Math93.com

DNB - Brevet des Collèges
2022 Centres étrangers

14 Juin 2022
Correction

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter

/

CORRECTION de Mathématiques

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'utilisation d'une calculatrice avec mode examen est autorisée (*circulaire n°2015-178 du 1er octobre 2015*)
L'utilisation d'une calculatrice sans mémoire de type collège est autorisé.

Le sujet comporte 12 pages numérotées de 1/12 à 12/12
Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet

BARÈME (sur 100 points)			
Exercice 1	:	19	points
Exercice 2	:	20	points
Exercice 3	:	21	points
Exercice 4	:	15	points
Exercice 5	:	25	points

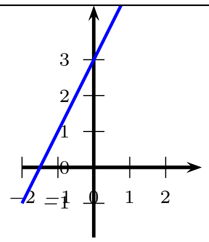
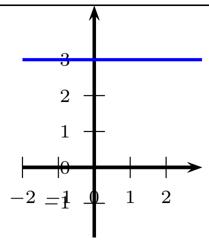
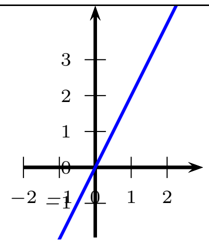
Exercice 1. QCM, fonctions, développement, Pythagore — 19 points

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A :

Cette partie est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule est exacte. Recopier le numéro de la question et indiquer, sans justifier dans cette partie seulement, la réponse choisie.
Dans toute cette partie, on considère la fonction définie par :

$$f(x) = 2x + 3.$$

<table>
<tr><th></th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1. La représentation graphique de cette fonction est :</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. L'image de -2 par la fonction f est ...</td><td>-7</td><td>-1</td><td>3</td></tr>
<tr><td><table><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td></tr><tr><td>1</td><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td></tr><tr><td>2</td><td>$f(x)$</td><td></td><td></td></tr></table>3. Dans cette feuille de calcul extraite d'un tableur, la formule à saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer vers la droite est :</td><td>=2*A1 +3</td><td>=2*B1 +3</td><td>=2*(-2) +3</td></tr>
</table>

Corrigé

1. $f(0) = 3$ ce qui élimine C, et la droite représentant f ne peut pas être horizontale car la fonction n'est pas constante ce qui élimine B.

Réponse A

2. $f(-2) = 2 \times (-2) + 3 = -4 + 3 = -1$

Réponse B

3. L'image de x en A1 est $f(x)$ et se trouve en A2.
L'image de (-2) en B1 est $f(-2)$ et se trouve en B2 ;
dans la cellule B2 on cherche donc l'image de ce qui se trouve en B1 par la fonction définie par

$$f(x) = 2x + 3$$

Il suffit de remplacer x par le nom de la cellule dans laquelle figure la valeur de x dont on cherche l'image :

$$\boxed{= 2 * B1 + 3}$$

Réponse B

Partie B :

1. Montrer que : $(2x-1)(3x+4)-2x=6x^2+3x-4$.

Corrigé

Pour x nombre quelconque (réel) on a :

$$\begin{aligned}(2x-1)(3x+4)-2x &= 6x^2+8x-3x-4-2x &(1)\\ &= \underline{6x^2+3x-4} &(2)\end{aligned}$$

2. On considère le triangle CDE tel que : CD $=3,6$ cm ; CE $=4,2$ cm et DE $=5,5$ cm.
Le triangle CDE est-il rectangle ?

Corrigé

Si le triangle DEC est rectangle, c'est forcément en C car $[DE]$ est le plus grand côté. On a:

D'une part :		et	D'autre part :	
DE^2	$=5,5^2$		DC^2+EC^2	$=4,2^2+3,6^2$
DE^2	$=30,25$		DC^2+EC^2	$=17,64+12{,}96$
			DC^2+EC^2	$=30,6$

Conclusion: $DE^2 \neq DC^2+EC^2$,
donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, <u>le triangle DEC n'est pas rectangle</u>.

