Math93.com

TD 1 - 1re Spécialité maths
Automatismes (correction)

Les exercices suivants destinés à préparer la première partie de l'épreuve du Bac de première, sous forme de QCM, et qui propose de valider les automatismes. Tous les exercices sont à faire SANS CALCULATRICE.

Table des matières

Partie I. Calculs avec des fractions

Exercice 1. D'après sujet 0 - spécialité 1

L'inverse du double de 5 est égal à :

a. $\frac{2}{5}$ **b.** $\frac{1}{10}$ **c.** $\frac{5}{2}$ **d.** 10

Corrigé

Le double de 5 est 10. Son inverse vaut donc $\frac{1}{10}$.

$$\boxed{\frac{1}{10}} \quad \text{(choix b)}$$

Exercice 2. D'après sujet 0 - spécialité 1

On considère la relation $F = a + \frac{b}{cd}$.

Lorsque $a = \frac{1}{2},\ b = 3,\ c = 4,\ d = -\frac{1}{4}$, la valeur de F est égale à :

a. $-\frac{5}{2}$ **b.** $-\frac{3}{2}$ **c.** $\frac{5}{2}$ **d.** $\frac{3}{2}$

Corrigé

On calcule :

$$cd = 4 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -1$$

Puis :

$$F = \frac{1}{2} + \frac{3}{-1} = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

$$\boxed{-\frac{5}{2}} \quad \text{(choix a)}$$

Exercice 3. Sujet 0 - spécifique - 1

Voici trois nombres :

$$A = \frac{1}{5}, \quad B = \frac{19}{100}, \quad C = 0,21$$

Le classement par ordre croissant est :

a. $A < B < C$ b. $A < C < B$ c. $B < A < C$ d. $C < B < A$

Corrigé

On calcule : $A = 0,2$, $B = 0,19$, $C = 0,21$. Donc $B < A < C$.

$\boxed{B < A < C}$ (réponse c)

Exercice 4. Sujet 0 - spécifique - 1

Voici quatre nombres :

$$A = \frac{1}{5} \times 2, \quad B = \frac{1}{2} \times 5, \quad C = 0,05, \quad D = \frac{1}{3} \times 3$$

Le plus grand de ces nombres est :

a. A b. B c. C d. D

Corrigé

On calcule : $A = 0,4$, $B = 2,5$, $C = 0,05$, $D = 1$. Donc le plus grand est $B = 2,5$.

$\boxed{B}$ (réponse b)

Exercice 5. Sujet 0 - spécifique - 1

Le tiers d'un quart correspond à la fraction :

a. $\frac{1}{7}$ b. $\frac{3}{4}$ c. $\frac{1}{3} \times 4$ d. $\frac{1}{12}$

Corrigé

$$\tfrac{1}{3} \times \tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{12}.$$

$\boxed{\frac{1}{12}}$ (réponse d)

Partie II. Calculs avec des puissances

Exercice 6. D'après sujet 0 - spécialité 2

On considère le nombre $N = \dfrac{10^7}{5^2}$.

A. $N = 2^5$ **B.** $N = 20\ 000$ **C.** $N = \dfrac{1}{10^5}$ **D.** $N = 4 \times 10^5$

Corrigé

$$N = \frac{10^7}{5^2} = \frac{5^7 \times 2^7}{5^2} = 5^5 \times 2^7 = (5 \times 2)^5 \times 2^2 = 4 \times 10^5$$

$$\boxed{4 \times 10^5} \quad \text{(choix D)}$$

Exercice 7. Sujet 0 - Techno - 1

La seule égalité vraie est :

a. $40 \times \dfrac{1}{403} = 402$ b. $(2^{-4})^3 = 2^{-1}$ c. $\dfrac{10^{-5}}{10^8} = 10^{-13}$ d. $5^{-6} \times 11^{-6} = 55^{-12}$

Corrigé

On a $\dfrac{10^{-5}}{10^8} = 10^{-5-8} = 10^{-13}$. Les autres propositions sont fausses.

$$\boxed{\frac{10^{-5}}{10^8} = 10^{-13}} \quad \text{(réponse c)}$$

Exercice 8. Sujet 0 - Techno - 1

L'épaisseur d'une feuille de papier est égale à 70×10^{-3} mm. L'épaisseur d'une pile de 2 000 feuilles est égale à :

a. 140 cm b. 14 mm c. 14 cm d. 72 cm

Corrigé

$$2000 \times 70 \times 10^{-3} = 2 \times 10^3 \times 70 \times 10^{-3} = 140\text{mm}$$

$$\boxed{14 \text{ cm}} \quad \text{(réponse c)}$$

Exercice 9. Sujet 0 - Techno - 1

Voici quatre planètes et leur masse (en kg) :

