Math93.com

# DNB - Brevet des Collèges 2017 Asie

## 27 juin 2017
## Correction

---

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter

/

**Remarque** : *dans la correction détaillée ici proposée, les questions des exercices sont presque intégralement réécrites pour faciliter la lecture et la compréhension du lecteur. Il est cependant exclu de faire cela lors de l'examen, le temps est précieux ! Il est par contre nécessaire de numéroter avec soin vos questions et de souligner ou encadrer vos résultats. Pour plus de précisions et d'astuces, consultez la page dédiée de math93.com : présenter une copie, trucs et astuces.*

*Le sujet est noté sur 50 points : 45 points sur les exercices et 5 points de maitrise de la langue.*

## Exercice 1. 4 points

*Aux États-Unis, la température se mesure en degré Fahrenheit (en °F). En France, elle se mesure en degré Celsius (en °C). Pour faire les conversions d'une unité à l'autre, on a utilisé un tableur.*

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | **Conversions** | |
| 2 | Température en °C | Température en °F |
| 3 | -5 | 23 |
| 4 | 0 | 32 |
| 5 | 5 | 41 |
| 6 | 10 | 50 |
| 7 | 15 | 59 |
| 8 | 20 | 68 |
| 9 | 25 | 77 |

1. **Quelle température en °F correspond à une température de 20°C ?**
La ligne 8 du tableur indique qu'une température de 20°C correspond à une température de 68°F.

2. **Quelle température en °C correspond à une température de 41°F ?**
La ligne 5 du tableur indique qu'une température de 41°F correspond à une température de 5°C.

3. **Pour convertir la température de °C en °F, il faut multiplier la température en °C par 1,8 puis ajouter 32. On a écrit une formule en B3 puis on l'a recopiée. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B3 ?**
Dans la cellule B3 on a écrit la formule : $\boxed{= A3 * 1.8 + 32}$.

## Exercice 2. 5 points

*Dans une classe de 24 élèves, il y a 16 filles.*

1. **L'un des deux diagrammes ci-dessous peut-il répartition des élèves de cette classe ?**

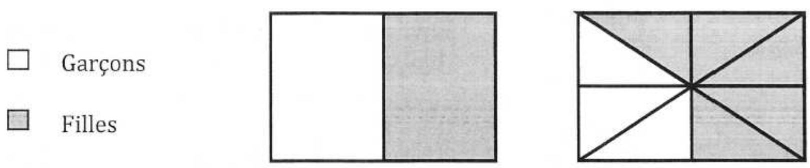
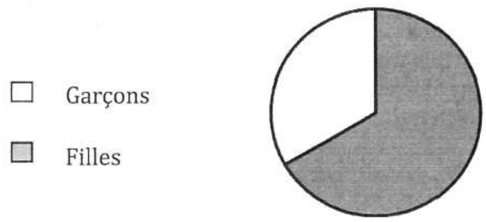



Diagramme 1 Diagramme 2

Les 16 filles sur 24 élèves représentent en proportion $p = \dfrac{16}{24} = \dfrac{2}{3}$ des élèves. Or sur le diagramme 1, les filles représentent $\dfrac{1}{2}$ du nombre total et sur le diagramme 2, les filles représentent $\dfrac{5}{8}$ du nombre total d'élèves. Aucun des deux diagrammes ne convient.

**2. On a représenté la répartition circulaire. Écrire le calcul permettant de déterminer la mesure de l'angle du secteur qui représente les garçons.**




Les 16 filles sur 24 élèves représentent en proportion de $p = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$, donc les garçons $\frac{1}{3}$ du total d'élèves.
L'angle $\widehat{a}$ correspondant devra donc faire $\frac{1}{3}$ de 360° soit :

$$\widehat{a} = \frac{1}{3} \times 360° = \underline{120°}$$

## Exercice 3. 6 points

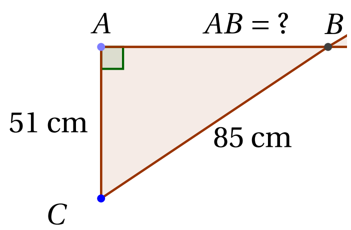
**1. Dans chacun des cas suivants, indiquer sur la copie la réponse qui correspond à la longueur du segment [AB] parmi les réponses proposées. Aucune justification n'est attendue.**

**2. Pour l'un des trois cas uniquement, au choix justifier la réponse sur la copie en rédigeant.**

*On va ici justifier les 3 calculs, un seul était demandé.*

**Question 1** (Réponse a )

Dans ce cas : $AC = 51$ cm ; $CB = 85$ cm et $DE = 64$ cm.




