Math93.com

DNB - Brevet des Collèges 2016 Polynésie

21 juin 2016

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter

/

Remarque : *dans la correction détaillée ici proposée, les questions des exercices sont presque intégralement réécrites pour faciliter la lecture et la compréhension du lecteur. Il est cependant exclu de faire cela lors de l'examen, le temps est précieux ! Il est par contre nécessaire de numéroter avec soin vos questions et de souligner ou encadrer vos résultats. Pour plus de précisions et d'astuces, consultez la page dédiée de math93.com : présenter une copie, trucs et astuces.*

Exercice 1. Probabilités — 6 points

Le joueur achète un ticket au prix de 2 euros. Le ticket est gagnant si le montant du gain est supérieur ou égal à 2 euros.

	Nombre de tickets	« Montant du gain » par ticket	
	532 173	0 €	
	100 000	2 €	Tickets gagnants
	83 000	4 €	
	20 860	6 €	
	5 400	12 €	
	8 150	20 €	
	400	150 €	
	15	1 000 €	
	2	15 000 €	
Total	**750 000**		

1. Si on prélève un ticket au hasard dans le lot,

1. a. quelle est la probabilité d'obtenir un ticket gagnant dont le montant du gain est 4 euros ?

On suppose être en condition d'équiprobabilité dans tout l'exercice.

Sur un total de 750 000 tickets, le nombre de tickets gagnant dont le montant du gain est 4 euros est de 83 000 : La probabilité d'obtenir un ticket gagnant dont le montant du gain est supérieur à 4 euros est donc :

$$\boxed{p_1 = \frac{83\,000}{750\,000} = \frac{83}{750} \approx 0,111}$$

1. b. quelle est la probabilité d'obtenir un ticket gagnant ?

Le ticket est gagnant si le montant du gain est supérieur ou égal à 2 euros. Or il y a 523 173 tickets qui ne sont pas gagnant sur les 750 000, donc $750\,000 - 523\,173 = 217\,827$ qui sont gagnants.

La probabilité d'obtenir un ticket gagnant est donc :

$$\boxed{p_2 = \frac{217\,827}{750\,000} \approx 0,290}$$

1. c. expliquer pourquoi on a moins de 2% de chances d'obtenir un ticket dont le gain est supérieur ou égal à 10 euros.

Sur les 750 000 tickets, les tickets dont le montant du gain est supérieur ou égal à 10 euros sont ceux à 12, 20, 150, 1 000 ou 15 000 euros. Ils sont au nombre de :

$$5\,400 + 8\,150 + 400 + 15 + 2 = 13\,967$$

La probabilité d'obtenir un ticket dont le montant du gain est supérieur ou égal à 10 euros est alors de :

$$\boxed{p_3 = \frac{13\,967}{750\,000} \approx 0,019 < 2\%}$$

On a donc moins de 2% de chances d'obtenir un ticket dont le gain est supérieur ou égal à 10 euros

2. Tom dit : « Si j'avais assez d'argent, je pourrais acheter un lot complet de tickets. Je deviendrais encore plus riche ».

- Le coût d'achat de tous les tickets est :

$$C = 750\,000 \times 2€ = 1\,500\,000€$$

- Le montant de tous les gains est alors de :

$2 \times 15\,000€ + 15 \times 1\,000€ + 400 \times 150€ + 8\,150 \times 20€ + 5\,400 \times 12€ + 20\,860 \times 6€ + 83\,000 \times 4€ + 1000\,100 \times 2€ = \underline{989\,960€}$

- Le montant des gains est inférieur au coût total des tickets, Tom a donc tort.

Exercice 2. Programme de calcul — 6 points

Voici un programme de calcul :

Étape 1	Choisir un nombre entier positif
Étape 2	Ajouter 1
Étape 3	Calculer le carré du résultat
Étape 4	Enlever le carré du nombre de départ

1. On applique ce programme de calcul au nombre 3. Montrer que le résultat obtenu est 7.

Étape 1	Choisir un nombre entier positif	3
Étape 2	Ajouter 1	$3+1=4$
Étape 3	Calculer le carré du résultat	$4^2=16$
Étape 4	Enlever le carré du nombre de départ	$16-3^2=16-9=\underline{7}$

Le résultat obtenu avec 3 au départ est bien 7.

2. Voici deux affirmations :

Affirmation 1

Le chiffre des unités du résultat obtenu est 7.

Affirmation 2

Chaque résultat peut s'obtenir en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui suit.

2. a. Vérifier que ces deux affirmations sont vraies pour les nombres 8 et 13.