Terre	$5\ 973 \times 10^{21}$
Mercure	$33{,}02 \times 10^{22}$
Vénus	$48\ 685 \times 10^{20}$
Mars	$6{,}4185 \times 10^{23}$

La planète dont la masse est la plus importante est :

a. Terre b. Mercure c. Vénus d. Mars

Corrigé

Astuce : on écrit tout en écriture scientifique

- Terre : $5,973 \times 10^{24}$ kg
- Mercure : $3,302 \times 10^{23}$ kg
- Vénus : $4,8685 \times 10^{24}$ kg
- Mars : $6{,}4185 \times 10^{23}$ kg

La plus grande est la Terre.

$\boxed{\text{Terre}}$ (réponse a)

Partie III. Ordre de grandeur

Exercice 10. D'après sujet 0 - spécialité 2

Un appareil a besoin de $7,5 \times 10^6$ Joules pour se mettre en route. À combien de kWh cela correspond-il ? 1

$1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6$ J

A. 0,5 kWh **B.** 2,08 kWh **C.** 5,3 kWh **D.** 20,35 kWh

Corrigé

$$\frac{7,5 \times 10^6}{3,6 \times 10^6} = \frac{7,5}{3,6} \approx 2$$

$\boxed{2,08\,\text{kWh}}$ (choix B)

Exercice 11. Sujet 0 - spécifique - 1

On considère $A = 10 + 0,1 + \frac{1}{1000}$. On a :

a. $20 - \frac{1}{1000}$ b. $\frac{1}{1000}$ c. $10,101$ d. $10,110$

Corrigé

$$10 + 0,1 + \tfrac{1}{1000} = 10 + 0,1 + 0,001 = 10,101.$$

$\boxed{10,101}$ (réponse c)

Exercice 12. Sujet 0 - spécifique - 1

On considère $A = 10^{10} + 10^{-10}$. A est environ égal à :

a. 100 b. 0 c. 10^{10} d. 1000

Corrigé

10^{10} est un nombre gigantesque. Ajouter 10^{-10} n'a aucun effet à l'échelle de l'arrondi.

$\boxed{10^{10}}$ (réponse c)

Partie IV. Exprimer une variable en fonction d'autres

Exercice 13. D'après sujet 0 - spécialité 1

On considère $x,\ y, u$ des réels non nuls tels que $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{u}$.
On peut affirmer que :

a. $u=\dfrac{xy}{x+y}$ **b.** $u=\dfrac{x+y}{xy}$ **c.** $u=xy$ **d.** $u=x+y$

Corrigé

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}=\frac{1}{u} \quad\Longrightarrow\quad u=\frac{xy}{x+y}$$

$$\boxed{u=\frac{xy}{x+y}} \quad \text{(choix a)}$$

Exercice 14. D'après sujet 0 - spécialité 2

Lorsqu'un point mobile suit une trajectoire circulaire de rayon R, en mètre (m), son accélération centripète a (en m/s^2) s'exprime en fonction de la vitesse v (en m/s) :

$$a=\frac{v^2}{R}.$$

L'expression permettant d'exprimer la vitesse v est :

A. $v=aR^2$ **B.** $v=\sqrt{aR}$ **C.** $v=\sqrt{\frac{a}{R}}$ **D.** $v=\frac{a^2}{R}$

Corrigé

$$a=\frac{v^2}{R} \quad\Longrightarrow\quad v^2=aR \quad\Longrightarrow\quad v=\sqrt{aR}.$$

$$\boxed{v=\sqrt{aR}} \quad \text{(choix B)}$$

Exercice 15. Sujet 0 - Techno - 1

On considère la relation $C=(1+t)^2$. On cherche à isoler t. On a :

a. $t=\sqrt{C}-1$ b. $t=\sqrt{C}-1$ c. $t=\sqrt{1-C}$ d. $t=1-\sqrt{C}$

Corrigé

Astuce : quand on a $(1+t)^2=C$, on prend la racine carrée. $1+t=\pm\sqrt{C}$, donc $t=\sqrt{C}-1$ ou $t=-\sqrt{C}-1$.
Parmi les réponses proposées, seule $t=\sqrt{C}-1$ apparaît.

$$\boxed{t=\sqrt{C}-1} \quad \text{(réponse a)}$$

Partie V. Algèbre : développement, factorisation ....