$\boxed{\textbf{a.}\ 68 \text{ cm}}$ **b.** 99,1 cm **c.** 67,7 cm

**Preuve**.
Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$, d'après le théorème de Pythagore on a :

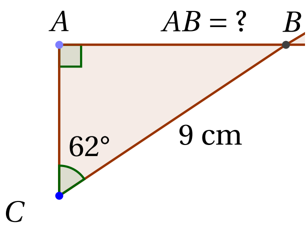
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$85^2 = AB^2 + 51^2$$
$$AB^2 = 85^2 - 51^2$$
$$AB^2 = 7225 - 2601$$
$$AB^2 = 4624$$

Or AB est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$AB = \sqrt{4624}$$
$$AB = \underline{68 \text{ cm}}$$

**Question 2** (Réponse c )

$\widehat{ACB} = 62°$ ; $CB = 9$ cm et $BE = 5$ cm




**a.** Environ 10,2 cm **b.** Environ 4,2 cm $\boxed{\textbf{c.}\ \text{Environ 7,9 cm}}$

**Preuve.**
Le triangle ABC est rectangle en A donc :

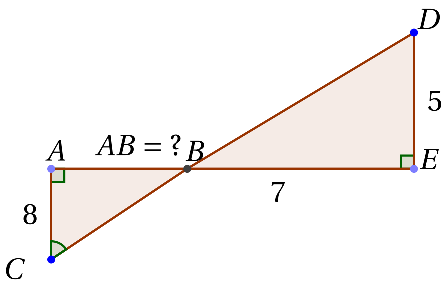
$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} \iff \sin 62° = \frac{AB}{9}$$

Et donc

$$\boxed{AB = 9 \times \sin 62° \approx \underline{7,9 \text{ cm}}}$$

**Question 3** (Réponse a )

$AC = 8$ cm ; $BE = 7$ cm et $DE = 5$ cm




$\boxed{\textbf{a.}\ 11,2 \text{ cm}}$ **b.** 10,6 cm **c.** 4,3 cm

**Preuve.**

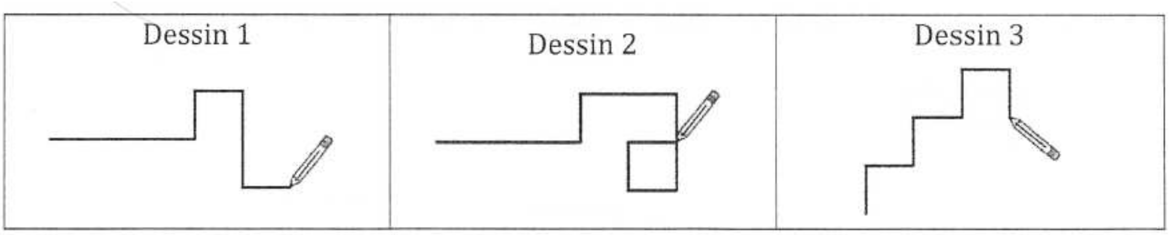
- **Données**
  - ❏ Les points B, A, E et B, C, D sont alignés sur deux droites sécantes en B;
  - ❏ Les droites $(AC)$ et $(DE)$ sont parallèles car elles sont perpendiculaires à une même troisième droite (AE).
- **Le théorème**
  Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :
  $$\frac{BA}{BE} = \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{DE}$$
  Puis en remplaçant par les valeurs
  $$\frac{BA}{7} = \frac{BC}{BD} = \frac{8}{5}$$
- **Calcul de $AB$.**
  $$AB = \frac{8 \times 7}{5} = \underline{11,2 \text{ cm}}$$

*Remarque : la preuve utilisant la trigonométrie est toujours bien plus rapide à rédiger.*

## Exercice 4. 4 points

Margot a écrit le programme suivant. Il permet de dessiner avec trois touches du clavier.

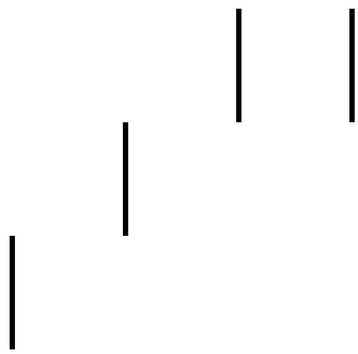
**1. Parmi les trois dessins suivants, un seul ne pourra pas être réalisé avec ce programme. Lequel ? Expliquer.**




C'est le dessin n°2 qui ne peut pas avoir été réalisé avec ce programme. En effet, aucune des instruction ne permet de reculer, il faudrait avoir créé un bloc dont une instruction serait « *s'orienter à -90* » .