©ISSN 2272-5318

Exercice 2. Statistiques 20 points

Paris-Nice est une course cycliste qui se déroule chaque année et qui mène les coureurs de la région parisienne à la région niçoise. L'édition 2021 s'est déroulée en 7 étapes décrites ci-dessous :

Étape	Date	Profil	Parcours	Distance
1	Dimanche 7 mars	Accidenté	Saint-Cyr-l'École→Saint-Cyr-l'École	166 km
2	Lundi 8 mars	Plat	Oinville-sur-Montcient→Amilly	188 km
3	Mercredi 10 mars	Accidenté	Chalon-sur-Saône→Chiroubles	187,5 km
4	Jeudi 11 mars	Plat	Vienne→Bollène	200 km
5	Vendredi 12 mars	Accidenté	Brignoles→Biot	202,5 km
6	Samedi 13 mars	Montagneux	Le Broc→Valdeblore La Colmiane	119,5 km
7	Dimanche 14 mars	Accidenté	Le Plan-du-Var→Levens	93 km

1. On étudie la série des distances parcourues par étape.

1. a. Calculer la distance moyenne parcourue par étape, arrondie au dixième de km.

Corrigé

La distance moyenne parcourue par étape est en km :

$$\frac{166+188+187,5+200+202,5+119,5+93}{7}=\frac{1\,156,5}{7}\approx \underline{165,2}$$

1. b. Calculer la médiane des distances parcourues par étape.

Corrigé

Pour calculer la médiane des distances parcourues par étape, on commence par ranger les distances en ordre croissant :

$$93-119,5-166-\boxed{187,5}-188-200-202,5$$

Il y a 7 distances, donc un nombre impair de distances de ce fait la médiane est la distance de rang 4 (le 4e), c'est-à-dire $\underline{187,5\text{ km}}$.

1. c. Calculer l'étendue de la série formée par les distances parcourues par étape.

Corrigé

L'étendue de la série est la différence entre les valeurs extrêmes soit :

$$\boxed{202,5-93=109,5\text{ km}}$$

2. Un journaliste affirme : « Environ 57 % du nombre total d'étapes de cette édition se sont déroulées sur un parcours accidenté. » A-t-il raison ? Expliquer votre réponse.

Corrigé

Il y a en tout 4 étapes sur 7 en profil accidenté soit un pourcentage de

$$\frac{4}{7}\approx 0,571\approx 57\,\%$$

Le journaliste a raison, « Environ 57 % du nombre total d'étapes de cette édition se sont déroulées sur un parcours accidenté. »

3. L'Allemand Maximilian SCHACHMANN a remporté la course en 28 h 50 min.
Le dernier au classement général a effectué l'ensemble du parcours en 30 h 12 min.
Combien de retard le dernier au classement a-t-il accumulé par rapport au vainqueur ?

Corrigé

L'allemand Maximilian SCHACHMANN a remporté la course en 28 h 50 min.
Le dernier au classement général a effectué l'ensemble du parcours en 30 h 12 min.

- De 28 h 50 min à 29 h, il y a 10 min,
- et de 29 h à 30 h 12 min, il y a 1 h 12 min ;
- donc de 28 h 50 min à 30 h 12 min, il y a 1 h 22 min.

Le dernier au classement a donc accumulé 1 heure et 22 minutes de retard par rapport au vainqueur.

4. L'Irlandais Sam BENNETI a remporté la première étape en 3 h 51 min.
Déterminer sa vitesse moyenne en km/h, arrondie à l'unité, lors de cette étape.

Corrigé

L'Irlandais Sam BENNETI a remporté la première étape en 3 h 51 min, soit $3 \times 60 + 51 = 231$ min.
Il a parcouru 166 kilomètres en 231 minutes, combien de kilomètres a-t-il parcourus en 60 minutes ?

Distance	166 km	?
Temps	231 min	60 min

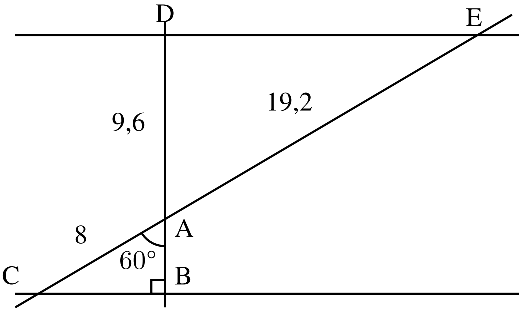
$$\frac{166}{231} \times 60 \approx 43$$

donc la vitesse moyenne du vainqueur est de 43 km/h.

