Math93.com

DNB - Brevet des Collèges 2022 Métropole

30 Juin 2022

Correction

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter

/

CORRECTION de Mathématiques

Durée de l'épreuve : 2 heures

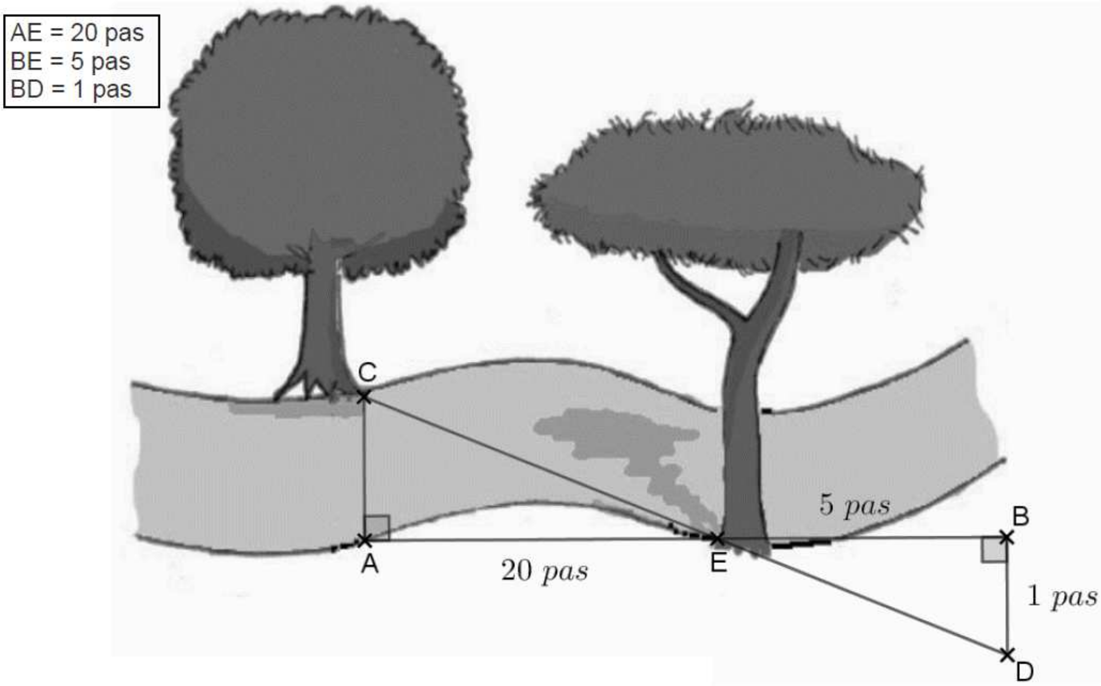
L'utilisation d'une calculatrice avec mode examen est autorisée (*circulaire n°2015-178 du 1er octobre 2015*)
L'utilisation d'une calculatrice sans mémoire de type collège est autorisé.

Le sujet comporte 12 pages numérotées de 1/12 à 12/12
Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet

BARÈME (sur 100 points)			
Exercice 1	:	20	points
Exercice 2	:	20	points
Exercice 3	:	20	points
Exercice 4	:	20	points
Exercice 5	:	20	points

Exercice 1. Géométrie 20 points

Une famille se promène au bord d'une rivière. Les enfants aimeraient connaître la largeur de la rivière. Ils prennent des repères, comptent leurs pas et dessinent le schéma ci-dessous sur lequel les points C, E et D, de même que A, E et B sont alignés. (Le schéma n'est pas à l'échelle.)



1. Démontrer que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

Corrigé

Les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires à une même troisième droite (AB) donc elles sont parallèles.

2. Déterminer, en nombre de pas, la largeur AC de la rivière.

Corrigé

- Données : les droites (AC) et (BD) sont parallèles et les points A, E, B et C, E, D sont alignés.
- Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{EC}{ED} = \frac{EA}{EB} = \frac{AC}{BD} \iff \frac{EC}{ED} = \frac{20}{5} = \frac{AC}{1}$$

D'où

$$\boxed{AC = 4 \text{ pas}}$$

- Conclusion : la largeur de la rivière est de 4 pas.

Pour les questions qui suivent, on assimile la longueur d'un pas à 65 cm.