**2. Julie a modifié le programme de Margot (voir ci-dessous). Que devient alors le dessin 3 avec le programme modifié par Julie ?**

Le programme modifié par Julie ne permet plus de tracer un trait horizontale de 50 unités suite à la pression de la flèche droite. De ce fait le dessin 3 deviendra :



## Exercice 5. 8 points

*Pour mesurer les précipitations, Météo France utilise deux sortes de pluviomètres : des pluviomètres à lecture directe ; des pluviomètres électroniques. La mesure des précipitations s'exprime en millimètre. On donne ainsi la hauteur d'eau $H$ qui est tombée en utilisant la formule :*

$$H = \frac{V}{S}$$

*où $V$ est le volume d'eau tombée sur une surface $S$. Pour $H$ exprimée en mm, $V$ est exprimée en $mm^3$ et $S$ en $mm^2$.*

### Partie I

**1. Vérifier à l'aide de la formule que lorsqu'il est tombé 1 mm de pluie, cela correspond à 1 L d'eau tombée sur une surface de 1 $\text{m}^2$.**

On rappelle que :

$$1\text{L} = 1\ \text{dm}^3 = 1\ 000\ \text{cm}^3 = 1\ 000\ 000\ \text{mm}^3.$$

Si le volume d'eau tombée est $V = 1L = 1\,000\,000\ \text{mm}^3$ sur une surface de $S = 1\ \text{m}^2 = 1\,000\,000\ \text{mm}^2$, la formule donne alors une hauteur d'eau de :

$$H = \frac{V}{S} = \frac{1\,000\,000\ \text{mm}^3}{1\,000\,000\ \text{mm}^2} = 1\ \text{mm}$$

**Remarque**

Avec les notations en puissance, c'est plus rapide :

$$1L = 1\ \text{dm}^3 = 10^3\ \text{cm}^3 = 10^6\ \text{mm}^3$$

et donc

$$H = \frac{V}{S} = \frac{10^6\ \text{mm}^3}{10^6\ \text{mm}^2} = 1\ \text{mm}$$

**2. Un pluviomètre indique 10 mm de pluie. La surface qui reçoit la pluie est de 0,01 $\text{m}^2$. Quel est le volume d'eau dans ce pluviomètre ?**

On donne $H = 10\ \text{mm} = 0{,}01\ \text{m}$ et $S = 0{,}01\ \text{m}^2$ on a

$$\begin{aligned} V &= H \times S \\ &= 0{,}01\ \text{m} \times 0{,}01\ \text{m}^2 \\ &= 0{,}0001\ \text{m}^3 \\ &= \underline{0{,}1\ \text{dm}^3 = 0{,}1L} \end{aligned}$$

Il y a donc 0,1 L d'eau dans le pluviomètre.

### Partie II

**1. L'épisode pluvieux a commencé à 17h15. Vers quelle heure la pluie s'est-elle arrêtée ?**

La hauteur d'eau mesurée dans le pluviomètre ne semble plus augmenter après 2 000 secondes. Or par division euclidienne :

$$2000 = 60 \times 33 + 20$$

La pluie s'est donc arrêtée après 2 000 secondes soit 33 minutes et 20 secondes. L'épisode pluvieux ayant commencé à 17h15, il s'est arrêté vers 17h 48min .

**2. À l'aide des informations données par le graphique et le tableau ci-dessus, cette pluie serait-elle qualifiée de faible, modérée ou forte ?**

D'après les données, il est tombé environ 3 mm d'eau en 2 000 s soit une vitesse d'accumulation (en mm/h) de :