Exercice 3. Géométrie — 21 points

On considère la figure suivante, où toutes les longueurs sont données en centimètre. Les points C, A et E sont alignés et les points B, A et D sont alignés.
La figure n'est pas représentée en vraie grandeur.

1. Prouver que le segment [AB] mesure 4 cm.
2. En utilisant la question précédente, démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.
3. En déduire que la droite (DB) est perpendiculaire à la droite (DE).
4. Calculer l'aire du triangle ADE arrondie à l'unité.



Corrigé

1. Le triangle ABC est rectangle en B donc

$$\cos\left(\widehat{\text{BAC}}\right) = \frac{\text{AB}}{\text{AC}} \iff \cos 60° = \frac{AB}{8}$$

Donc

$$\boxed{AB = 8 \times \cos 60° = 4 \text{ cm}}$$

Le segment [AB] mesure 4 cm.

2. D'une part :

$$\frac{\text{AC}}{\text{AB}} = \frac{8}{4} = 2$$

D'autre part :

$$\frac{\text{AE}}{\text{AD}} = \frac{19,2}{9,6} = 2$$

et donc

$$\begin{cases} \dfrac{\text{AC}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{AE}}{\text{AD}} \\ \text{Les points B, A, D d'une part, et C, A, E d'autre part sont alignés } \underline{\text{dans cet ordre}} \end{cases}$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut en conclure que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

3. La droite (DB) est perpendiculaire à la droite (BC), et les droites (BC) et (DE) sont parallèles. Or, quand deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
On en déduit que la droite (DB) est perpendiculaire à la droite (DE).

4. L'aire du triangle ADE, rectangle en D, est : $\dfrac{\text{DE} \times \text{AD}}{2}$; on doit calculer DE.
   - Dans le triangle DEA rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} EA^2 &= DE^2 + DA^2 \\ 19{,}2^2 &= DE^2 + 9{,}6^2 \\ DE^2 &= 19{,}2^2 - 9{,}6^2 \\ DE^2 &= 368{,}64 - 92{,}16 \\ DE^2 &= 276{,}48 \end{aligned}$$

Or DE est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$\begin{aligned} DE &= \sqrt{276{,}48} \\ DE &\approx \underline{16{,}63 \text{ cm}} \end{aligned}$$

- Donc

$$\frac{\text{DE} \times \text{AD}}{2} = \frac{\sqrt{276,48} \times 9,6}{2} \approx 80$$

L'aire du triangle ADE vaut environ 80 cm^2.

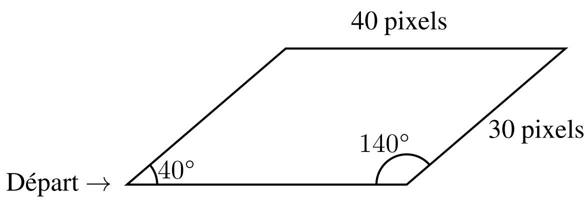
Exercice 4. Algorithmique — 15 points

Dans cet exercice, toutes les longueurs sont exprimées en pixel.

Partie A :

Un professeur donne à ses élèves un motif en forme de parallélogramme et le script, en partie rédigé, qui permet de tracer ce motif.
On précise que le lutin est au point de départ, comme indiqué sur la figure ci- dessous, et qu'il est orienté vers la droite :

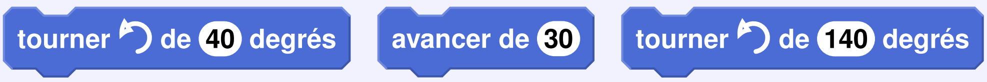
Parallélogramme obtenu :



Script du motif

Recopier dans le bon ordre, sur votre copie, les instructions suivantes à insérer dans le script du motif permettant de tracer le parallélogramme ci-dessus :