Exercice 16. D'après sujet 0 - spécialité 2

Développer $(2x+0,5)^2$.

A. $4x^2+x+0,25$ **B.** $4x^2+4x+2$ **C.** $4x^2+2x+0,25$ **D.** $4x^2+2x+1$

Corrigé

$$(2x+0,5)^2 = 4x^2+2x+0,25$$

$\boxed{4x^2+2x+0,25}$ (choix C)

Exercice 17. Sujet 0 - spécifique - 1

Quand on développe $(x-3)^2$ on obtient :

a. x^2+9 b. x^2-9 c. x^2+6x-9 d. x^2-6x+9

Corrigé

$$(x-3)^2 = x^2-6x+9.$$

$\boxed{x^2-6x+9}$ (réponse d)

Exercice 18. Sujet 0 - Techno - 1

On additionne un nombre réel x, avec son triple et son carré. Le résultat est égal à :

a. $(x+3x)^2$ b. $x+(3x)^2$ c. $1+3x^2$ d. $4x+x^2$

Corrigé

Astuce : traiter séparément les termes. $x+3x=4x$. Puis on ajoute x^2. Donc $x+3x+x^2=4x+x^2$.

$\boxed{4x+x^2}$ (réponse d)

Partie VI. Équations et inéquation

Exercice 19. D'après sujet 0 - spécialité 1

On note $(\mathcal{I})$ l'inéquation $x^2 \geqslant 10$.
L'inéquation $(\mathcal{I})$ est équivalente à :

a. $-\sqrt{10} \leqslant x \leqslant \sqrt{10}$

b. $x \leqslant -\sqrt{10}$ ou $x \geqslant \sqrt{10}$

c. $x \geqslant \sqrt{10}$

d. $x = \sqrt{10}$ ou $x = -\sqrt{10}$

Corrigé

Par stricte croissance de la fonction racine carrée sur $\mathbb{R}_+$ on a :

$$x^2 \geq 10 \quad \Longleftrightarrow \quad |x| \geq \sqrt{10}$$

Ce qui donne :

$$x \leq -\sqrt{10} \quad \text{ou} \quad x \geq \sqrt{10}$$

$$\boxed{x \leq -\sqrt{10} \text{ ou } x \geq \sqrt{10}} \quad \text{(choix b)}$$

Exercice 20. D'après sujet 0 - spécialité 2

On note $\mathcal{S}$ l'ensemble des solutions de $x^2 = 10$.

A. $\{-5; 5\}$ **B.** $\{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$ **C.** $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$ **D.** $\varnothing$

Corrigé

Les solutions sont $\pm\sqrt{10}$.

$$\boxed{\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}} \quad \text{(choix C)}$$

Partie VII. Pourcentages et proportion

Exercice 21. D'après sujet 0 - spécialité 1

Le prix d'un article est multiplié par 0,975.
Cela signifie que le prix de cet article a connu :

a. une baisse de 2,5 %
b. une augmentation de 97,5 %
c. une baisse de 25 %
d. une augmentation de 0,975 %

Corrigé
$0{,}975 = 1 - 0{,}025$ correspond à une baisse de $2{,}5\,\%$.

$$\boxed{\text{baisse de } 2{,}5\,\%} \quad \text{(choix a)}$$

Exercice 22. D'après sujet 0 - spécialité 1

Le prix d'un article est noté P. Ce prix augmente de 10 % puis baisse de 10 %.
À l'issue de ces deux variations, le nouveau prix est noté P_1. On peut affirmer que :

a. $P_1 = P$
b. $P_1 > P$
c. $P_1 < P$
d. Cela dépend de P

Corrigé
On part d'un prix P :

- Augmenter de $+10\,\%$ c'est multiplier par $1,1$ soit : $1{,}1P$
- Diminuer de $10\,\%$ c'est multiplier par $0,9$ soit : $1{,}1P \times 0{,}9 = 0{,}99P$
- Donc $P_1 = 0{,}99P < P$

$$\boxed{P_1 < P} \quad \text{(choix c)}$$

Exercice 23. D'après sujet 0 - spécialité 2

Une tablette coûte 200 euros. Son prix diminue de 30%. Le prix après cette diminution est :

A. 140 ?
B. 170 ?
C. 194 ?
D. 197 ?

Corrigé
Coefficient multiplicateur : $1 - 0,3 = 0,7$.

$$200 \times 0,7 = 140$$

$$\boxed{140} \quad \text{(choix A)}$$

Exercice 24. D'après sujet 0 - spécialité 2

Une réduction de 50% suivie d'une augmentation de 50% équivaut à :

A. réduction de 50% **B.** réduction de 25% **C.** augmentation de 25% **D.** augmentation de 75%

Corrigé

Soit P.