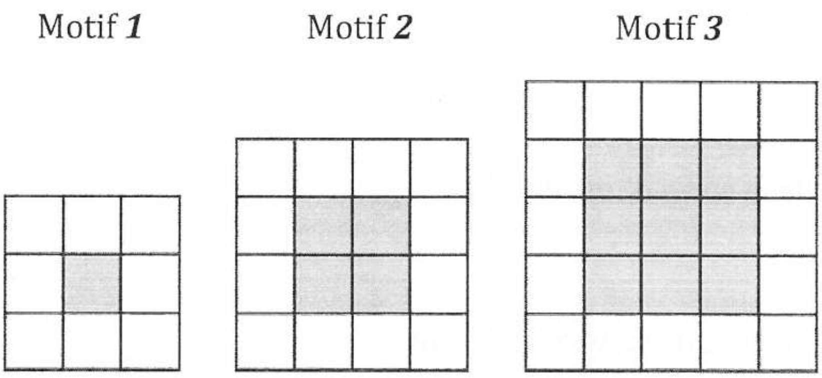
| Hauteur | 3 mm | $h$ =? |
|---|---|---|
| temps | 2 000 s | 3 600 s (= 1h) |

$$v = \frac{3600 \times 3}{2000} = \underline{5{,}4\ \text{mm}/h}$$

la vitesse d'accumulation est Entre 2,6 à 7 ,5 mm/h donc <u>le type de pluie est modérée</u>.

## Exercice 6. 7 points

*Gaspard réalise des motifs avec des carreaux de mosaïque blancs et gris de la façon suivante :*




**1. Combien de carreaux blancs Gaspard va-t-il utiliser pour border le carré gris du motif 4 (un carré ayant 4 carreaux gris de côté) ?**

On remarque que la bordure supérieure est composée de 3 carreaux blancs pour le motif 1, de 4 pour le 2 et de 5 carreaux pour le motif 3. Il aura donc besoin de 6 carreaux pour la bordure supérieure du motif 4.
Il lui faudra aussi 6 carreaux pour la bordure inférieure, 4 carreaux pour la bordure gauche et 4 carreaux pour la bordure droite. Il aura donc besoin de 20 carreaux blancs.

**2.**

**2. a. Justifier que Gaspard peut réaliser un motif de ce type en utilisant exactement 144 carreaux gris.**

Le carré formé avec les carreaux gris est composé d'un nombre de carreaux gris qui est une puissance de 2.
On remarque que le carré gris du motif 1 est composé de $1^2 = 1$ carreau gris, celui du motif 2 est composé de $2^2 = 4$ carreaux gris et celui du motif 3 est composé de $3^2 = 9$ carreaux gris.
Gaspard peut réaliser un motif de ce type en utilisant exactement 144 carreaux gris puisque : $144 = 12^2$.
On en conclut que ce carré est celui du motif 12.

**2. b. Combien de carreaux blancs utilisera-t-il alors pour border le carré gris obtenu ?**

On a vue que le motif correspondant est le motif 12, donc composé d'un carré gris de 12 carreaux gris de côté.
Il aura donc besoin de $12+2 = 14$ carreaux pour la bordure supérieure du motif 12.
Il lui faudra aussi 14 carreaux pour la bordure inférieure, 12 carreaux pour la bordure gauche et 12 carreaux pour la bordure droite. Il aura donc besoin de 52 carreaux blancs .

$$2 \times 14 + 2 \times 12 = 52$$

**3.** *On appelle « motif n » le motif pour lequel on borde un carré de n carreaux gris de côté. Trois élèves ont proposé chacun une expression pour calculer le nombre de carreaux blancs nécessaires pour réaliser le « motif n » :*

- Expression n°1 : $2 \times n + 2 \times (n+2)$ ;
- Expression n°2 : $4 \times (n+2)$ ;
- Expression n°3 : $4 \times (n+2) - 4$ ;

**Une seule de ces trois expressions ne convient pas. Laquelle ?**

- Méthode 1.
  Pour le motif 1, il y a 8 carreaux blancs donc pour $n = 1$ on doit trouver 8 dans l'expression :
  – Expression n°1 : Si $n = 1$, alors

$$\begin{aligned} 2 \times n + 2 \times (n+2) &= 2 \times 1 + 2 \times (1+2) \\ &= 2 + 2 \times 3 = 8 \end{aligned}$$

  – Expression n°2 : Si $n = 1$, alors $4 \times (n+2) = 4 \times (1+2) = 12$ ;
  – Expression n°3 : Si $n = 1$, alors

$$\begin{aligned} 4 \times (n+2) - 4 &= 4 \times (1+2) - 4 \\ &= 4 \times 3 - 4 = 8 \end{aligned}$$

Donc puisque l'on sait qu'une seule des trois expressions ne convient pas, c'est forcement la n°2.

