Math93.com

Géométrie repérée et Produit Scalaire (*Dot product*)(élève)

1re Spé Maths

Table des matières

I. Quelques rappels

I.1 Norme d'un vecteur

Définition 1

Dans le plan, $\vec{u}$ est un vecteur, A et B deux points tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

La **norme** du vecteur $\vec{u}$, notée $\|\vec{u}\|$, est la distance AB.

On rappelle la propriété suivante :

Propriété 1 (Norme d'un vecteur (*Norm of a Vector*))

Dans un repère **orthonormé** du plan, si $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ sont deux points et $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur, alors :

- Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont :

$$\boxed{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}}$$

- La nome des vecteur $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ sont :

$$\boxed{\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}} \quad \text{et} \quad \boxed{\left\|\vec{u}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2}}$$

- Pour k réel on a :

$$\boxed{\left\|k\vec{u}\right\| = |k| \times \left\|\vec{u}\right\|}$$

I.2 Formule du produit scalaire avec le cosinus

Définition 2

L'angle (orienté) formé par deux représentants de même origine des vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ se note :

$$\left(\vec{u}\ ,\ \vec{v}\right) \text{ ou } \left(\widehat{\vec{u}\ ,\ \vec{v}}\right)$$

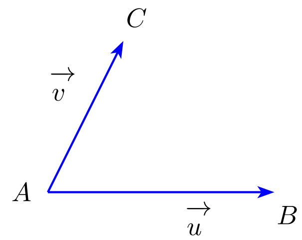
Définition 3 (Produit scalaire (*Dot Product*))

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nuls du plan, alors le produit scalaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le réel noté $\vec{u}\,.\vec{v}$ et défini par :

$$\boxed{\vec{u}\,.\,\vec{v} = \left\|\vec{u}\right\| \times \left\|\vec{v}\right\| \times \cos\left(\vec{u}\ ,\ \vec{v}\right)}$$

Le produit scalaire se note aussi :

$$\left(\vec{u} \mid \vec{v}\right) \quad \text{ou} \quad \langle\vec{u} \mid \vec{v}\rangle \quad \text{ou} \quad \langle\vec{u}\,,\vec{v}\,\rangle$$



Vocabulaire

- Pour tout vecteur $\vec{u}$ du plan,

$$\vec{u}\,.\,\vec{u}=\left\|\vec{u}\right\|^2$$

  En effet $\cos\left(\vec{u}\,,\,\vec{u}\right)=\cos 0=1$.

- Le réel positif $\vec{u}\,.\,\vec{u}$ est noté $\left(\vec{u}\right)^2$ ou simplement $\vec{u}^{\,2}$ et est appelé le <u>carré scalaire</u> de $\vec{u}$.

$$\boxed{\vec{u}\,.\,\vec{u}=\vec{u}^{\,2}=\left\|\vec{u}\right\|^2}$$

- Si $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$, alors le carré scalaire du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est égal au carré de la distance AB.

$$\boxed{\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}^{\,2}=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2}$$

Remarque

1. <u>Cas particulier où l'un des deux vecteurs est nul</u> :
   Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan.
$$\vec{0}\,.\,\vec{u}=\vec{u}\,.\,\vec{0}=0$$
2. <u>ATTENTION</u> : Le produit scalaire de deux vecteurs peut être nul sans qu'aucun des deux vecteurs ne soit nul.

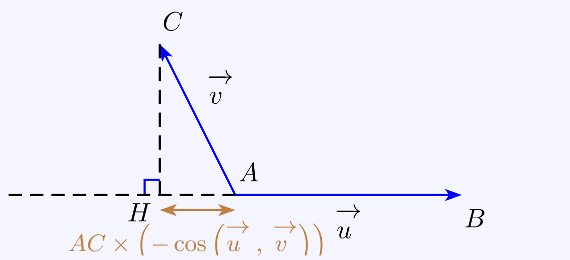
I.3 Formule du projeté orthogonal

Propriété 2 (Formule du projeté orthogonal ())

