Math93.com

DNB - Brevet des Collèges 2018 Asie

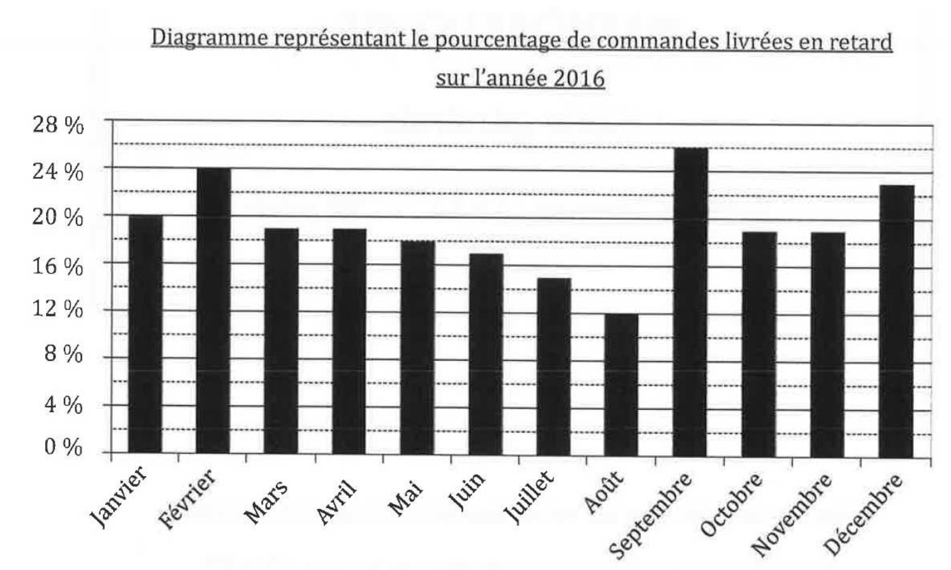
25 juin 2018
Correction

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter

/

Remarque : *dans la correction détaillée ici proposée, les questions des exercices sont presque intégralement réécrites pour faciliter la lecture et la compréhension du lecteur. Il est cependant exclu de faire cela lors de l'examen, le temps est précieux! Il est par contre nécessaire de numéroter avec soin vos questions et de souligner ou encadrer vos résultats. Pour plus de précisions et d'astuces, consultez la page dédiée de math93.com : présenter une copie, trucs et astuces.*

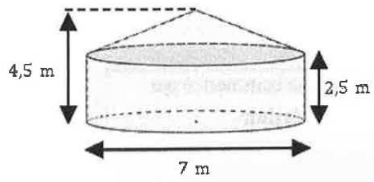
Exercice 1. Statistiques — 10 points



1. C'est en septembre que le pourcentage de commande a été le plus important (26%).
2. Le pourcentage est inférieur ou égal à 18% en : mai, juin, juillet et août.
3. L'étendue est la différence des valeurs extrêmes qui sont 26% en septembre et 12% en août soit : $\underline{e = 26\% - 12\% = 14\%}$

Exercice 2. Volume — 17 points

On modélise cette yourte par un cylindre et un cône.



On rappelle les formules suivantes :

Aire du disque = π × rayon²

Volume du cylindre = π × rayon² × hauteur

Volume du cône = $\frac{1}{3}$ × π × rayon² × hauteur

1. **Montrer que l'appartement de Samia offre une plus petite surface au sol.**
   - La surface de son appartement est de 35 m².
   - La base du cylindre modélisant la yourte est un disque de 7 m de diamètre donc de 3,5 m de rayon. Son aire est alors de :
   $$\mathscr{A} = \pi \times Rayon^2 = \pi \times 3,5^2 \approx \underline{38,5 \text{ m}^2 > 35 \text{ m}^2}$$
   - Conclusion : l'appartement de Samia offre une plus petite surface au sol.

