Math93.com

TD 2 - Première Spécialité Maths
Second degré

D'après le cours, les fonctions polynômes du second degré peuvent être de 6 types différents selon que le discriminant est strictement positif, nul ou négatif et selon le signe de a. On se propose ici de trouver 6 exemples correspondants et de les étudier en intégralité.

Exercice 1. Cas $\Delta > 0$ et $a > 0$ avec ici $a \neq 1$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f : x \longmapsto f(x) = 2x^2 + 10x + 12$.

1. Équation et interprétation graphique.

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \Delta = \cdots$$

Puisque $\Delta = \cdots\cdots > 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions réelles qui sont :

$$\begin{cases} x_1 = \\ \\ x_2 = \end{cases}$$

Ces solutions sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses. Ces points sont de coordonnées :

$$A\Big(\cdots\cdots ; \cdots\cdots\Big) \quad ; \quad B\Big(\cdots\cdots ; \cdots\cdots\Big)$$

2. Factorisation éventuelle de $f(x)$.

3. Inéquation, étude de signe et interprétation graphique.
Le trinôme du second degré $f(x)$ est du signe de $a = \cdots\cdots$ à l'extérieur des racines donc on obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe $f(x)$	

On a donc :

- $f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in I = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$
La courbe $\mathscr{C}_f$ est donc $\cdots\cdots\cdots\cdots$ de l'axe des abscisses quand $x \in I$.

- $f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in J = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$
La courbe $\mathscr{C}_f$ est donc $\cdots\cdots\cdots\cdots$ de l'axe des abscisses quand $x \in J$.

4. Étude de la fonction et graphe.

4. a. On a :

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = & \cdots \\ \alpha = & \cdots \\ \beta = & \cdots \end{cases}$$

4. b. Donner la forme canonique :

$$f(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

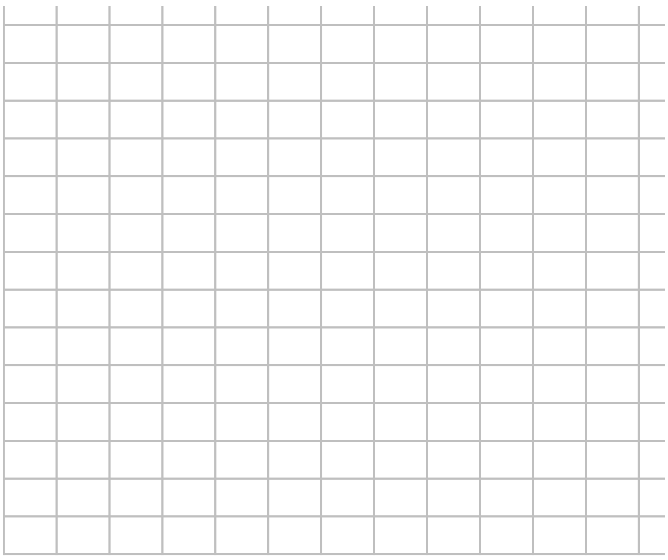
4. c. Donner le coordonnées du sommet S de la parabole :

$$S\,(\cdots\ ;\ \cdots)$$

4. d. Dresser le tableau de variation de la fonction f et plaçant les éventuelles racines de f :

x	$-\infty$ $\qquad$ $\cdots$ $\qquad$ $+\infty$
variations de f	

4. e. Construire $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f et faisant figurer les éventuels points d'intersection avec l'axe des abscisses.



Exercice 2. Cas $\Delta > 0$ et $a < 0$ avec ici $a \neq -1$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \longmapsto f(x) = -2x^2 - 6x + 7$$

1. Équation et interprétation graphique.

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \Delta = \cdots$$

Puisque $\Delta = \cdots\cdots > 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions réelles qui sont :

$$\begin{cases} x_1 = \\ \\ x_2 = \end{cases}$$

Ces solutions sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses. Ces points sont de coordonnées :

$$A\Big(\cdots\cdots \,;\, \cdots\cdots\Big) \quad ; \quad B\Big(\cdots\cdots \,;\, \cdots\cdots\Big)$$

2. Factorisation éventuelle de $f(x)$.

3. Inéquation, étude de signe et interprétation graphique.

Le trinôme du second degré $f(x)$ est du signe de $a = \cdots\cdots$ à l'extérieur des racines donc on obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe $f(x)$	

On a donc :

- $f(x) > 0 \iff x \in I = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
  La courbe $\mathscr{C}_f$ est donc $\cdots\cdots\cdots\cdots$ de l'axe des abscisses quand $x \in I$.

- $f(x) < 0 \iff x \in J = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
  La courbe $\mathscr{C}_f$ est donc $\cdots\cdots\cdots\cdots$ de l'axe des abscisses quand $x \in J$.

4. Étude de la fonction et graphe.

4. a. On a :

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = & \cdots \\ \alpha = & \cdots \\ \beta = & \cdots \end{cases}$$

4. b. Donner la forme canonique :

$$f(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

4. c. Donner le coordonnées du sommet S de la parabole :

$$S\left(\cdots \,;\, \cdots\right)$$

4. d. Dresser le tableau de variation de la fonction f et plaçant les éventuelles racines de f :

x	$-\infty$ $\qquad$ $\cdots$ $\qquad$ $+\infty$
variations de f	

4. e. Construire $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f et faisant figurer les éventuels points d'intersection avec l'axe des abscisses.

Exercice 3. Cas $\Delta = 0$ et $a > 0$ avec ici $a \neq 1$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \longmapsto f(x) = 3x^2 + 6x + 3$$

1. Équation et interprétation graphique.