- Après -50% : $0,5P$.
- Puis +50% : $0,5P \times 1,5 = 0,75P$.

Soit une baisse de 25%.

$\boxed{\text{réduction de } 25\%}$ (choix B)

Exercice 25. Sujet 0 - spécialité - 1

L'opération qui permet de calculer 25% de 480 est :

a. $\dfrac{480 \times 25}{100}$ b. $25 \times 480 \times 0,1$ c. $\dfrac{480 \times 100}{25}$ d. $\dfrac{1}{4} \times 480$

Corrigé

25% correspond à $\dfrac{25}{100} = \dfrac{1}{4}$. Donc $25\% \times 480 = \dfrac{1}{4} \times 480 = 120$.

$\boxed{\dfrac{1}{4} \times 480}$ (réponse d)

Exercice 26. Sujet 0 - spécifique - 1

Un article augmente de 10% puis il augmente encore de 10%. Après ces deux augmentations, il a augmenté de :

a. $(10\%)^2$ b. 19% c. 20% d. 21%

Corrigé

Soit un prix P.

- Après la première augmentation : $1,1P$.
- Après la deuxième : $1,1 \times 1,1P = 1,21P$.
- Soit une augmentation de 21%.

$\boxed{21\%}$ (réponse d)

Exercice 27. Sujet 0 - Techno - 1

Jean consacre 25 % de sa journée de dimanche à faire ses devoirs. 80 % du temps consacré aux devoirs est consacré à faire un exposé.
Le pourcentage du temps consacré à l'exposé par rapport à la journée de dimanche est égal à :

A. $80\% - 25\%$

B. $\frac{1}{4} \times 80\%$

C. $0{,}08 \times 25\%$

D. Cela dépend de la durée de la journée de dimanche.

Corrigé

- Part des devoirs : $25\% = \frac{1}{4}$.
- Part de l'exposé *dans* les devoirs : 80%.
- Part de l'exposé *dans la journée* : $\frac{1}{4} \times 80\% = 20\%$.

$\boxed{20\%}$ (réponse B)

Exercice 28. Sujet 0 - Techno - 1

Un prix diminue de 50 %. Pour retrouver le prix initial, il faut une augmentation de :

A. 50 %

B. 100 %

C. 150 %

D. 200 %

Corrigé

Après -50%, le prix vaut $0{,}5P$. Pour revenir à P, il faut multiplier par 2, soit $+100\%$.

$\boxed{100\%}$ (réponse B)

Exercice 29. Sujet 0 - Techno - 1

Le prix d'une tablette a baissé : il est passé de 250 euros à 200 euros. Cela signifie que ce prix a été multiplié par :

A. 1,25

B. 0,75

C. 0,8

D. $-0{,}8$

Corrigé

Coefficient multiplicateur : $\frac{200}{250} = 0{,}8$.

$\boxed{0{,}8}$ (réponse C)

Exercice 30. D'après sujet 0 - spécialité 2

Dans un lycée, le quart des élèves sont internes, parmi eux la moitié sont des filles. La proportion des filles internes par rapport à l'ensemble des élèves est :

A. 4%

B. $12{,}5\%$

C. 25%

D. 50%

Corrigé

Proportion internes = 25%. La moitié sont filles $\Rightarrow 12,5\%$.

$\boxed{12,5\%}$ (choix B)

Partie VIII. Conversions d'unités

Exercice 31. Sujet 0 - spécifique - 1

Une durée de 100 minutes correspond à :

a. 1 heure

b. 1,40 heure

c. $\frac{5}{3}$ heure

d. 2 heures

Corrigé

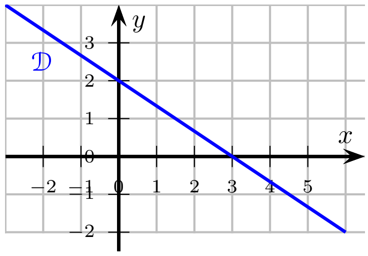
100 minutes $= 1h40$. En heures : $1 + \frac{40}{60} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} = 1,66...$ h.