2. **Calculer le volume de la yourte.**
   Le volume V de la yourte est la somme du volume du cylindre et de de celui du cône.
   $$\begin{cases} \mathscr{V}_{cone} = \dfrac{1}{3} \times \mathscr{A} \times 2 = \dfrac{3,5^2 \times 2}{3} \times \pi = \underline{\dfrac{24,5}{3} \times \pi \text{ m}^3} \\ \mathscr{V}_{cylibdre} = \mathscr{A} \times 2,5 = \pi \times 3,5^2 \times 2,5 = \underline{30,625\pi \text{ m}^3} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{V \approx 121,9 \text{ m}^3}$$

3. **Samia réalise une maquette à l'échelle $\dfrac{1}{25}$, quelle est la hauteur de la maquette ?**
   La hauteur de la maquette est :
   $$h = 4,5 \times \frac{1}{25} = 0,18 \text{ m} = \underline{18 \text{ cm}}$$

Exercice 3. QCM — 12 points

Question 1 (Réponse a)

L'écriture décimale de $5,3 \times 10^5$ est :

$\boxed{\textbf{a. } 530\,000}$	**b.** 5,300 000	**c.** 5 300 000

Question 2 (Réponse b)

On lance un dé équilibré à six face. La probabilité d'obtenir un diviseur de 20 est :

a. $\dfrac{2}{3}$ **b.** $\boxed{\dfrac{4}{20}}$ **c.** $\dfrac{1}{2}$

Preuve.
Il y a six issues possibles qui sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
Les diviseurs de 20 parmi ces 6 entiers sont les quatre entiers : 1, 2, 4 et 5.
Donc puisqu'il y a équiprobabilité des sorties, la probabilité d'obtenir un diviseur de 20 est :

$$p = \frac{4}{20}$$

Question 3 (Réponse b)

L'égalité $(x+5)^2 = x^2 + 25$

a. n'est vraie pour aucune valeur **b.** $\boxed{\text{est vraie pour une valeur}}$ **c.** est vraie pour toute valeur de x.

Preuve.

$$\begin{aligned}(x+5)^2 = x^2 + 25 &\iff x^2 + 10x + 25 = x^2 + 25\\ &\iff 10x = 0\\ &\iff \underline{x = 0}\end{aligned}$$

Donc l'égalité est vraie pour une unique valeur de x qui est 0.

Question 4 (Réponse c)

On veut remplir des bouteilles contenant $\dfrac{3}{4}$ L. Avec 12 L on peut remplir :

a. 9 bouteilles **b.** 12 bouteilles **c.** $\boxed{\text{16 bouteilles}}$

Preuve.
On cherche combien de fois il y a $\dfrac{3}{4}$ L dans 12 L soit :

$$\frac{12}{\frac{3}{4}} = 12 \times \frac{4}{3} = 16$$

Remarque : c'est la seule réponse supérieur à 12, or il est assez évident qu'avec 12 L, on peut remplir plus de 12 bouteilles de contenance moins de 1 L.

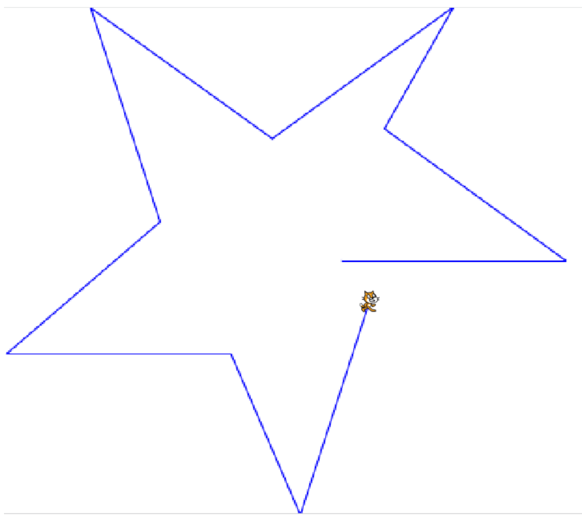
Exercice 4. Scratch — 12 points

1. **Quel nombre doit-on saisir dans la boucle répéter pour obtenir l'étoile ?**
   Il faut saisir le nombre : 5

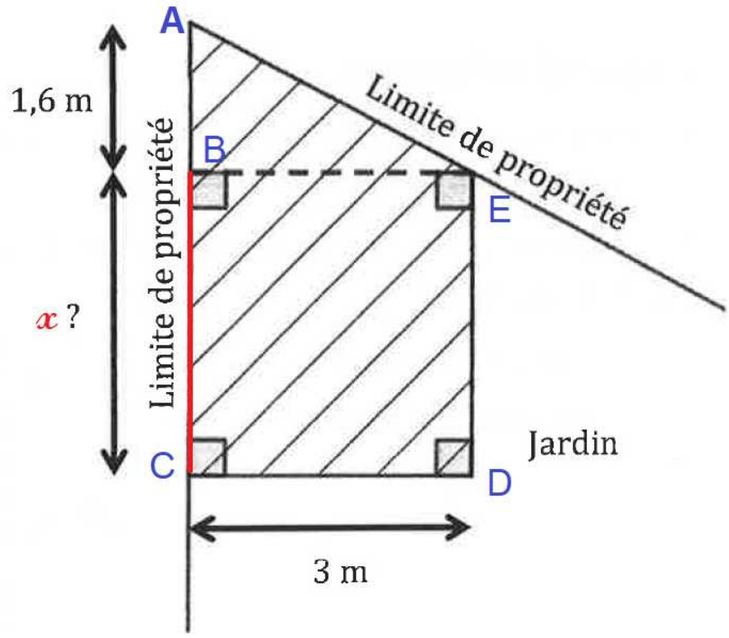
2. Déterminer le périmètre de l'étoile.
   Le périmètre s'obtient on calculant la distance parcourue soit :