3. Montrer que la longueur CE vaut 13,3 m, en arrondissant au décimètre près.

Corrigé

Dans le triangle AEC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$EC^2 = AE^2 + AC^2$$
$$EC^2 = 20^2 + 4^2$$
$$EC^2 = 400 + 16$$
$$EC^2 = 416$$

Or EC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$EC = \sqrt{416}$$
$$EC \approx \underline{20{,}4 \text{ pas}}$$

et puisque 1 pas mesure 65 cm :

$$EC = \sqrt{416} \text{ pas} = \sqrt{416} \times 0,65 \text{ m} \ \approx 13.25745$$

De ce fait, la longueur CE vaut 13,3 m, en arrondissant au décimètre près.

4. L'un des enfants lâche un bâton dans la rivière au niveau du point E. Avec le courant, le bâton se déplace en ligne droite en 5 secondes jusqu'au point C.

4. a. Calculer la vitesse du bâton en m/s.

Corrigé

On a montré que $EC = 13,3$ m donc le baton parcourt 13,3 m en 5 secondes soit une vitesse de :

13,3 m	?
5 s	1s

$$\boxed{v = \frac{13,3}{5} = 2,66 \text{ m}/s}$$

4. b. Est-il vrai que « le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h » ?

Corrigé

Le bâton parcourt 2,66 m en 1 s, donc en 1 heure soit 3 600 secondes il va parcourir :

2,66 m	?
1 s	3600 s

$$d = \frac{2,66 \times 3600}{1} = 9\,735,6 \text{ m} \approx 9,7 \text{ km} < 10 \text{ km}$$

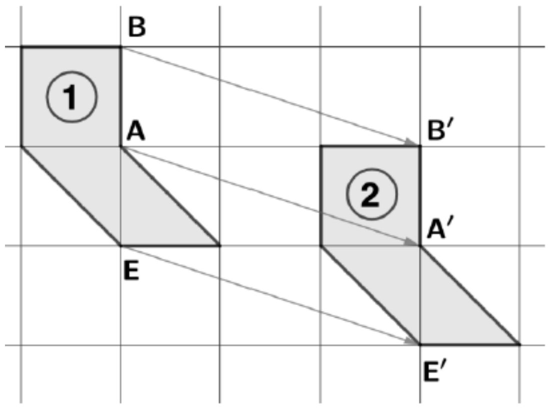
Donc c'est vrai : « le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h » .

Exercice 2. QCM — 20 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse.

Question 1

On considère les deux figures suivantes. Par quelle transformation la figure 2 est-elle l'image de la figure 1 ?



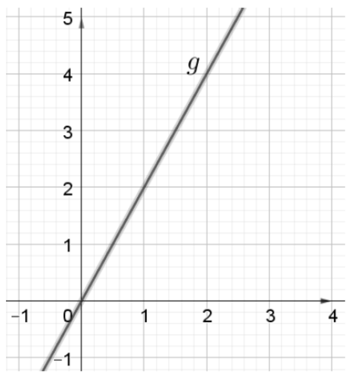
a. Une translation **b.** Une homothétie **c.** Une symétrie axiale

Corrigé

La figure 2 est l'image de la figure 1 par la translation qui transforme en . Réponse A

Question 2

On considère la représentation graphique de la fonction g suivante :



Quel est l'antécédent de 2 par la fonction g ?

a. 2 **b.** 1 **c.** 4

Corrigé

Graphiquement on a $g(1) = 2$.
Donc est l'antécédent de 1 par la fonction g est 2. Réponse B

Question 3

Soit f la fonction définie par :

$$f \ : \ x \longmapsto 3x^2 - 7$$

Quelle affirmation est correcte ?

a. 29 est l'image de 2 par la fonction f. **b.** $f(3) = 20$ **c.** f est une fonction affine

Corrigé

$$\begin{aligned} f(3) &= 3 \times 3^2 - 7 \\ &= 3 \times 9 - 7 \\ &= 27 - 7 \\ &= 20 \end{aligned}$$

Réponse B

Question 4

On a relevé les performances, en mètres, obtenues au lancer du poids par un groupe de 13 élèves d'une classe.