$\boxed{\frac{5}{3} \text{ heure}}$ (réponse c)

Partie IX. Fonctions affines et équation de droites

Exercice 32. D'après sujet 0 - spécialité 1

On a représenté ci-contre une droite $\mathcal{D}$ dans un repère orthonormé.
Une équation de la droite $\mathcal{D}$ est :



a. $y = -\dfrac{3}{2}x + 2$ **b.** $y = \dfrac{2}{3}x + 2$

c. $2x - 3y - 6 = 0$ **d.** $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} - 1 = 0$

Corrigé

L'équation réduite est :

$$y = mx + p$$

On peut facilement lire l'ordonnée à l'origine $p = 2$ et le coefficient directeur s'obtient en considérant 2 points de la droite.

$$\begin{cases} A(0\ ;\ 2) \\ B(3\ ;\ 0) \end{cases} \Longrightarrow m = \frac{0-2}{3-0} = \frac{-2}{3}$$

L'équation réduite de la droite est $y = -\frac{2}{3}x + 2$. On vérifie que (d) $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} - 1 = 0$ équivaut à $y = 2 - \frac{2}{3}x$, donc c'est bien la bonne équation.

$$\boxed{\frac{x}{3} + \frac{y}{2} - 1 = 0} \quad \text{(choix d)}$$

Exercice 33. D'après sujet 0 - spécialité 1

On considère trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$:

$f_1\ :\ x \longmapsto x^2 - (1-x)^2$ $\quad f_2 : x \longmapsto \dfrac{x}{2} - \left(1 + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ $\quad f_3 : x \longmapsto \dfrac{5 - \frac{2}{3}x}{0,7}$

Parmi ces trois fonctions, celles qui sont des fonctions affines sont :

a. aucune **b.** toutes

c. uniquement la fonction f_1 **d.** uniquement les fonction f_2 et f_3

Corrigé

On développe $f_1(x) = 2x - 1$ (affine), $f_2(x)$ est de la forme $\frac{1}{2}x + b$ (affine), $f_3(x) = \frac{50}{7} - \frac{20}{21}x$ (affine).
Donc les trois sont affines.

$$\boxed{\text{toutes}} \quad \text{(choix b)}$$

Exercice 34. D'après sujet 0 - spécialité 2

On note d la droite passant par $A(0; -1)$ et $B(2; 5)$. Le coefficient directeur de d est :

A. $-\dfrac{1}{2}$ **B.** 2 **C.** 3 **D.** $\dfrac{1}{3}$

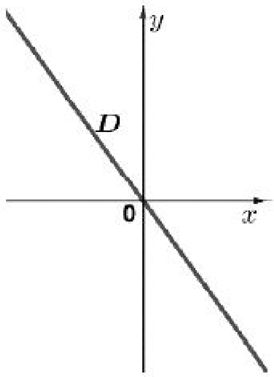
Corrigé

$$m = \frac{5-(-1)}{2-0} = \frac{6}{2} = 3$$

$\boxed{3}$ (choix C)

Exercice 35. D'après sujet 0 - spécialité 2

On a représenté ci-contre une droite D.



Quelle est son équation ?

A. $2x - y = 0$ **B.** $2x + y + 1 = 0$ **C.** $y = x^2 - (x+1)^2 + 1$ **D.** $y = 2x - 1$

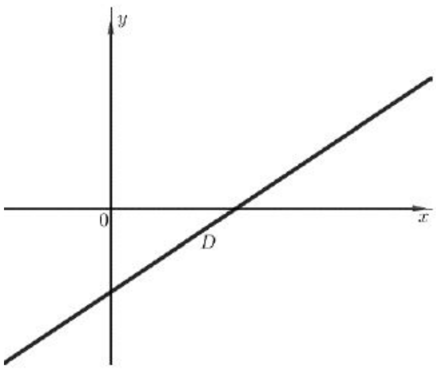
Corrigé

La courbe est une droite qui passe par l'origine du repère donc elle est associée à une fonction affine, donc une équation de droite de la forme $y = mx$) .
Cela exclu les réponse B et D.
Par ailleurs, le coefficient directeur est clairement négatif, cela exclu la réponse A, il reste le choix C car en effet :

$$y = x^2 - (x+1)^2 + 1 \iff y = x^2 - (x^2 + 2x + 1) + 1 = -2x$$

Exercice 36. Sujet 0 - spécifique - 1

On considère une droite D représentée ci-contre.