$$p = 5 \times (80 + 80) = \underline{800 \text{ u.l.}}$$

3. **Arthur souhaite obtenir un étoile dont le périmètre serait le double. Modifier le programme pour obtenir le résultat.**
   Il faut en théorie, doubler le déplacement qui passe de 80 à 160. Mais en pratique, cela ne fonctionne pas car on sort de l'écran !



Exercice 5. Géométrie 12 points



Sachant que la surface hachurée ne doit pas dépasser 20 m^2, déterminer la valeur maximale de la variable.

- On va nommer les points du graphiques et nommer x la distance BC dont on cherche la valeur maximale.
- Aire du quadrilatère ACDE.
  Le domaine hachuré est représenté par le quadrilatère ACDE qui est un trapèze rectangle, donc son aire est donnée par la formule « *(petite base+grande base) fois hauteur sur 2* » .

$$\mathscr{A}(x) = \frac{(AC + ED) \times CD}{2}$$

  – Or B appartient au segment [AC] donc $AC = AB + BC = 1,6 + x$;
  – CDEB est un carré donc $BC = ED = x$;
  – $CD = 3$

  Donc :

$$\begin{aligned}
\mathscr{A}(x) &= \frac{(AC + ED) \times CD}{2} \\
\mathscr{A}(x) &= \frac{(x + 1,6 + x) \times 3}{2} \\
\mathscr{A}(x) &= \frac{(2x + 1,6) \times 3}{2} \\
\mathscr{A}(x) &= \frac{6x + 4,8}{2} \\
\mathscr{A}(x) &= \underline{3x + 2,4}
\end{aligned}$$

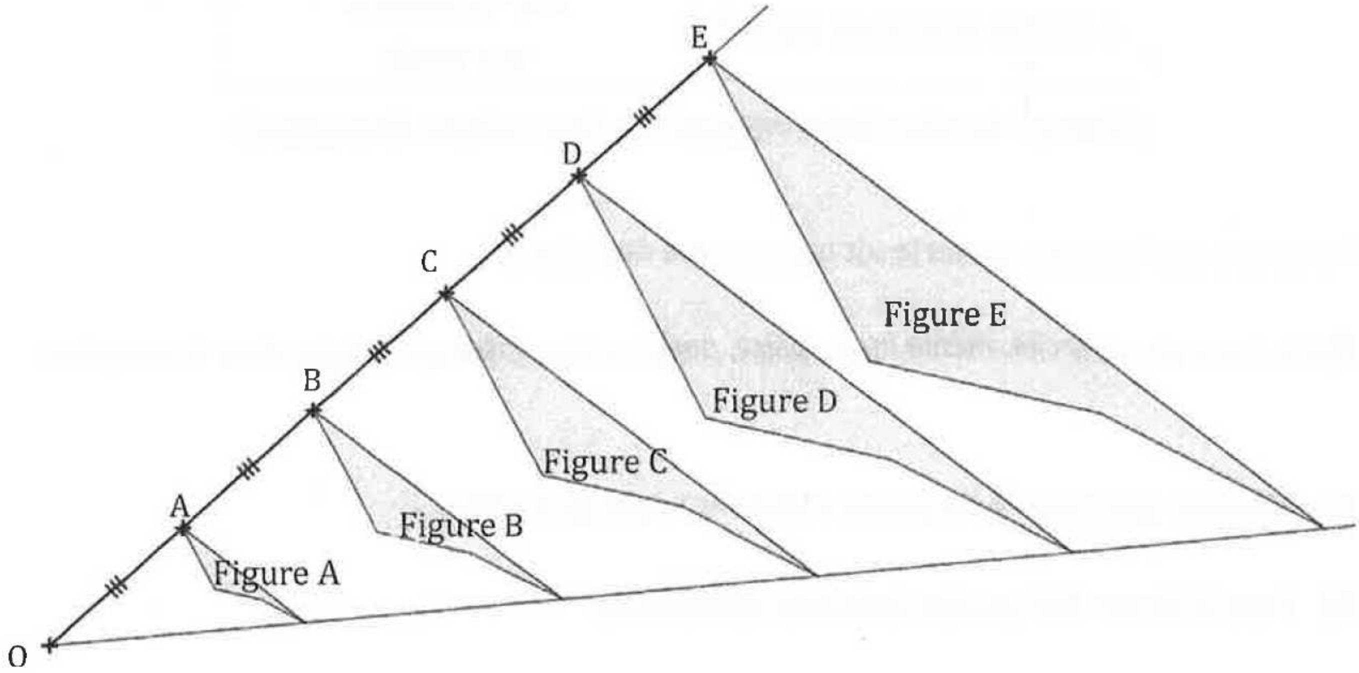
- Recherche de la valeur maximale.
  On cherche donc x pour que $\mathscr{A}(x) \le 20$ soit