Étape 1	Choisir un nombre entier positif	8	13
Étape 2	Ajouter 1	$8+1=9$	$13+1=14$
Étape 3	Calculer le carré du résultat	$9^2=81$	$14^2=196$
Étape 4	Enlever le carré du nombre de départ	$81-8^2=\underline{17}$	$196-13^2=\underline{27}$

- Donc avec 8 on obtient 17,
  17 est un nombre dont le chiffre des unité est 7 donc l'affirmation 1 est vraie.
  En outre on a :
  $$17=8+9$$
  Le résultat peut s'obtenir en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui suit. L'affirmation 2 est vraie.

- Donc avec 13 on obtient 27,
  27 est un nombre dont le chiffre des unité est 7 donc l'affirmation 1 est vraie.
  En outre on a :
  $$27=13+14$$
  Le résultat peut s'obtenir en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui suit. L'affirmation 2 est vraie.

2. b. Pour chacune des affirmation, expliquez si elle est vraie ou fausse quelque soit le nombre choisi au départ.

- **Pour l'affirmation 1.**

Étape 1	Choisir un nombre entier positif	1
Étape 2	Ajouter 1	$1+1=2$
Étape 3	Calculer le carré du résultat	$2^2=4$
Étape 4	Enlever le carré du nombre de départ	$4-1^2=3$

En prenant 1 au départ on obtient 3 dont le chiffre des unités n'est pas 7, *l'affirmation 1 n'est donc pas toujours vraie.*

- **Pour l'affirmation 2.**
On va partir d'un nombre quelconque, entier positif que l'on peut noter n.

Étape 1	Choisir un nombre entier positif	n
Étape 2	Ajouter 1	$n+1$
Étape 3	Calculer le carré du résultat	$(n+1)^2$
Étape 4	Enlever le carré du nombre de départ	$(n+1)^2-n^2$

On obtient donc la différence de deux carrés $(n+1)^2-n^2$, terme que l'on peut développer :

$$(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$$

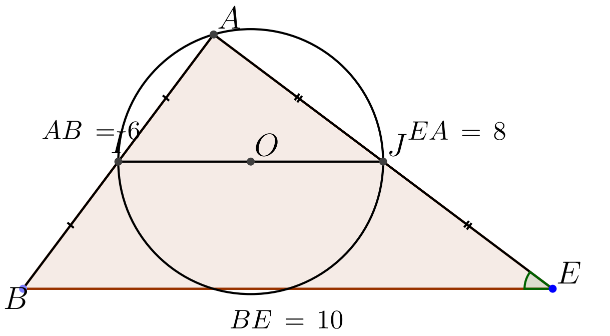
Or $2n+1$ pour s'écrire sous la forme d'une somme de l'entier n et de son suivant $n+1$:

$$2n+1=n+(n+1)$$

L'affirmation 2 est donc toujours vraie.

©ISSN 2272-5318

Exercice 3. Géométrie — 6 points



1. Peut-on affirmer que les droites (IJ) et (BE) sont parallèles ?
Dans le triangle ABE, les points I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AE], donc d'après le théorème des milieux, les droites (IJ) et (BE) sont parallèles.

2. Montrer que le triangle ABE est rectangle.
Si le triangle BEA est rectangle, c'est forcément en A car BE est le plus grand cé. On a:

D'une part : $BE^2 = 10^2$ $BE^2 = 100$	et	D'autre part : $BA^2 + EA^2 = 6^2 + 8^2$ $BA^2 + EA^2 = 36 + 64$ $BA^2 + EA^2 = 100$

Conclusion : $BE^2 = BA^2 + EA^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BEA est rectangle en A.

3. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AEB}$? Arrondir au degré.
Le triangle ABE est rectangle en A donc :

$$\sin \widehat{AEB} = \frac{AB}{BE} = \frac{6}{10}$$

La calculatrice donne alors arrondi au degré :

$$\boxed{\widehat{AEB} = \arcsin \frac{6}{10} \approx 37^\circ}$$

4.

4. a. Justifier que le centre du cercle (C) est le milieu du segment [IJ].
Le triangle IAJ est rectangle en A donc le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse [IJ].

4. b. Quelle est la mesure du rayon du cercle (C).
Dans le triangle ABE, les points I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AE], donc d'après le théorème des milieux, les droites (IJ) et (BE) sont parallèles et

$$IJ = \frac{BE}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

La mesure du rayon du cercle (C) est donc de $R = IJ \div 2 = 2,5$ cm.