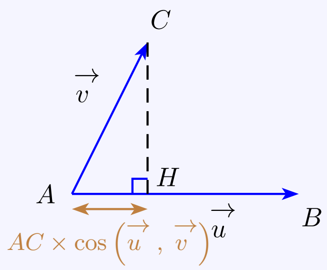
Si $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$ sont deux vecteurs non nuls du plan et si H est le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB), alors

$$\boxed{\vec{u}\,.\,\vec{v}=\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AH}}$$

Cas où $\left(\vec{u}\,,\,\vec{v}\right)\in\left]\frac{\pi}{2}\,;\,\pi\right]$, le cosinus est négatif donc :



Cas où $\left(\vec{u}\,,\,\vec{v}\right)\in\left]0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$, le cosinus est positif donc :



En conséquence :

- <u>si $H\in[AB]$</u>,

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v}=AB\times AH}$$

- et <u>si $H\notin[AB]$</u>,

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v}=-AB\times AH}$$

I.4 Propriétés du produit scalaire

Propriété 3

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ du plan et pour tout réel k :

1. Symétrie

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}}$$

2. Bilinéarité :

$$\boxed{\vec{u}.\left(\vec{v}+\vec{w}\right) = \vec{u}.\vec{v}+\vec{u}.\vec{w}} \text{ et } \boxed{\vec{u}.\left(k\vec{v}\right) = \left(k\vec{u}\right).\vec{v} = k\left(\vec{u}.\vec{v}\right)}$$

Propriété 4

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ du plan :

1. $(\vec{u}+\vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2$
2. $(\vec{u}-\vec{v})^2 = \vec{u}^2 - 2\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}^2$
3. $(\vec{u}+\vec{v}).(\vec{u}-\vec{v}) = \vec{u}^2 - \vec{v}^2$

Définition 4

Soient A, B, C et D quatre points distincts du plan.
On dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux à condition que les droites (AB) et (CD) soient perpendiculaires.

Propriété 5

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ est égal à zéro.

I.5 Formules analytiques du produit scalaire

Propriété 6

Dans un repère **orthonormé** du plan, si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont deux vecteurs, alors

$$\boxed{\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = xx'+yy'}$$

I.6 Expression du produit scalaire à l'aide de normes

Propriété 7

Pour tout vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a :

1.

$$\boxed{\left\|\vec{u}+\vec{v}\right\|^2=\left\|\vec{u}\right\|^2+2\times\vec{u}\,.\,\vec{v}+\left\|\vec{v}\right\|^2}$$

2.

$$\boxed{\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\|^2=\left\|\vec{u}\right\|^2-2\times\vec{u}\,.\,\vec{v}+\left\|\vec{v}\right\|^2}$$

Propriété 8

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ du plan est le **nombre réel**, noté $\vec{u}\,.\vec{v}$, défini par :

$$\boxed{\vec{u}\,.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\left\|\vec{u}\right\|^2+\left\|\vec{v}\right\|^2-\|\vec{v}-\vec{u}\|^2\right)}$$

Propriété 9

1.

$$\boxed{\vec{u}\,.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\left\|\vec{u}+\vec{v}\right\|^2-\left\|\vec{u}\right\|^2-\left\|\vec{v}\right\|^2\right)}$$

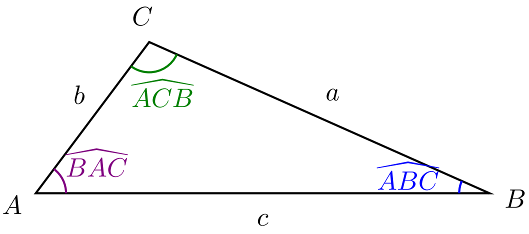
2.

$$\boxed{\vec{u}\,.\vec{v}=\frac{1}{4}\left(\left\|\vec{u}+\vec{v}\right\|^2-\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\|^2\right)}$$

II. Applications du produit scalaire

II.1 Distances et angles dans un triangle

II.1.1 Théorème d'Al-Kashi (1380-1429) (mathématicien perse) ou loi des cosinus (*Law of cosines*)



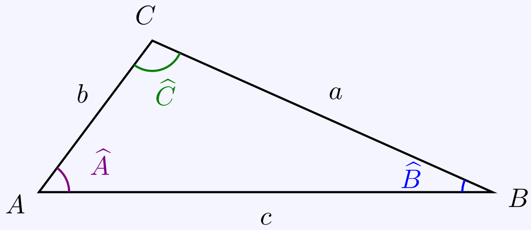
Dans le triangle ABC, on pose : $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$.