$$\begin{aligned}
\mathscr{A}(x) \le 20 &\iff 3x + 2,4 \le 20 \\
\mathscr{A}(x) \le 20 &\iff 3x \le 20 - 2,4 \\
\mathscr{A}(x) \le 20 &\iff 3x \le 17,6 \\
\mathscr{A}(x) \le 20 &\iff x \le \frac{17,6}{3} \approx 5,86667 \text{ m}
\end{aligned}$$

- Conclusion : La valeur maximale est donc de $\dfrac{17,6}{3}$. Si on veut donner une valeur approchée au centième par exemple, il faut faire attention. On prendra $5,86$ m , en arrondissant au centième par défaut afin de respecter la contrainte car :

$$\begin{cases} \mathscr{A}(5,86) \approx 19,98 < 20 \\ \mathscr{A}(5,87) \approx 20,01 > 20 \end{cases}$$

Exercice 6. Géométrie 13 points



1. **Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A ?**
Le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A est $k = 3$ puisque on a :

$$OC = 3 \times OA \Longrightarrow \boxed{k = \frac{OC}{OA} = 3}$$

2. **On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E. Quelle figure obtient-on ?**
Si on applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E, alors le point E se transforme en le point E' tel que :

$$OE' = \frac{3}{5} \times OE = OC$$

Donc la figure E se transforme en la figure C.

3. **Quelle figure a une aire 4 fois plus grande que la figure A ?**

Agrandissement/réduction

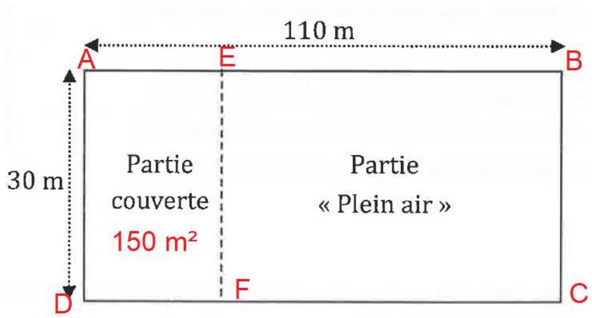
Quand on multiplie les distances par un réel strictement positif k, les aires le sont par k^2 et les volumes par k^3.

Donc ici, si une figure a une aire 4 fois plus grande que la figure A, ses dimensions ont été multipliées par $k' = 2$, car ainsi, les aires le sont par $k'^2 = 4$. De ce fait c'est la figure B qui a une aire 4 fois plus grande que la figure A puisque le rapport d'homothétie permettant de passer de la figure A à la figure B est :

$$k' = \frac{OB}{OA} = 2$$

Exercice 7. Problème — 14 points

Partie couverte : utilisée pour toute les poules quand il fait nuit	**Partie « Plein air »** utilisée pour toute les poules quand il fait jour
6 poules maximum par m^2	4 m^2 minimum par poule



Il a prévu que la partie couverte ait une surface de 150 m^2.