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \Delta = \cdots$$

Puisque $\Delta = 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution réelle qui est :

$x_1 = \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Cette solution est l'abscisse du point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses. Ce point est de coordonnée :

$$A\Big(\cdots\cdots\ ;\ \cdots\cdots\Big)$$

2. Factorisation éventuelle de $f(x)$.

3. Inéquation, étude de signe et interprétation graphique.

Le trinôme du second degré $f(x)$ est du signe de $a = \cdots\cdots$ partout, donc on obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe $f(x)$	

On a donc :

- $f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in I = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- $f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in J = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- Interprétation graphique : la courbe $\mathscr{C}_f$ est $\ldots\ldots\ldots\ldots$
  $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
  $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

4. Étude de la fonction et graphe.

4. a. On a :

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = & \cdots \\ \alpha = & \cdots \\ \beta = & \cdots \end{cases}$$

4. b. Donner la forme canonique :

$$f(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

4. c. Donner le coordonnées du sommet S de la parabole :

$$S(\cdots\ ;\ \cdots)$$

4. d. Dresser le tableau de variation de la fonction f et plaçant les éventuelles racines de f :

x	$-\infty$ $\qquad$ $\cdots$ $\qquad$ $+\infty$
variations de f	

4. e. Construire $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f et faisant figurer les éventuels points d'intersection avec l'axe des abscisses.

Exercice 4. Cas $\Delta = 0$ et $a < 0$ avec ici $a \neq -1$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \longmapsto f(x) = -5x^2 + 20x - 20$$

1. Équation et interprétation graphique.

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \Delta = \cdots$$

Puisque $\Delta = 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution réelle qui est :

$x_1 =$ ....

Cette solution est l'abscisse du point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses. Ce point est de coordonnée :

$$A\Big(\cdots\cdots\ ;\ \cdots\cdots\Big)$$

2. Factorisation éventuelle de $f(x)$.

3. Inéquation, étude de signe et interprétation graphique.

Le trinôme du second degré $f(x)$ est du signe de $a = \cdots\cdots$ partout, donc on obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $+\infty$
signe $f(x)$	

On a donc :

- $f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in I =$ ....
- $f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in J =$ ....
- Interprétation graphique : la courbe $\mathscr{C}_f$ est ....

4. Étude de la fonction et graphe.

4. a. On a :

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = & \cdots \\ \alpha = & \cdots \\ \beta = & \cdots \end{cases}$$

4. b. Donner la forme canonique :

$$f(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

4. c. Donner le coordonnées du sommet S de la parabole :

$$S\,(\cdots\ ;\ \cdots)$$

4. d. Dresser le tableau de variation de la fonction f et plaçant les éventuelles racines de f :

x	$-\infty$ $\cdots$ $+\infty$
variations de f	

4. e. Construire $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f et faisant figurer les éventuels points d'intersection avec l'axe des abscisses.

Exercice 5. Cas $\Delta < 0$ et $a > 0$ avec ici $a \neq 1$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \longmapsto f(x) = 2x^2 + 2x + 2$$

1. Équation et interprétation graphique.

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \Delta = \cdots$$

Puisque $\Delta < 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ ....
....
....

2. Factorisation éventuelle de $f(x)$.

3. Inéquation, étude de signe et interprétation graphique.

Le trinôme du second degré $f(x)$ est du signe de $a = \cdots\cdots$ partout, donc on obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe $f(x)$	

On a donc :

- $f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in I =$ ....
- $f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in J =$ ....
- Interprétation graphique : la courbe $\mathscr{C}_f$ est ....
....
....

4. Étude de la fonction et graphe.

4. a. On a :

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = & \cdots \\ \alpha = & \cdots \\ \beta = & \cdots \end{cases}$$

4. b. Donner la forme canonique :

$$f(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

4. c. Donner le coordonnées du sommet S de la parabole :

$$S\,(\cdots\ ;\ \cdots)$$

4. d. Dresser le tableau de variation de la fonction f et plaçant les éventuelles racines de f :

x	$-\infty$ $\qquad$ $\cdots$ $\qquad$ $+\infty$
variations de f	

4. e. Construire $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f et faisant figurer les éventuels points d'intersection avec l'axe des abscisses.

Exercice 6. Cas $\Delta < 0$ et $a < 0$ avec ici $a \neq -1$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \longmapsto f(x) = -5x^2 + x - 10$$

1. Équation et interprétation graphique.

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \Delta = \cdots$$

Puisque $\Delta < 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ ....
....
....

2. Factorisation éventuelle de $f(x)$.

3. Inéquation, étude de signe et interprétation graphique.

Le trinôme du second degré $f(x)$ est du signe de $a = \cdots\cdots$ partout, donc on obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
signe $f(x)$	

On a donc :

- $f(x) > 0 \iff x \in I =$ ....
- $f(x) < 0 \iff x \in J =$ ....
- Interprétation graphique : la courbe $\mathscr{C}_f$ est ....
....
....

4. Étude de la fonction et graphe.

4. a. On a :

$$\begin{cases} a = & \cdots \\ b = & \cdots \\ c = & \cdots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = & \cdots \\ \alpha = & \cdots \\ \beta = & \cdots \end{cases}$$

4. b. Donner la forme canonique :

$$f(x) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

4. c. Donner le coordonnées du sommet S de la parabole :

$$S(\cdots\ ;\ \cdots)$$

4. d. Dresser le tableau de variation de la fonction f et plaçant les éventuelles racines de f :

x	$-\infty$ $\qquad$ $\cdots$ $\qquad$ $+\infty$
variations de f	

4. e. Construire $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f et faisant figurer les éventuels points d'intersection avec l'axe des abscisses.

↫ **Fin du devoir** ↬