Devoir Surveillé n°4A

Math93.com

1re Spé Maths

Dérivation et Variables aléatoires

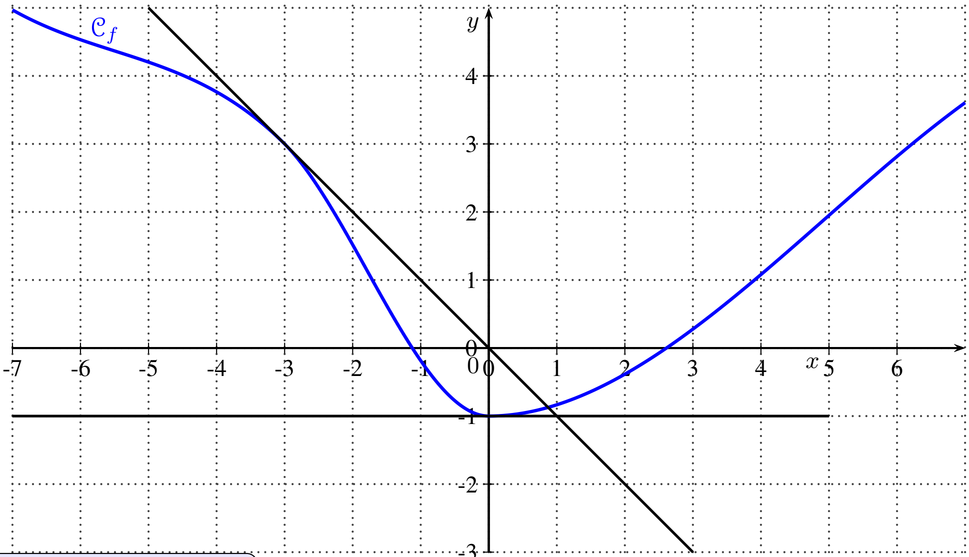
Durée 66 min - Coeff. 2

Noté sur 20 points

La calculatrice en mode examen est autorisée.

Exercice 1. Lectures graphiques — 3 points

La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0.



A compléter sur cette feuille

Déterminer par lecture graphique et sans justification (sauf pour la question 7) :

1. $f(0) =$ ....

2. $f'(0) =$ ....

3. $f(-3) =$ ....

4. $f'(-3) =$ ....

5. L'équation de la tangente au point d'abscisse -3 est ....

6. L'équation de la tangente au point d'abscisse 0 est ....

7. Le signe de $f'(4)$
(Expliquer brièvement juste cette réponse) ....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Exercice 2. Avec le taux d'accroissement et les formules — 5.5 points

On considère la fonction g définie sur I par :

$$g(x) = \frac{x+3}{2-x}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de g.

2. Avec le taux d'accroissement :

2. a. Montrer que pour tout réel h non nul, et tout réel a de I, le taux d'accroissement de g entre a et $(a+h)$ est :

$$t(h) = \frac{5}{(2-a-h)(2-a)}$$

2. b. En déduire que g est dérivable pour tout réel a de I et donner la fonction dérivée.

3. Avec les formules de dérivation :

3. a. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de g.

3. b. Calculer la dérivée de g.

Exercice 3. Avec u/v et l'ensemble de dérivabilité — 5.5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-3x+2}.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.

2. Donner le domaine de dérivabilité de f puis montrer que pour tout réel x de ce domaine on a :

$$f'(x) = \frac{-3x^2+2x+3}{\left(x^2-3x+2\right)^2}$$

3. Déterminer les abscisses du ou des points de $\mathscr{C}_f$ qui admettent une tangente horizontale.

Exercice 4. Une histoire de tangentes — 4 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 5x - 1$$

1. Déterminer la dérivée de f (après avoir précisé son domaine de dérivabilité).

2. Montrer que l'équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 est :

$$y = 5x - 1.$$

3. Déterminer les coordonnées du point C de $\mathscr{C}_f$ qui admet une tangente parallèle à T.

Exercice 5. Variables aléatoires et Python — 2 points

On cherche à déterminer une fonction qui renvoie l'espérance d'une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par deux listes, celle des valeurs, et celles des probabilités associées.
Par exemple si X est une variable aléatoire de loi de probabilité :

x_i	-50	5	10
$P(X = x_i)$	0.125	0.375	0.5

Par exemple ici on va définir deux listes :

```
X1 = [-50,5,10]   # les valeurs

P1 = [0.125,0.375,0.5]  # les probabilités associées
```

1. Recopier et compléter les lignes 8 et 10 de la fonction suivante, qui prend en paramètres deux listes de valeurs et de probabilités, pour qu'elle renvoie l'espérance de la variable aléatoire X :

```
1  def esperance(V,P) :
2      '''
3        In = 2 listes, V celle des valeurs de la v.a. X
4          et P les probabilités associées
5        Out = un float, espérance de la v.a. X
6      '''
7      s = 0      # initialisation de la variables s
8      n = ..... # la longueur de la liste V de valeurs
9      for i in range(n):
10         s = .......
11
12     return s
```

2. Que va renvoyer (et pourquoi) l'appel `esperance(X1,P1)` ?

Fin du devoir

Question Bonus

Dans l'exercice 5 :

1. Calculer, à la main et en détaillant vos calculs, la variance et l'écart-type de la variable aléatoire X.

2. Écrire une fonction python `variance(V,P)` qui prend en paramètres les deux listes de valeurs et de probabilités et qui renvoie la variance de la variable aléatoire X, puis écrire une fonction `ecart_type(V,P)` qui renvoie l'écart-type de la variable aléatoire X.