

Devoir Surveillé n°1A



Math93.com

1re Spé Maths Second degré Durée 100 min - Coeff. 2 Noté sur 32 points

La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1. Étude d'une fonction du second degré 7 points

1. Déterminer les racines de la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -x^2 - 4x + 5$$

2. Donner la forme factorisée de f puis sa forme canonique.
3. Donner sans justifications le tableau de variations de f et donner l'axe de symétrie de \mathcal{C}_f , la courbe représentative de la fonction f .
4. Donner sans justifications le tableau de signe de $f(x)$.
5. Étudier la position relative de \mathcal{C}_f , la courbe représentative de la fonction f , par rapport à la droite (d) d'équation $y = 2x + 5$.

Exercice 2. Équations 7 points

Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

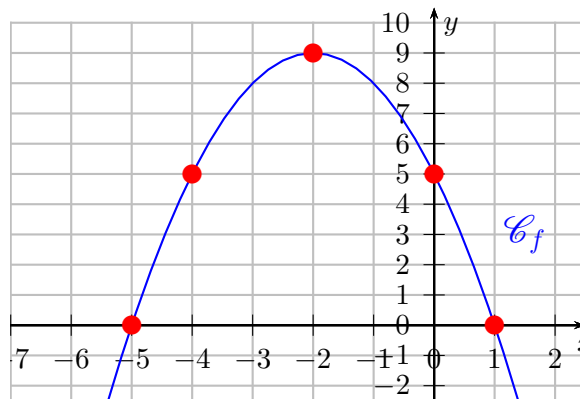
1. $(E_1) : x^2 + 9 = 0$

2. $(E_2) : x^3 + 4x^2 = -4x$

3. $(E_3) : \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = 0$

4. $(E_4) : x^4 - x^2 - 6 = 0$

Exercice 3. D'après une représentation graphique 2 points



On a tracé ci-dessus \mathcal{C}_f , la courbe représentative d'une fonction polynôme f du second degré. On admet que les points tracés en rouge sont à coordonnées entières. Déterminer l'expression de f .

Exercice 4. Degré 4 5 points

Soit P la fonction définie sur \mathbb{R} par $P(x) = 2x^4 - 10x^3 + 4x^2 + 40x - 48$.

1. Vérifier que pour tout réel x on a : $P(x) = (x^2 - 5x + 6)(2x^2 - 8)$.
2. En déduire les racines de la fonction polynôme $P(x)$.
3. Étudier le signe de $P(x)$ et faire un tableau de signe.
4. En déduire rapidement l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{P(x)}$.

Exercice 5. Une équation à paramètre**3 points**

Soit k un nombre réel. On considère l'équation (H) suivante :

$$x^2 - 3x + k = 0$$

- Déterminer, en fonction de k , le discriminant de l'équation (H).
- En déduire, en fonction de k , le nombre de solutions réelles de l'équation (H).

Exercice 6. Un problème de géométrie**3 points**

Un architecte travaille sur le plan d'une maison. Le plan de l'étage est schématisé par la figure ci-dessous.

ABCD et BGFE sont deux carrés.

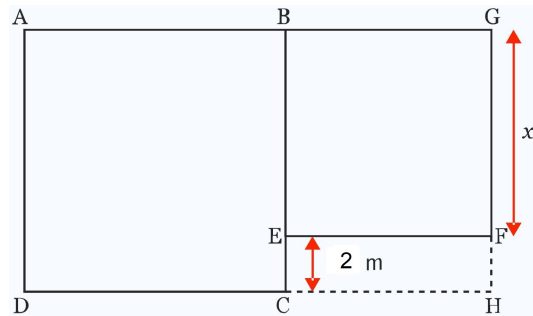
Le rectangle EFHC, d'une largeur de 2 m, représente le balcon sur lequel donne la chambre principale.

On appelle x la longueur (en mètre) du côté du plus petit des deux carrés.

L'étage doit avoir une surface de plancher de 100 m^2 .

Le balcon n'est pas pris en compte.

Déterminer la valeur de x .

**Aide**

$$4^2 + 4 \times 2 \times 96 = 784 = 28^2$$

Exercice 7. Du bénéfice**5 points**

On considère la fonction de bénéfice (en k€) associée à la production de q centaines de carnets :

$$B(q) = -q^2 + 20q - 36, \quad \text{pour } q \in [0; 30].$$

- Étudier les variations de B sur $[0; 30]$.
- Donner la production qui maximise le bénéfice et calculer ce bénéfice maximal.
- Résoudre $B(q) > 0$ sur $[0; 30]$ et interpréter dans le cadre de l'exercice (au niveau du bénéfice).

**Aide**

$$20^2 - 4 \times (-1) \times (-36) = 256 = 16^2$$

↩ **Fin du devoir** ↪

**Question Bonus**

Pour quelles valeurs de b les équations $2005x^2 + bx + 5002 = 0$ et $5002x^2 + bx + 2005 = 0$ ont-elles une solution commune réelle ?