- Méthode 2.
  On développe les trois expressions :
  - Expression n°1 : $2\times n+2\times(n+2)=2c+2c+4=\underline{4n+4}$ ;
  - Expression n°2 : $4\times(n+2)=\underline{4n+8}$ ;
  - Expression n°3 : $4\times(n+2)-4=4n+8-4=\underline{4n+4}$ .

  Les expressions 1 et 3 sont identiques, donc c'est la n°2 qui ne convient pas.
- Méthode 3.
  On pouvait aussi énoncer que, pour $n$ entier naturel supérieur ou égal à 1, le motif $n$ était composé d'un carré de $(n+2)$ carreaux de côtés. Le carré gris était lui composé d'un carré de $n$ carreaux gris de côté. Donc le nombre total de carreaux blancs était de :
  $$(n+2)^2-n^2=n^2+4n+4-n^2=\underline{4n+4}$$
  On retrouvait alors la forme développée des expressions 1 et 3.

## Exercice 7. 6 points

*L'entraîneur d'un club d'athlétisme a relevé les performances de ses lanceuses de poids sur cinq lancers. Voici une partie des relevés qu'il a effectués (il manque trois performances pour une des lanceuses).. On connaît des caractéristiques de la série d'une des lanceuses.*

**Caractéristiques des cinq lancers** :
Étendue : 2,5 m
Moyenne : 18,2 m
Médiane : 18 m

| | | Lancers | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **n°1** | **n°2** | **n°3** | **n°4** | **n°5** |
| Performances (en mètre) | Solenne | 17.8 | 17.9 | 18 | 19.9 | 17.4 |
| | Rachida | 17.9 | 17.6 | 18.5 | 18 | 19 |
| | Sarah | 18 | ? | 19.5 | ? | ? |

**1. Expliquer pourquoi ces caractéristiques ne concernent ni les résultats de Solenne, ni ceux de Rachida.**

- Pour Solenne :
  - l'étendue de la série de 5 lancers est : $19{,}9-17{,}4=2{,}5$ m ,
  - la moyenne est
  $$\overline{m_1}=\dfrac{17{,}8+17{,}9+18+19{,}9+17.4}{5}=\dfrac{91}{5}=18{,}2\text{ m}$$
  - La médiane est la 3e valeur soit en les classant par ordre croissant, 17,9 m qui diffère des 18 mètres annoncés. Cela ne convient donc pas.
  $$17{,}4<17{,}8<\underline{\mathbf{17{,}9}}<18<19{,}9$$
- Pour Rachida :
  - l'étendue de la série de 5 lancers est : $19{,}9-17{,}6=1{,}4$ m qui diffère des 2,5 mètres annoncés. Cela ne convient donc pas.

  *Remarque : on pouvait ne donner que le contre-exemple pour Solenne et ne pas écrire le calcul de la moyenne et de l'étendue.*

**2. Les caractéristiques données sont donc celles de Sarah. Son meilleur lancer est de 19,5 m. Indiquer sur la copie quels peuvent être les trois lancers manquants de Sarah ?**

On cherche les trois lancers manquants que nous nommerons $n_1$ ; $n_2$ et $n_3$.

- Son meilleur lancé est 19,5. Puisque l'étendue est égale à 2,5m cela signifie que son lancer le moins bon est de

$$n_3 = 19,5 - 2,5 = \underline{17 \text{ m}}$$

- On sait que la médiane est égale à 18. On peut donc imaginer la série ordonnée des lancers suivante :

$$17 \leq n_1 \leq n_2 \leq 18 < 19,5$$

Dans ce cas nécessairement $n_2 = 18$ car la 3e valeur doit être la médiane et on en déduit la valeur de $n_1$ en utilisant le fait que la moyenne est de 18,2.

$$\overline{m'} = 18,2 \Longleftrightarrow \frac{17 + n_1 + 18 + 18 + 19,5}{5} = 18,2 \Longleftrightarrow n_1 = 18,5$$

Ce qui n'est pas possible dans notre exemple puisque $n_1$ est inférieur à 18.