On pose aussi $\widehat{BAC} = \hat{A}$, $\widehat{ABC} = \hat{B}$ et $\widehat{ACB} = \hat{C}$.

Propriété 10 (Théorème d'Al-Kashi)

Dans un triangle ABC, avec les notations ci-dessus, on a :

1. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$
2. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \widehat{B}$
3. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \widehat{C}$



Preuve

On démontre juste la première égalité, les autres s'obtiennent par permutation circulaire (c.a.d. que l'on remplace a par b, b par c et c par a :

$$a \curvearrowright b \curvearrowright c \curvearrowright a$$

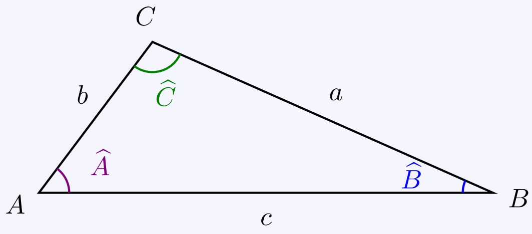
II.1.2 Loi des sinus (*Law of sines*)

Propriété 11 (Loi des sinus (*Law of sines*))

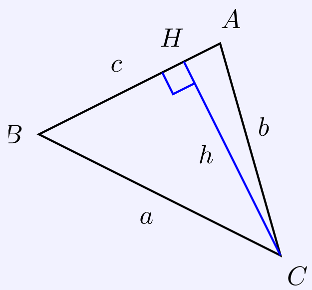
Dans un triangle ABC, avec les notations du théorème d'Al-Kashi, on a :

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = \frac{abc}{2S}$$

où S désigne l'aire du triangle ABC.



Preuve



- L'aire du triangle ABC est par exemple :

$$S = \frac{AB \times h}{2} = \frac{c \times h}{2}$$

- Or puisque le triangle BCH est rectangle en H on a :

$$h = a \sin \widehat{B}$$

Donc :

$$S = \frac{ac \times \sin \widehat{B}}{2}$$

- On obtient les autres formules par permutation circulaire :

$$\boxed{S = \frac{ac \times \sin \widehat{B}}{2} = \frac{ba \times \sin \widehat{C}}{2} = \frac{cb \times \sin \widehat{A}}{2}}$$

- On a alors :

$$\frac{S}{abc} = \frac{\sin \widehat{B}}{2b} = \frac{\sin \widehat{C}}{2c} = \frac{\sin \widehat{A}}{2a}$$

et donc :

$$\frac{abc}{2S} = \frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

II.2 Formule de Héron pour calculer l'aire d'un triangle

Propriété 12 (Formule de Héron (*Heron's formula*))

Si note a, b et c les longueurs des trois côtés d'un triangle, p son demi-périmètre et S son aire, on a :

$$\boxed{S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}} \quad \text{où} \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