 ©ISSN 2272-5318

Exercice 4. Tableur et vitesse — 7 points

Nom du sportif	Alix	David	Gwenn	Yassin	Zoé
Distance parcourue (en km)	35	42	27	35	42
Durée de la randonnée	2 h	3 h	1 h 30 min	1 h 45 min	1 h 36 min
Vitesse moyenne (en km/h)	17,5				

1. Quelle distance David a-t-il parcourue ?
David a parcouru 42 km .

2. Calculer les vitesse moyennes de David et Gwenn.

- David a parcouru 42 km en 3 h soit une vitesse moyenne de :

$$v_1 = \frac{42}{3} = 14\ \text{km}/h$$

- Gwenn a parcouru 27 km en 1 h 30 min soit en 1,5 h. Sa vitesse moyenne est alors de :

$$v_2 = \frac{27}{1,5} = 18\ \text{km}/h$$

3. On utilise la feuille ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F
1	Nom du sportif	Alix	David	Gwenn	Yassin	Zoé
2	Distance parcourue (en km)	35	42	27	35	42
3	Durée de la randonnée (en h)	2	3	1,5		
4	Vitesse moyenne (en km/h)	17,5				

3. a. Quel nombre doit-il saisir dans la cellule $E3$ pour renseigner le temps de Yassine ?
Dans la cellule $E3$ il faut renseigner la durée de la randonnée de Yassine en heures. Or cette durée est de 1h 45 min soit en heure décimale :

$$1\ \text{h}45\ \text{min} = 1\ \text{h} + \frac{45}{60}\ \text{h} = 1,75\ \text{h}$$

Il faut donc saisir le nombre $\underline{1,75}$ dans la cellule $E3$.

3. b. Expliquer pourquoi il faut saisir 1,6 dans la cellule $F3$ pour renseigner le temps de Zoé ?
Dans la cellule $F3$ il faut renseigner la durée de la randonnée de Zoé en heures. Or cette durée est de 1h 36 min soit en heure décimale :

$$1\ \text{h}36\ \text{min} = 1\ \text{h} + \frac{36}{60}\ \text{h} = 1,6\ \text{h}$$

Il faut donc saisir le nombre $\underline{1,6}$ dans la cellule $F3$.

3. c. Quelle formule de tableur peut-il saisir dans le cellule $B4$ avant de l'étirer sur la ligne 4 ?
La formule de tableur peut-il saisir dans le cellule $B4$ avant de l'étirer sur la ligne 4 est :

$$\boxed{= B2/B3}$$

4. La montre GPS de Stephan indique qu'il a fait le circuit de 35 km à la vitesse moyenne de 25 km/h. Combien a-t-il mis pour faire sa randonnée ? (en heures et minutes)
Stephan a fait le circuit de 35 km à la vitesse moyenne de 25 km/h (25km en 60 min) soit :

Distance	35 km	25 km
Temps	?	60 min

Le temps pour faire ce parcours est donc de :

$$t = \frac{35 \times 60}{25} = 84\ \text{min} = 60\ \text{min} + 24\ \text{min} = \underline{1\ \text{h}\ \ 24\ \text{min}}$$

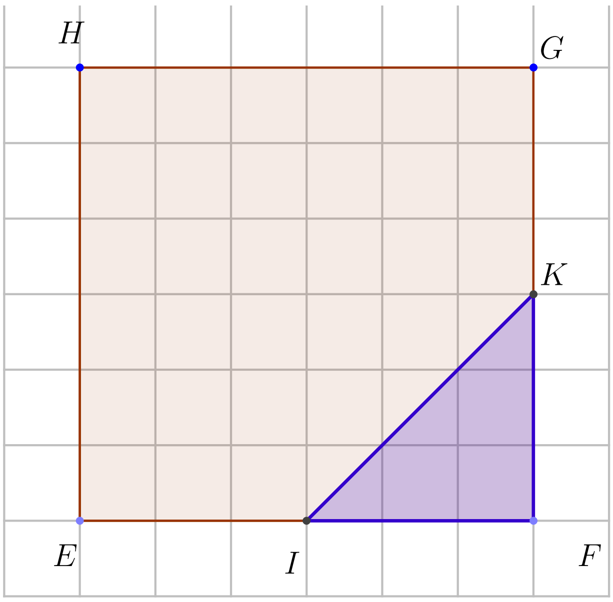
©ISSN 2272-5318

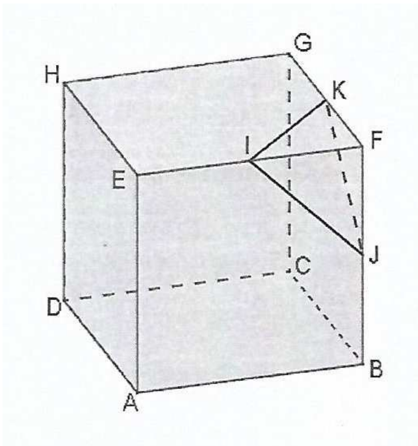
Exercice 5. Volume et espace — 4 points

Le cube est de côté 6 cm. I, J et K sont les milieux des arêtes.