- On considère donc que les valeurs sont ainsi distribuées, de part et d'autre de la médiane 18 :

$$\boxed{17 \leq n_1 \leq 18 \leq n_2 < 19,5}$$

  – Si on prend cette fois $n_1 = 18$ cela fonctionne. Ainsi on trouve

$$\begin{aligned}\overline{m'} = 18,2 &\Longleftrightarrow \frac{17 + 18 + 18 + n_2 + 19,5}{5} = 18,2 \\ &\Longleftrightarrow 72,5 + n_2 = 5 \times 18,2 = 91 \\ &\Longleftrightarrow n_2 = 91 - 72,5 = \underline{18,5}\end{aligned}$$

  Et donc les valeurs des lancers sont :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sarah | 17 | 18 | 18 | 18.5 | 19.5 |

| | |
|---|---|
| Etendue | 2.5 |
| Moyenne | 18.2 |
| Médiane | 18 |

  – D'autres solutions sont possibles.
  Si on prend cette fois $n_1$ et $n_2$ quelconques on obtient :

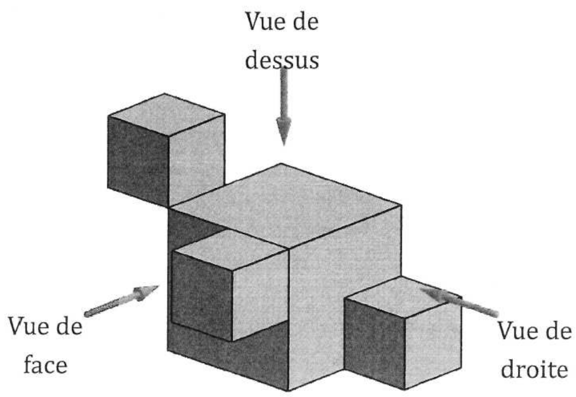
$$\begin{aligned}\overline{m'} = 18,2 &\Longleftrightarrow \frac{17 + n_1 + 18 + n_2 + 19,5}{5} = 18,2 \\ &\Longleftrightarrow 54,5 + n_1 + n_2 = 5 \times 18,2 = 91 \\ &\Longleftrightarrow n_1 + n_2 = 91 - 54,5 \\ &\Longleftrightarrow n_1 + n_2 = 36,5\end{aligned}$$

- <u>Conclusion</u> : Une infinité de valeurs sont possibles pour les 3 lancers manquants. Seule la valeur inférieur $n_3$ ici doit être égale à 17 et les deux autres doivent avoir une somme égale à 36,5. On a par exemple (valeurs au dixième) :

| $n_1$ | $n_2$ | $n_3$ |
|---|---|---|
| 17 | 19.5 | 17 |
| 17.1 | 19.4 | 17 |
| 17.2 | 19.3 | 17 |
| 17.3 | 19.2 | 17 |
| 17.4 | 19.1 | 17 |
| 17.5 | 19 | 17 |
| 17.6 | 18.9 | 17 |
| 17.7 | 18.8 | 17 |
| 17.8 | 18.7 | 17 |
| 17.9 | 18.6 | 17 |

## Exercice 8. 5 points

La figure ci-contre représente un solide constitué de l'assemblage de quatre cubes : trois cubes d'arête 2 cm et un cube d'arête 4 cm.

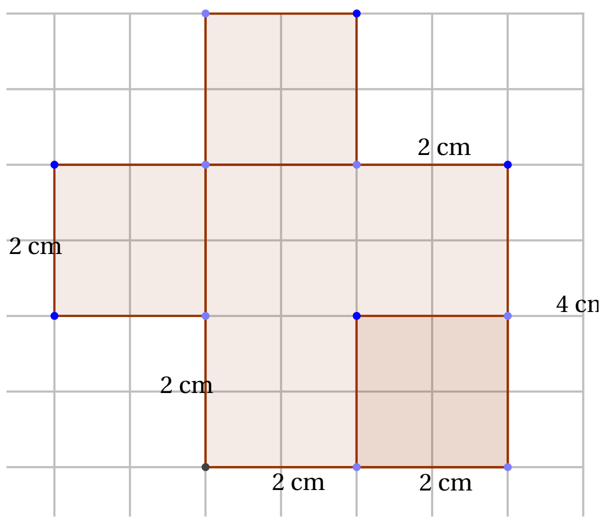



**1. Quel est le volume de ce solide ?**

Le volume du solide constitué de trois cubes d'arête 2 cm et un cube d'arête 4 cm. Un cube d'arête 2 cm a un volume de $2^3 = 8$ cm$^3$, un cube d'arête 4 cm a un volume de $4^3 = 64$ cm$^3$, donc le volume di solide est :

$$V = 3 \times 2^3 + 1 \times 4^3 = \underline{88 \text{ cm}^3}$$

**2. On a dessiné deux vues de ce solide (elles ne sont pas en vraie grandeur). Dessiner la vue de droite de ce solide en vraie grandeur.**




**Fin du devoir**