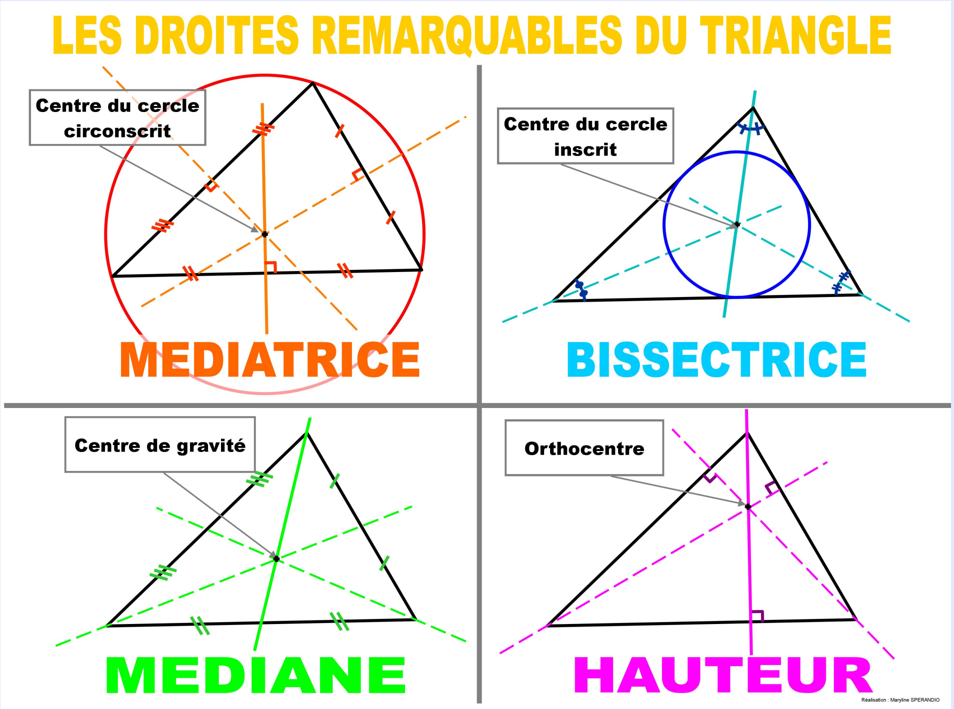
Preuve

A faire en défi.

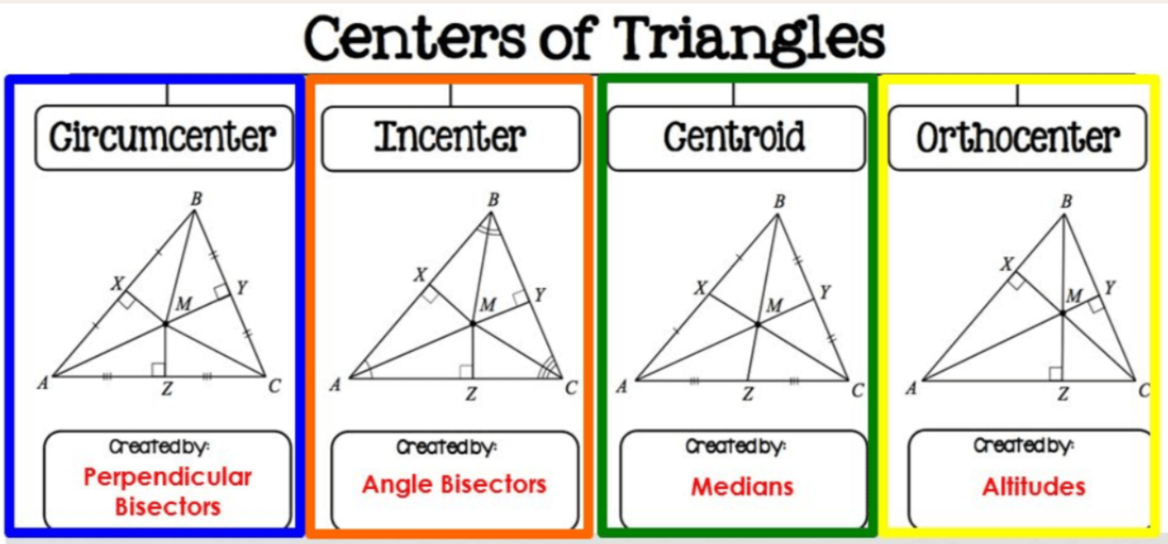
II.3 Théorème de la médiane

II.3.1 Droites remarquables (rappels)

Droites Remarquables



In English



II.3.2 Médiane

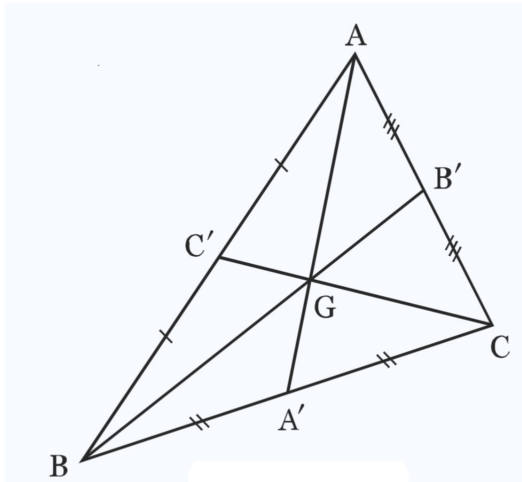
Définition 5 (Médiane)

Dans un triangle, la médiane issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et par le milieu du côté opposé.