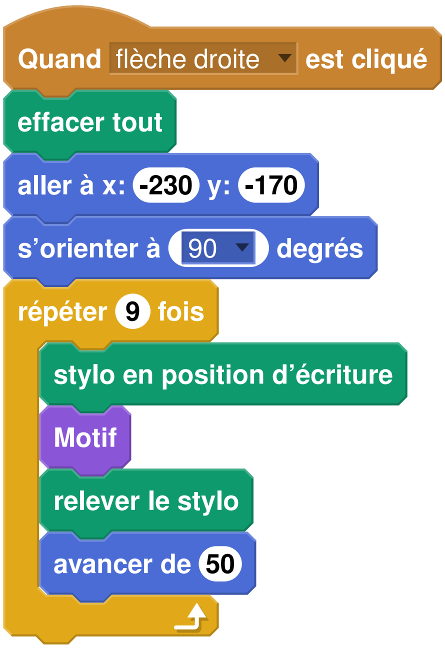
Corrigé



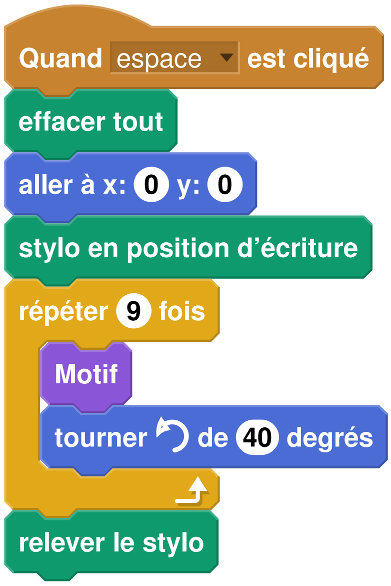
Partie B :

Le professeur demande ensuite à ses élèves d'intégrer ce script dans un programme de leur choix permettant de tracer des figures composées de plusieurs de ces motifs.
Voici les programmes écrits par deux élèves.

Programme de l'élève A



Programme de l'élève B



On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie que l'on est orienté vers la droite.

1. Quelle action au clavier permet de lancer le programme de l'élève B ?

> **Corrigé**
> Pour lancer le programme de l'élève B il faut appuyer sur la barre d'espace.

2. Parmi les figures suivantes, indiquer, ici **sans justifier** :

2. a. laquelle est obtenue avec le programme de l'élève A ?

> **Corrigé**
> la figure 1 est obtenue avec le programme de l'élève A

2. b. laquelle est obtenue avec le programme de l'élève B ?

> **Corrigé**
> la figure 4 est obtenue avec le programme de l'élève B.

Figure 1	**Figure 2**

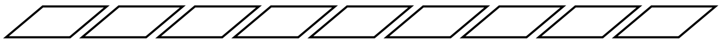
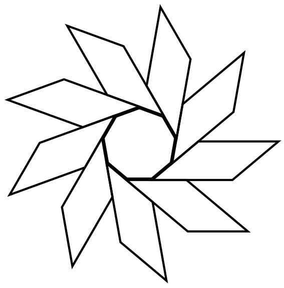
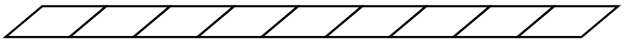
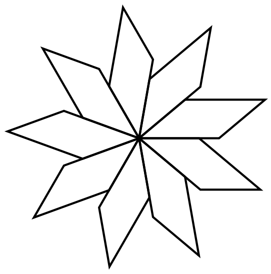

	

Figure 3	**Figure 4**
	

Exercice 5. Arithmétique, Volume 25 points

Pour fêter les 25 ans de sa boutique, un chocolatier souhaite offrir aux premiers clients de la journée une boîte contenant des truffes au chocolat.

1. Il a confectionné 300 truffes : 125 truffes parfumées au café et 175 truffes enrobées de noix de coco. Il souhaite fabriquer ces boîtes de sorte que :

- Le nombre de truffes parfumées au café soit le même dans chaque boîte ;
- Le nombre de truffes enrobées de noix de coco soit le même dans chaque boîte ;
- Toutes les truffes soient utilisées.

1. a. Décomposer 125 et 175 en produit de facteurs premiers.

