elle est strictement décroissante sur \mathbb{R} .

x	$-\infty$	0.5	$+\infty$
Variations de f			

3. Donner en justifiant rapidement, le tableau de signes de f.



Corrigé

La fonction affine f est de coefficient directeur $m = -2 < 0$, négatif donc elle est strictement décroissante sur \mathbb{R} . Par ailleurs elle s'annule en $x = 1/2$ car :

$$f(x) = 0 \iff -2x + 1 = 0 \iff x = 0,5$$

x	$-\infty$	0.5	$+\infty$
Signe de $f(x) = -2x + 1$	+	0	-

Tout le reste de votre devoir est à faire sur votre copie

Exercice 3. Un décroissance de température

5.5 points

La fonction h représente la température d'un objet en degré Celsius $^{\circ}$ en fonction du temps t en minutes, et elle satisfait les conditions suivantes :

$$h(0) = 100 \quad \text{et} \quad h(5) = 75.$$

1. Interpréter la donnée $h(0) = 100$ dans le cadre de l'exercice (avec les unités données).



Corrigé

La donnée $h(0) = 100$ correspond à la valeur de la température de l'objet au temps $t = 0$ minutes. La température initiale de l'objet est donc de 100 degrés.

2. Déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la fonction affine h , puis en déduire l'expression de h .



Corrigé

Le fonction h est affine donc de la forme

$$h(t) = mt + p$$

Le coefficient directeur m est donné par

$$m = \frac{h(5) - h(0)}{5 - 0} = \frac{75 - 100}{5} = -5$$

L'ordonnée à l'origine p est simplement $h(0) = 100$. Ainsi, l'expression de $h(t)$ est $h(t) = -5t + 100$.

3. Calculer la température de l'objet à $t = 3$ minutes.



Corrigé

En substituant $t = 3$ dans l'expression obtenue, on trouve

$$h(3) = -5 \times 3 + 100 = 85$$

La température de l'objet à $t = 3$ minutes est donc 85 degrés.

4. Pour quelle valeur de t la température de l'objet a été divisée par 4 ?



Corrigé

La température initiale est celle au temps $t = 0$ minute soit de 100 degrés. Quand elle est divisée par 4 elle vaut 25 degrés.

On cherche t tel que $h(t) = 25$ soit :

$$h(t) = 25 \iff -5t + 100 = 25 \iff -5t = -75 \iff t = 15 \text{ min}$$

La température de l'objet a été divisée par 4 après 15 minutes.

Exercice 4. Suite arithmétique et placement**6 points**

Louis décide de faire un placement à intérêts simples afin de prévoir l'achat d'un cadeau pour son professeur de Maths à 450 euros.

Il place 300 euros en janvier 2024.

À chaque début de mois, son capital est augmenté de 5% du montant initial.

On note $u(n)$ le montant de son placement au bout de n mois après le 1er janvier 2024. On a donc $u(0) = 300$.

1. Justifier que pour tout entier naturel n :

$$u(n) = 15n + 300$$

**Corrigé**

5% de 300 euros c'est :

$$\frac{5}{100} \times 300 = 15\text{€}$$

Donc chaque mois, le capital augment de 15 euros.

La suite (u) est donc une suite arithmétique de raison $r = 15$ et de premier terme $u(0) = 300$.

Son terme général est don, pour tout entier n :

$$u_n = u_0 + n \times r = \underline{300 + 15n}$$

2. Déterminer la plus petite valeur de n telle que $u(n) \geq 450$.

**Corrigé**

On cherche à résoudre l'inéquation $u(n) \geq 450$ avec n entier naturel :

$$300 + 15n \geq 450$$

$$15n \geq 150$$

$$n \geq \frac{150}{15} = 10$$

Donc la plus petite valeur de n telle que $u(n) \geq 450$ est $n = 10$.

3. À partir de quelle date Louis pourra-t-il acheter son cadeau ? Justifier

**Corrigé**

| Louis pourra-t-il acheter son cadeau après 10 mois soit soit en novembre 2024.

↵ **Fin du devoir** ↶