La seule équation pouvant correspondre à la droite D est :

a. $y = x + 3$

b. $y = x - 3$

c. $y = -x + 3$

d. $y = -x - 3$

Corrigé

La droite est d'équation réduite :

$$y = mx + p$$

D'après la figure, la fonction affine associée est croissante donc le coefficient directeur de la droite est positif ($m > 0$). La droite coupe l'axe des ordonnées en $(0\ ;\ p)$ ce qui nous donne l'ordonnée à l'origine $p < 0$.
Donc la seule équation possible est : $y = x - 3$.

$\boxed{y = x - 3}$ (réponse b)

Partie X. Fonctions

Exercice 37. D'après sujet 0 - spécialité 1

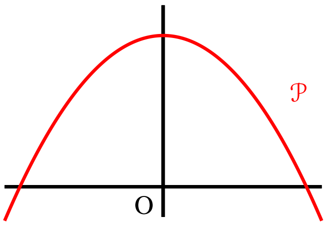
On a représenté ci-contre une parabole $\mathcal{P}$.
Une seule des quatre fonctions ci-dessous est susceptible d'être représentée par la parabole $\mathcal{P}$.

a. $x \longmapsto x^2 - 10$

b. $x \longmapsto -x^2 - 10$

c. $x \longmapsto -x^2 + 10$

d. $x \longmapsto -x^2 + 10x$



Corrigé

La parabole ouvre vers le bas et son sommet ne peut être que $(0; 10)$. Donc :

$\boxed{x \longmapsto -x^2 + 10}$ (choix c)

Exercice 38. D'après sujet 0 - spécialité 1

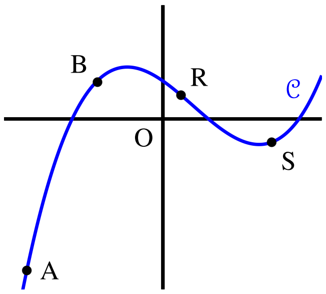
On a représenté ci-contre la courbe $\mathcal{C}$ d'une fonction f. Les points A, B, R et S appartiennent à la courbe.
L'inéquation $x \times f(x) > 0$ est vérifiée par :

a. x_{A} et x_{B}

b. x_{A} et x_{R}

c. x_{A} et x_{S}

d. x_{A}, x_{B} et x_{S}



Corrigé

- A : $x < 0$, $f(x) < 0$ donc produit > 0
- B : $x < 0$, $f(x) > 0$ donc produit < 0
- R : $x > 0$, $f(x) > 0$ donc produit > 0
- S : $x > 0$, $f(x) < 0$ donc produit < 0

Conclusion : l'inéquation est vérifiée pour x_A et x_R.

$\boxed{x_A \text{ et } x_R}$ (choix b)

Exercice 39. D'après sujet 0 - spécialité 2

La fonction $f(x) = (3x - 15)(x + 2)$. Son tableau de signes est :

A.

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

B.

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

C.

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D.

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé

Racines : $x = -2$ et $x = 5$. Pour $x < -2$, $f(x) > 0$; entre -2 et 5, $f(x) < 0$; pour $x > 5$, $f(x) > 0$. C'est le tableau A.

$\boxed{\text{Réponse A}}$

Exercice 40. Sujet 0 - spécifique - 1

On considère la fonction f définie par $f(x) = 7 - \frac{1}{2}(x - 3)^2$. L'image de 3 par f est :

a. $7 - \frac{1}{2}$ b. $7 - \frac{1}{2}(9 + 9)$ c. 7 d. 0

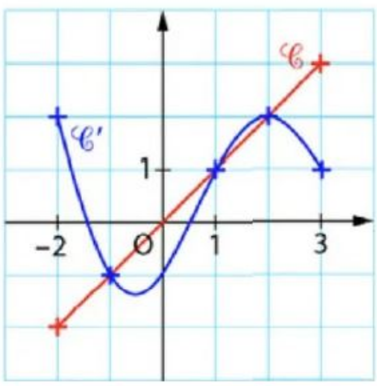
Corrigé

$$f(3) = 7 - \frac{1}{2}(3 - 3)^2 = 7 - 0 = 7.$$

$\boxed{7}$ (réponse c)

Exercice 41. Sujet 0 - Techno - 1

On donne ci-contre les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ représentant respectivement les fonctions f et g.