Corrigé

$$\begin{cases} 125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3 \\ 175 = 5 \times 5 \times 7 = 5^2 \times 7 \end{cases}$$

1. b. En déduire la liste des diviseurs communs à 125 et 175.

Corrigé

Les facteurs premiers communs des deux entiers 125 et 175 sont 5 et 5 donc les diviseurs communs sont formés de ces diviseurs premiers. On a donc :

- 1
- 5
- 25

1. c. Quel nombre maximal de boîtes pourra-t-il réaliser ?

Corrigé

Le nombre maximal de boites à réaliser est le PGCD de 125 et 175 soit 25 d'après ce qui précède.

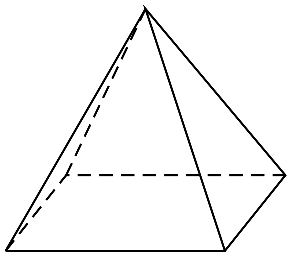
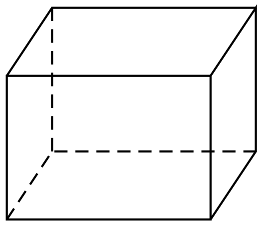
1. d. Dans ce cas, combien y aura-t-il de truffes de chaque sorte dans chaque boîte ?

Corrigé

$\dfrac{125}{25} = 5$ donc il y aura 5 truffes parfumées au café dans chacune des 25 boîtes.

$\dfrac{175}{25} = 7$ donc il y aura 7 truffes enrobées de noix de coco dans chacune des 25 boîtes.

2. Le chocolatier souhaite fabriquer des boîtes contenant 12 truffes. Pour cela, il a le choix entre deux types de boites qui peuvent contenir les 12 truffes, et dont les caractéristiques sont données ci-dessous :

Type A	Type B
	
Pyramide à base carrée de côté 4,8 cm et de hauteur 5 cm	Pavé droit de longueur 5 cm, de largeur 3,5 cm et de hauteur 3,5 cm

Dans cette question, chacune des 12 truffes est assimilée à une boule de diamètre $1,5$ cm.

À l'intérieur d'une boîte, pour que les truffes ne s'abîment pas pendant le transport, le volume occupé par les truffes doit être supérieur au volume non occupé par les truffes.

Quel(s) type(s) de boîte le chocolatier doit-il choisir pour que cette condition soit respectée ?

Rappels :

Le volume d'une boule de rayon r est : $\dfrac{4}{3} \times \pi \times r^3$

Le volume d'une pyramide est : $\dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

Le volume d'un pavé droit est : longueur $\times$ largeur $\times$ hauteur

Corrigé

- **Les truffes**

  La truffe est assimilée à une boule de diamètre $1,5$ cm, donc de rayon $0,75$ cm ; son volume est donc, en cm^3 :

  $$\frac{4}{3} \times \pi \times 0,75^3$$

  Le volume occupé par 12 truffes est donc de :

  $$12 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 0,75^3 = 6,75\pi \approx 21,2 \text{ cm}^3$$

- **La pyramide**

  La pyramide a une base carrée de côté $4,8$ cm ; l'aire de sa base est donc, en cm^2 :

  $$4,8 \times 4,8 = 23,04$$

  Son volume est, en cm^3 :

  $$\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{23,04 \times 5}{3} = 38,4 \text{ cm}^3$$

  Le volume de la pyramide est de $38,4$ cm^3 ; celui des 12 truffes est d'environ $21,2$ cm^3.

  Le volume non occupé par les truffes est d'environ $38,4 - 21,2$ soit $17,2$ cm^3 ; il est inférieur au volume des 12 truffes donc la boîte en forme de pyramide convient.

- **Le pavé droit**

  Le pavé droit a pour volume, en cm^3 : $5 \times 3,5 \times 3,5 = 61,25$.

  Si on met 12 truffes dans cette boîte, le volume non occupé par les truffes est d'environ

$$61,25 - 21,2 = 40,05 \text{ cm}^3$$

  Il est supérieur au volume des 12 truffes donc la boîte en forme de pavé droit ne convient pas.

Fin du devoir

©ISSN 2272-5318