Définition 6 (Centre de gravité)

On appelle centre de gravité d'un triangle ABC l'unique point G tel que

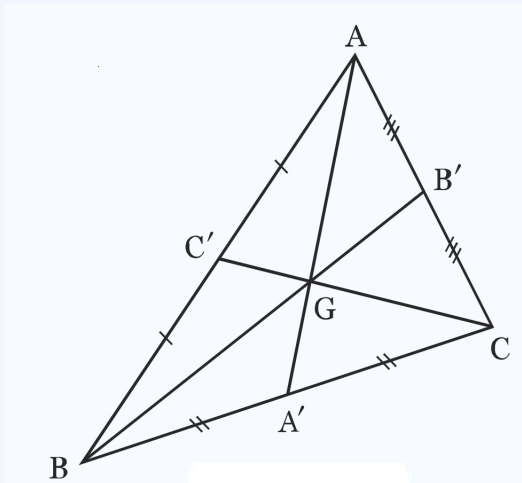
$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$



Théorème 1 (Admis)

1. Les médianes d'un triangle sont concourantes (elles se coupent en un même point).
2. Leur point d'intersection est le centre de gravité.
3. Le centre de gravité est situé aux deux tiers d'une médiane en partant du sommet dont elle est issue.

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$$



Théorème 2 (Théorème de la médiane ou théorème d'Apollonius (*Apollonius's theorem*))

Soient ABC un triangle quelconque et (AI) la médiane issue de A. On a alors la relation suivante :

1.

$$AB^2 + AC^2 = 2BI^2 + 2AI^2$$

ou encore :

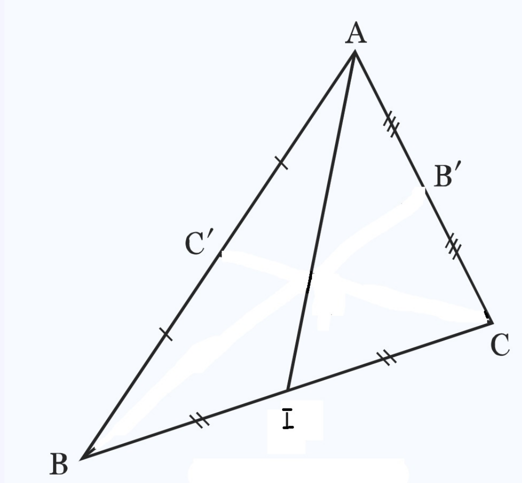
$$AB^2 + AC^2 = \frac{1}{2}BC^2 + 2AI^2$$

2.

$$AB^2 - AC^2 = 2\overrightarrow{AI}\,.\,\overrightarrow{CB}$$

3.

$$\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC} = AI^2 - \frac{BC^2}{4}$$



Preuve

II.4 Lieu Géométrique

Définition 7

Un **lieu géométrique** est un ensemble de points (du plan ou de l'espace) qui satisfont à une même condition.

Exemple

L'ensemble des points M qui vérifient :

1. $MA = MB$ est la médiatrice du segment $[AB]$.
2. $AM = r$ (avec $r > 0$) est le cercle de centre A et de rayon r.

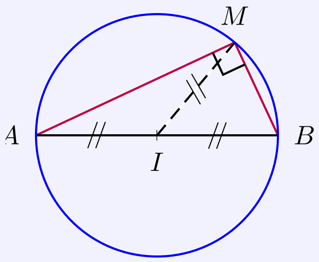
II.4.1 Cercle inscrit

Propriété 13

Soit A et B sont deux points distincts du plan.
Le lieu géométrique des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ est le cercle de diamètre $[AB]$.

Autremet dit : un triangle MAB est rectangle en M si et seulement si il est inscrit dans le cercle de diamètre $[AB]$.

Preuve (Démonstration exigible)



On pourra facilement démontrer ce théorème quand on disposera de l'équation d'un cercle (voir le IV). La démonstration ici proposée est géométrique.

Soit A et B sont deux points distincts du plan.
On cherche l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.
Soit I le milieu du segment $[AB]$. On a alors :

$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \iff$ ....