L'ensemble des solutions de $f(x) \leq g(x)$ est :

a. $[-2; -1]$ b. $[1; 2]$ c. $[-2; -1] \cup [1; 2]$ d. $[-2; -1] \cap [1; 2]$

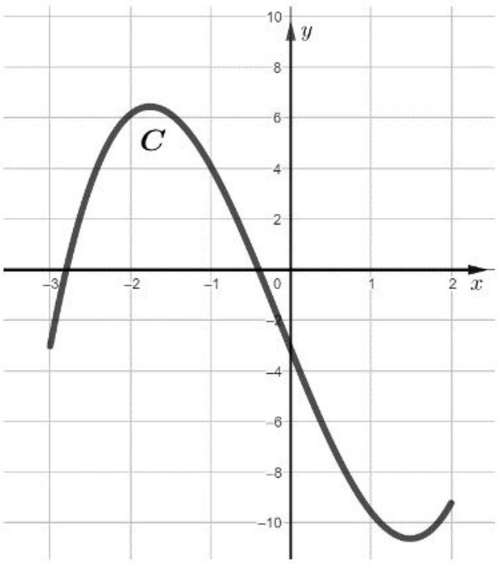
Corrigé

On lit sur le graphique. $f(x) \leq g(x)$ signifie que la courbe de f est en dessous de celle de g. Cela se produit sur $[-2; -1]$ et $[1; 2]$.

$\boxed{[-2; -1] \cup [1; 2]}$ (réponse c)

Exercice 42. Sujet 0 - Techno - 1

On donne ci-contre la courbe $\mathcal{C}$ d'une fonction f sur $[-3; 2]$.



On s'intéresse à l'équation $f(x) = 0$.
Une seule de ces propositions est exacte :

a. Aucune solution b. Exactement une solution c. Deux solutions négatives d. Deux solutions de signes contraires

Corrigé

Astuce : observer les intersections avec l'axe des abscisses. La courbe coupe deux fois l'axe des abscisses.

$\boxed{\text{Deux solutions de signes contraires}}$ (réponse d)

Exercice 43. Sujet 0 - Techno - 1

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de signes est :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

Parmi les quatre expressions proposées pour f, une seule est possible :

a. $f(x) = -3x + 6$ b. $f(x) = x + 2$ c. $f(x) = x - 2$ d. $f(x) = -4x + 2$

Corrigé

Astuce : utiliser la racine donnée par le tableau ($x = 2$). $f(x) = -3x + 6$ s'annule en 2, est positive avant, négative après.

$\boxed{-3x+6}$ (réponse a)

Partie XI. Probabilités

Exercice 44. D'après sujet 0 - spécialité 1

On lance un dé à 4 faces.
La probabilité d'obtenir chacune des faces est donnée dans le tableau ci-dessous :

Face numéro 1	Face numéro 2	Face numéro 3	Face numéro 4
0,5	$\frac{1}{6}$	0,2	x

On peut affirmer que :

a. $x = \frac{2}{15}$ **b.** $x = \frac{2}{3}$ **c.** $x = 0,4$ **d.** $x = 0,1$

Corrigé

La somme des probabilités vaut 1 :

$$0{,}5 + \frac{1}{6} + 0{,}2 + x = 1$$

Soit :

$$\frac{15}{30} + \frac{5}{30} + \frac{6}{30} + x = 1 \quad \Longrightarrow \quad \frac{26}{30} + x = 1$$

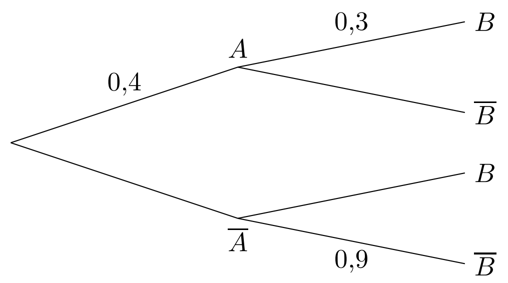
Donc :

$$x = 1 - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\boxed{\frac{2}{15}} \quad \text{(choix a)}$$

Exercice 45. D'après sujet 0 - spécialité 2

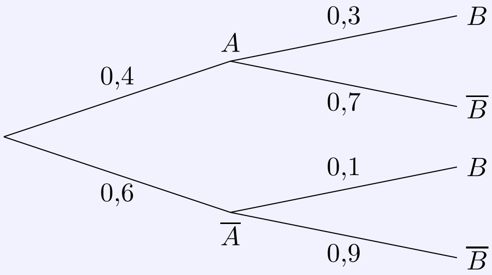
On considère l'arbre de probabilité ci-contre. On cherche la probabilité de l'évènement B.