1. Tracer le triangle IKF en vraie grandeur.

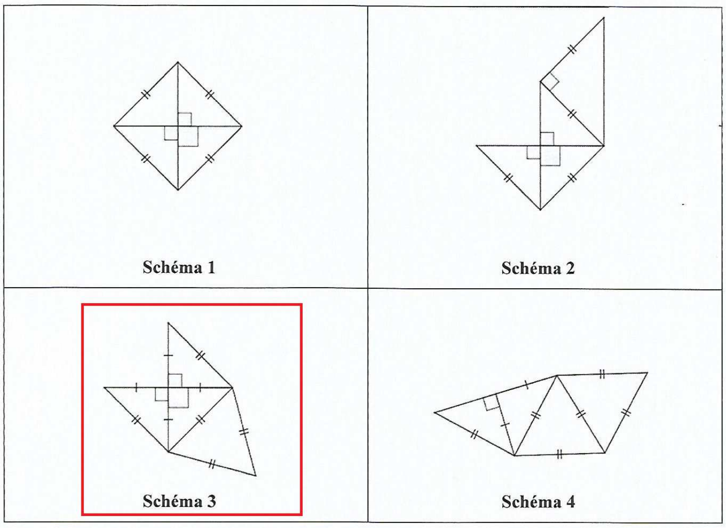
IFK est rectangle en F. Le plus simple est pour le construire, de tracer la face carrée EFGH, puis de joindre les milieux des segments [AF] et [FG].





2. Un des quatre schémas est le patron de la pyramide FIJK. Indiquer son numéro sans justification.

Les faces de la pyramide sont formées par 4 triangle : 3 triangles rectangles ,IFK, IFJ et KFJ, et d'un triangle équilatéral, IJK. Le schéma 3 est donc le patron de la pyramide FIJK.



3. Calculer le volume de la pyramide FIJK.

L'aire du triangle rectangle IFK est :

$$\mathcal{A}_(IFK) = \frac{FI \times FK}{2} = \frac{3 \times 3}{2} = 4,5 \text{ cm}^2$$

Donc le volume de la pyramide de base le triangle IFK et de hauteur associée [FJ] est :

$$\boxed{\mathcal{V}_(IFKJ) = \frac{\mathcal{A}_(IFK) \times FJ}{3} = \frac{4,5 \times 3}{3} = \underline{4,5 \text{ cm}^3}}$$

Exercice 6. Problème — 4 points

Modèle PRIMA	Version ESSENCE	Version DIESEL
	• Consommation moyenne : 6,2 L pour 100 km • Type de moteur : essence • Carburant : SP 95 • Prix d'achat : 21 550 €	• Consommation moyenne : 5,2 L pour 100 km • Type de moteur : diesel • Carburant : gazole • Prix d'achat : 23 950 €

Estimation du prix des carburants par M. DURAND en 2015

- Prix d'un litre de SP 95 : 1,415 €
- Prix d'un litre de gazole : 1,224 €

M. Durand a parcouru 22 300 km en moyenne par an.

1. Recopier et compléter le tableau.

	Version ESSENCE	Version DIESEL
Consommation de carburant (en L)	$1\,383$	$1\,159,6$
Budget de carburant (en euros)	$1\,957$	$1\,419,35$

- La version diesel consomme 5,2 L pour 100 km donc pour 22 300 km la consommation est de :
$$5,2 \times 22\,300 \div 100 = \underline{1\,159{,}6\mathcal{L}}$$
- Le budget correspondant est alors de :
$$1\,159{,}6 \times 1,224€ \approx \underline{1\,419{,}35€}$$

2. M. Durand choisit la version diesel. En considérant qu'il parcourt 22 300 km par an, en combien d'années l'économie réalisée sur le carburant compensera-t-il l'écart de prix d'achat ?

- La différence de prix d'achat est :
$$23\,950 - 21\,550 = 2\,400€$$
- La différence de prix pour le budget carburant est par an et pour 22 300 km de :
$$1\,957 - 1\,419,35 = 537,65€$$
- Donc :
$$\frac{2\,400}{537,65} \approx 4,47$$
Au bout de 5 ans l'économie réalisée sur le carburant compensera la différence de prix d'achat.

Exercice 7. — 3 points

1. La superficie restante est :
$$1 - \frac{5}{17} = \frac{12}{17}$$
Donc les mers et océans occupent donc $\frac{12}{17}$ de la superficie totale de la Terre.

L'océan pacifique occupe donc la moitié des $\frac{12}{17}$ restant soit $\frac{6}{17}$ de la superficie totale de la terre

2. La superficie de l'océan Pacifique est de 180 000 000 km^2. Déterminer la superficie de la Terre.
En notant T la superficie de la terre on a la relation :
$$\frac{6}{17} \times T = 180\,000\,000 \text{ km}^2 \Longrightarrow T = \frac{180\,000\,000 \times 17}{6} \text{ km}^2 = \underline{510\,000\,000 \text{ km}^2}$$