II.4.2 Généralisation

Cas général : lignes de niveau (*Level set*)

A et B sont deux points distincts du plan et k un réel donné.
Suivant les valeurs de k, quel est le lieu géométrique des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = k$?

Vocabulaire : Ce lieu géométrique s'appelle aussi la **ligne de niveau k de la fonction f** qui, à tout point M du plan P, associe le réel $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$.

$$f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathcal{P} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ M & \longmapsto & f(M) = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} \end{array} \right.$$

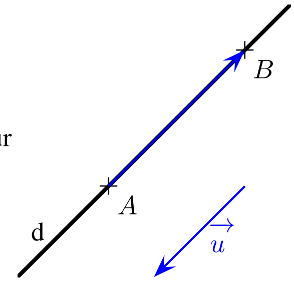
Voir les exercices du TD associés.

III. Équations cartésiennes d'une droite

III.1 Vecteurs directeurs d'une droite

Définition 8

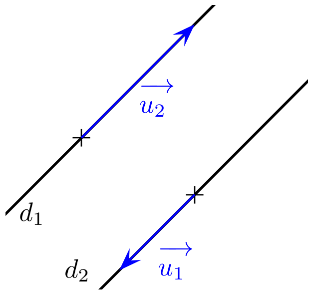
Soit (d) une droite et A et B deux points distincts de cette droite.
On appelle **vecteur directeur** de la droite (d) tout vecteur non nul $\overrightarrow{u}$ colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}$.

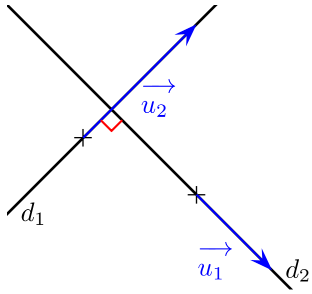


III.2 Droites parallèles, sécantes, perpendiculaires

Propriété 14

1. Deux droites sont parallèles **si et seulement si** un vecteur directeur de l'une est colinéaire à un vecteur directeur de l'autre.
2. Deux droites sont perpendiculaires **si et seulement si** un vecteur directeur de l'une est orthogonal à un vecteur directeur de l'autre.





III.3 Droite définie par un point et un vecteur directeur

III.3.1 Rappel de seconde : Déterminant de deux vecteurs

Définition 9

On considère deux vecteurs $\overrightarrow{u}\,(x\ ;\ y)$ et $\overrightarrow{v}\,(x'\ ;\ y')$.
Le nombre $xy' - x'y$ est appelé le **déterminant** des deux vecteurs.

$$det\left(\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{v}\right) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$$

III.3.2 Rappel de seconde : Condition de colinéarité et Déterminant

Théorème 3 (Admis (Démontré en TD))

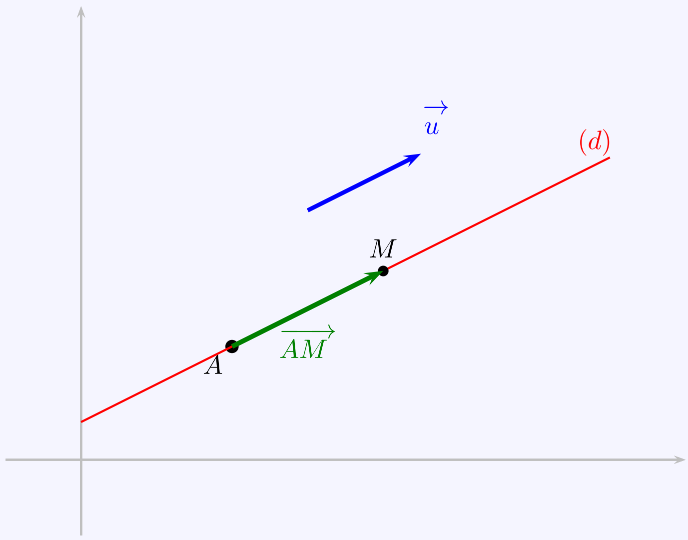
Soit $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ un repère du plan. Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si, et seulement si,

$$det\left(\vec{u}\ ;\ \vec{v}\right) = 0 \iff xy' - x'y = 0$$

Propriété 15

On se donne un point A et un vecteur non nul $\vec{u}$.
L'ensemble des points M du plan $\mathcal{P}$ tel que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires est la droite (d) passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.
Dans un repère du plan,

$\boxed{(d) = \{M \in \mathcal{P}\ ;\ \overrightarrow{AM} \text{ colinéaire à } \vec{u}\}}$ ou $\boxed{(d) = \{M \in \mathcal{P}\ ;\ det\left(\overrightarrow{AM}\ ;\ \vec{u}\right) = 0\}}$



III.3.3 Équation cartésienne d'une droite : 1 point et 1 vecteur directeur

Propriété 16

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul de coordonnées $(-b\ ;\ a)$.