1. **Montrer que l'aire de la partie « Plein air » est de 3 150 m^2.**
L'aire du rectangle ABCD modélisant son terrain est :

$$\mathscr{A}_{ABCD} = AB \times BC = 110 \times 30 = \underline{3\,300 \text{ m}^2}$$

Or il a prévu que la partie couverte AEFD ait une surface de 150 m^2, donc l'aire de la partie « Plein air » EBCF s'obtient par différence :

$$\mathscr{A}_{Plein\ air} = \mathscr{A}_{ABCD} - \mathscr{A}_{Couverte} = 3\,300 \text{ m}^2 - 150 \text{ m}^2 = \underline{3\,150 \text{ m}^2}$$

2. **Peut-il élever 800 poules dans son installation ?**

   - Dans la partie couverte .
   Dans la partie couverte de 150 m^2, il faut au maximum 6 poules par m^2 soit :

   $$150 \times 6 = 900$$

   Donc au maximum 900 poules la nuit.
   - Dans la partie « Plein air » .
   Dans la partie « Plein air » de 3 150 m^2, il faut au maximum 4 m^2 par poule soit :

   $$3\,150 \div 4 = 787,5$$

   Donc au maximum 787 poules le jour.
   - Conclusion : il ne pourra pas élever 800 poules dans son installation.

3. **Combien de poules au maximum pourrait-il élever dans son installation ?**
On vient de voir qu'il pourra élever au maximum 787 poules le jour et ces poules tiennent dans la partie couverte de nuit. C'est donc le maximum de poules qu'il peut élever.

©ISSN 2272-5318

Exercice 8. Fonctions — 10 points

Lorsqu'on fait geler 1,5 L d'eau on obtient 1,62 L de glace.

1. **Montrer qu'en faisant geler 1L d'eau, on obtient 1,08 L de glace.**

Volume eau	1,5 L	1 L
Volume de glace	1,62 L	?

En faisant geler 1L d'eau, on obtient alors :

$$\frac{1 \times 1,62}{1,5} = \underline{1,08\ \text{L}}$$

2. **On souhaite compléter le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite jusqu'à la cellule G2 ?**
Il suffit de saisir par exemple :

$$\boxed{= B1 * 1.62/1.5}$$

B2 =B1/1.5*1.62

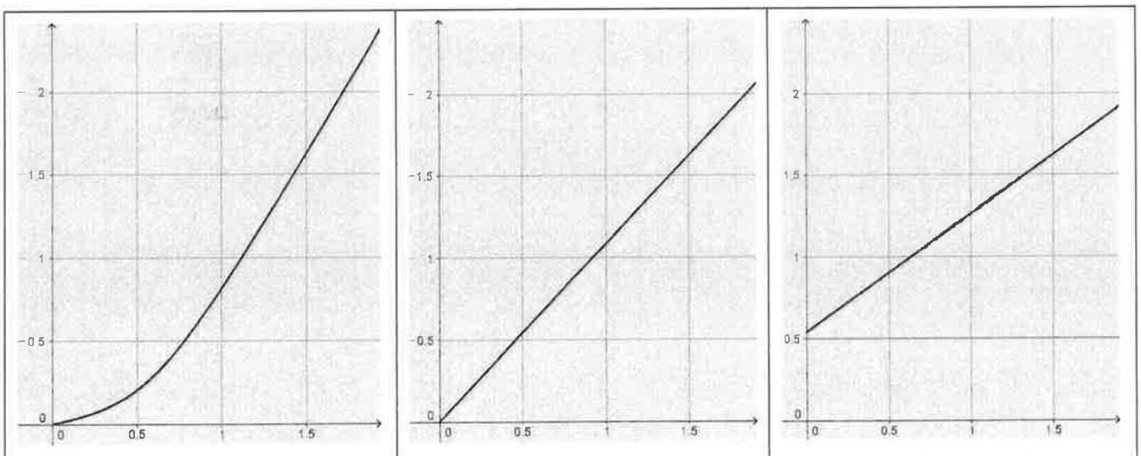
	A	B	C	D	E	F	G
1	Volume d'eau initial (en L)	0.5	1	1.5	2	2.5	3
2	Volume de glace obtenu (en L)	0.54	1.08	1.62	2.16	2.7	3.24

3. **Quel graphique représente le volume de glace en fonction du volume d'eau ?** Notons x le volume d'eau, et $f(x)$ le volume de glace obtenu. Ona :

Volume eau	1,5 L	x L
Volume de glace	1,62 L $f(x)$?	

$$f(x) = \frac{1,62}{1,5} \times x$$

Donc f est une fonction linéaire car de la forme $f(x) = mx$ avec $m = \dfrac{1,62}{1,5} = 1,08$. Sa courbe représentative est donc <u>une droite</u> passant par l'<u>origine du repère</u>. L'unique graphe possible est donc le <u>graphique n°2</u>.



Graphique n° 1 — Graphique n° 2 — Graphique n° 3

Fin du devoir