A. $p(B) = 0{,}18$ **B.** $p(B) = 0{,}12$ **C.** $p(B) = 0{,}66$ **D.** $p(B) = 0{,}3$

Corrigé

On complète l'arbre



A. $p(B) = 0{,}18$ **B.** $p(B) = 0{,}12$ **C.** $p(B) = 0{,}66$ **D.** $p(B) = 0{,}3$

Les événements A et $\overline{A}$ forment une **partition** de l'univers. On applique la formule des probabilités totales en notation conditionnelle $P_A(B)$:

$$P(B) = P(A)\,P_A(B) + P(\overline{A})\,P_{\overline{A}}(B).$$

D'après l'arbre : $P(A) = 0{,}4$, $P_A(B) = 0{,}3$, $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0{,}9$, donc $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}1$.

$$P(B) = 0{,}4 \times 0{,}3 + 0{,}6 \times 0{,}1 = 0{,}12 + 0{,}06 = 0{,}18.$$

$\boxed{0{,}18}$ (choix A)

Partie XII. Statistiques (moyennes, médiane ...)

Exercice 46. D'après sujet 0 - spécialité 1

Voici une série de notes avec les coefficients associés.

Note	10	8	16
Coefficient	1	2	x

On note m la moyenne de cette série.
Que doit valoir x pour que $m = 15$?

a. impossible **b.** $x = 10^{-3}$ **c.** $x = 3$ **d.** $x = 19$

Corrigé

La moyenne pondérée vaut :

$$m = \frac{10 \times 1 + 8 \times 2 + 16 \times x}{1 + 2 + x} = \frac{26 + 16x}{3 + x}$$

On impose $m = 15$:

$$\frac{26 + 16x}{3 + x} = 15 \quad \Longleftrightarrow \quad 26 + 16x = 45 + 15x \quad \Longleftrightarrow \quad x = 19$$

$$\boxed{x = 19} \quad \text{(choix d)}$$

Exercice 47. Sujet 0 - spécifique - 1

Voici deux séries de valeurs :

Série A : $1;\ 2;\ 3$ Série B : $0,5;\ 2;\ 100$

Une seule de ces affirmations est exacte :

- a. Les deux séries ont la même moyenne et la même médiane.
- b. Les deux séries ont la même moyenne mais pas la même médiane.
- c. Les deux séries ont la même médiane mais pas la même moyenne.
- d. Les deux séries n'ont ni la même moyenne ni la même médiane.

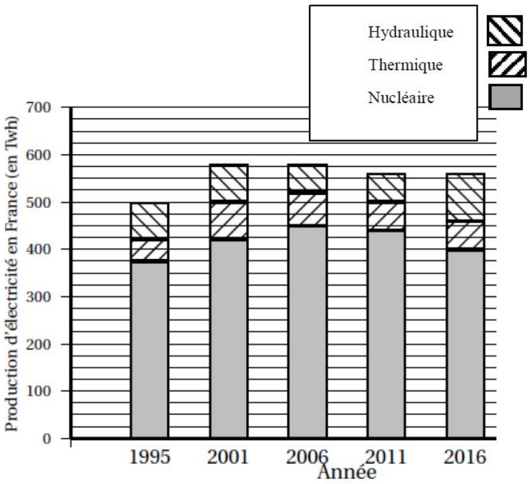
Corrigé

- Moyenne(A) $= \frac{1+2+3}{3} = 2$.
- Médiane(A) $= 2$.
- Moyenne(B) $= \frac{0,5+2+100}{3} = 34,16....$
- Médiane(B) $= 2$.

Donc : même médiane mais pas même moyenne.

$\boxed{\text{Réponse c}}$

Exercice 48. Sujet 0 - Techno - 1



Le diagramme en barres donne la production d'électricité (TWh) selon l'origine. L'année où la production d'électricité d'origine hydraulique était la plus importante est :

a. 1995 b. 2001 c. 2011 d. 2016

Corrigé

Astuce : on lit directement la hauteur des barres « hydraulique ». On compare visuellement et on choisit l'année où la barre est la plus haute.

Réponse visible sur le diagramme 2016

Partie XIII. Correction

Les corrigés sont disponibles : www.math93.com