1. L'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ du plan tels que $ax + by + c = 0$ est une droite dirigée par le vecteur $\vec{u}\,(-b\ ;\ a)$.
2. Réciproquement, toute droite dirigée par le vecteur $\vec{u}\,(-b\ ;\ a)$ est l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan vérifiant l'égalité $ax + by + c = 0$ où c est un réel.

Preuve
....
....
....
....
....
....

Vocabulaire

Quand a, b et c sont trois réels avec a et b non simultanément nuls, l'égalité $ax+by+c=0$ s'appelle une **équation cartésienne** de droite.

Méthode

On cherche à déterminer l'équation cartésienne d'un droite connaissant 2 points ou 1 point et un vecteur directeur.

1. Exemple 1 : On cherche l'équation de la droite (AB) où $A(1\ ;\ 2)$ et $B(-3\ ;\ 5)$.

Dans ce que on prend $\overrightarrow{AB}$ comme vecteur directeur :

$$(AB) = \left\{ M(x\ ;\ y) \in \mathcal{P}\ ;\ \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} \text{colinéaire à } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

Donc l'équation cartésienne est :

$$det\left(\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-1\\y-2\end{pmatrix}\ ;\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}\right)=0 \iff \begin{vmatrix}x-1 & -4\\ y-2 & 3\end{vmatrix}=0$$
$$\iff 3(x-1)-(-4)(y-2)=0$$
$$\iff \underline{3x+4y-11=0}$$

2. Exemple 2 : On cherche l'équation de la droite (d) passant par $A(1\ ;\ 2)$ et dirigée par $\overrightarrow{u}(-4\ ;\ 3)$.

$$(d)=\left\{M(x\ ;\ y)\in\mathcal{P}\ ;\ \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-1\\y-2\end{pmatrix}\text{ colinéaire à }\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}\right\}$$

Donc l'équation cartésienne est :

$$det\left(\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-1\\y-2\end{pmatrix}\ ;\ \overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}\right)=0 \iff \begin{vmatrix}x-1 & -4\\ y-2 & 3\end{vmatrix}=0$$
$$\iff 3(x-1)-(-4)(y-2)=0$$
$$\iff \underline{3x+4y-11=0}$$

III.4 Droite définie par un point et un vecteur normal

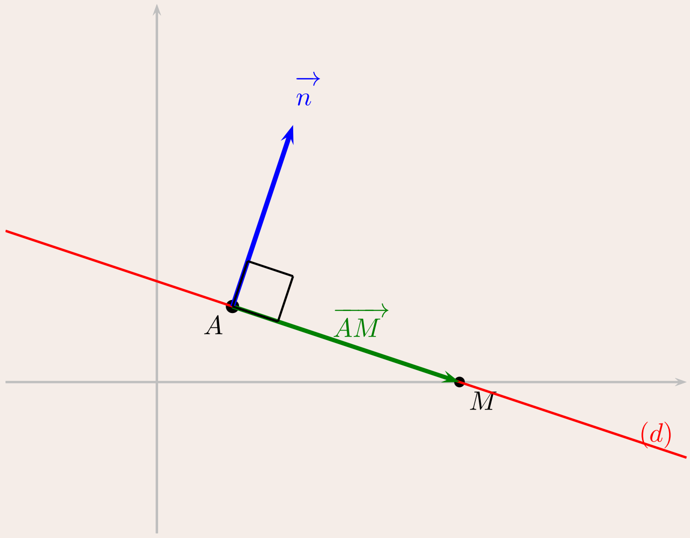
Définition 10

Dire qu'un vecteur **non nul** $\vec{n}$ est **normal à une droite** d signifie que $\vec{n}$ est orthogonal à un vecteur directeur de d.

Conséquence

Si d est la droite passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$, alors la droite d est l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$.

$$\boxed{(d) = \left\{M(x\,;\,y) \in \mathcal{P}\,;\, \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0\right\}}$$



Propriété 17

Deux droites sont parallèles **si et seulement si** un vecteur normal de l'une est colinéaire à un vecteur normal de l'autre.
Deux droites sont perpendiculaires **si et seulement si** un vecteur normal de l'une est orthogonal à un vecteur normal de l'autre.

Propriété 18

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul de coordonnées $(a\,;\,b)$. Toute droite de vecteur normal $\vec{u}$ a une équation du type $ax+by+c=0$ où c est un réel.

Preuve

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

....

Propriété 19

Réciproquement, Quand a, b et c sont trois réels avec a et b non simultanément nuls, la droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ admet le vecteur $\overrightarrow{u}\,(a\ ;\ b)$ pour vecteur normal.

Preuve

....

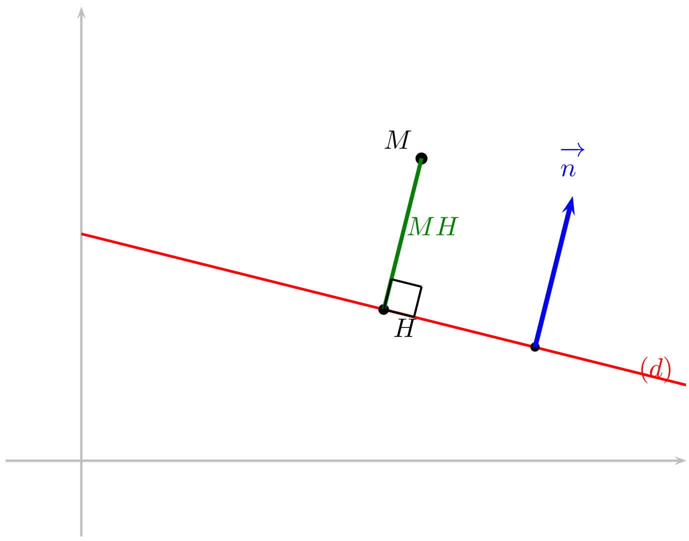
IV. Distance d'un point à une droite

Propriété 20

Définition (distance point-droite).
Soit (d) une droite du plan et M un point.
On appelle distance de M à (d) la distance MH, où H est le projeté orthogonal de M sur (d) :

$$H \in (d) \text{ et } \overrightarrow{MH} \perp (d).$$

On note alors : $d\big(M,(d)\big) = MH$.



Méthode

Méthode Bac (produit scalaire).
Si une droite (d) admet un vecteur normal $\overrightarrow{n}$ (non nul) et si H est le projeté orthogonal de M sur (d), alors :

$$\overrightarrow{MH} \text{ est colinéaire à } \overrightarrow{n}.$$

On en déduit :

$$\boxed{MH = \frac{\left|\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{n}\right|}{\|\overrightarrow{n}\|}}$$

où A est n'importe quel point appartenant à la droite (d).

V. Équations cartésiennes d'un cercle

V.1 Cercle défini par son centre et son rayon

Propriété 21

Soit r un réel strictement positif et $\Omega(a\ ;\ b)$ un point du plan.
Le cercle de centre Ω et de rayon r est l'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ tels que $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

Preuve

Vocabulaire

L'égalité $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ s'appelle une équation cartésienne du cercle.

V.2 Cercle défini par un diamètre

Remarque

Un triangle MAB est rectangle en M **si et seulement si** il est inscrit dans le cercle de diamètre $[AB]$.

Remarque

Soient A et B deux points fixés.
L'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ est le cercle de diamètre $[AB]$.

V.3 Reconnaitre une équation de cercle

Méthode

L'idée ici est de se ramener à une équation de la forme :

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

Pour cela on rassemble les termes en x, ceux en y et on effectue 2 mise sous forme canonique.

Exemple

Dans un repère orthonormé, on considère l'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ tels que :

$$x^2+y^2+4x-6y=12$$

Montrer que c'est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

Corrigé

....

Fin du cours