3,41 m ; 5,25 m ; 5,42 m ; 4,3 m ; 6,11 m ; 4,28 m ; 5,15 m ; 3,7 m ; 6,07 m ; 5,82 m ; 4,62 m ; 4,91 m ; 4,01 m

Quelle est la médiane de cette série de valeurs ?

a. 7 **b.** 4,91 **c.** 5,15

Corrigé

On ordonne la série par ordre croissant :

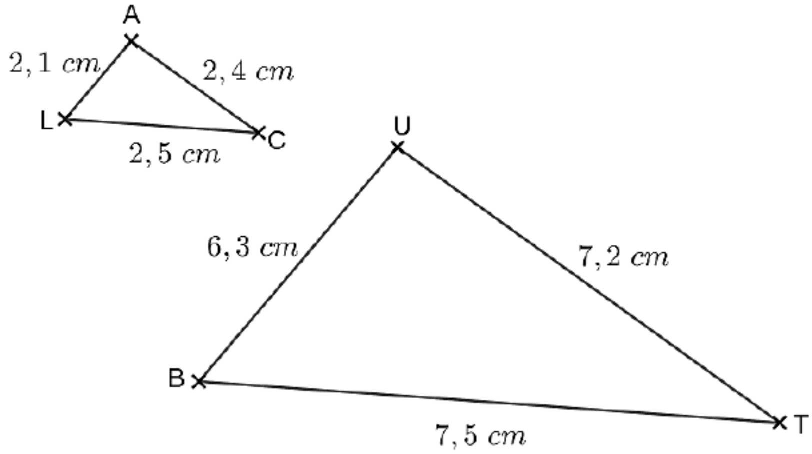
$$3,41 \ ; \ 3,7 \ ; \ 4,01 \ ; \ 4,28 \ ; \ 4,3 \ ; \ 4,62 \ ; \ \boxed{4,91} \ ; \ 5,15 \ ; \ 5,25 \ ; \ 5,42 \ ; \ 5,82 \ ; \ 6,07 \ ; \ 6,11$$

Il y a 13 valeurs, la médiane sera donc la 7e valeur soit 4,91.
Réponse B

 ©ISSN 2272-5318

Question 5

On considère la configuration suivante, dans laquelle les triangles LAC et BUT sont semblables.



Par quel nombre doit-on multiplier l'aire du triangle LAC pour obtenir l'aire du triangle BUT ?

a. 3 **b.** 6 **c.** 9

Corrigé

- Les triangles sont semblables donc les deux côtés les plus grands sont homologues, de ce fait [LC] est homologue à [BT].
- De ce fait, le coefficient multiplicateur est :

$$k = \frac{BT}{LC} = \frac{7,5}{2,5} = 3$$

- Les longueurs sont donc multipliées par $k = 3$, et les aires par $k^2 = 9$.
- Réponse c.

Exercice 3. Arithmétique — 20 points

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre. Elle possède 252 cartes de type « feu » et 156 cartes de type « terre ».

1.

1. a. Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 :

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$2^2 \times 9 \times 7$	$2 \times 2 \times 3 \times 21$	$2^2 \times 3^2 \times 7$

Corrigé

Les entiers 9 et 21 ne sont pas premiers, donc seule la 3e proposition est possible :

$$\boxed{252 = 2^2 \times 3^2 \times 7}$$

1. b. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.

Corrigé

$$\begin{aligned} 156 &= 2 \times 78 \\ &= 2 \times 2 \times 39 \\ 156 &= 2^2 \times 3 \times 13 \end{aligned}$$

2. Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est à dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre » et le même nombre de cartes « feu » en utilisant toutes ses cartes.

2. a. Peut-elle faire 36 paquets ?

Corrigé

36 ne divise pas 156 car : $\dfrac{156}{36} \approx 4,33$ donc elle ne peut pas faire 36 paquets.

2. b. Quel est le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser ?

Corrigé

$$\begin{cases} 156 = 2^2 \times 3 \times 13 & = \boxed{2^2 \times 3} \times 13 \\ 252 = 2^2 \times 3^2 \times 7 & = \boxed{2^2 \times 3} \times 3 \times 7 \end{cases}$$

Donc le Plus Grand Commun Diviseur de 156 et 252 est $2^2 \times 3 = 12$.

Le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser est 12.

2. c. Combien de cartes de chaque type contient alors chaque paquet ?

Corrigé

$$\begin{cases} 156 = \boxed{12} \times 13 \\ 252 = \boxed{12} \times 21 \end{cases}$$

Il y aura alors 21 cartes de type « feu » et 13 cartes de type « terre » par paquet.

3. Elle choisit une carte au hasard parmi toutes ses cartes. On suppose les cartes indiscernables au toucher. Calculer la probabilité que ce soit une carte de type « terre ».

Corrigé

Il y a $252 + 156 = 408$ cartes dans le jeu et 156 cartes de type "terre".
En supposant qu'il y a équiprobabilité, la probabilité que la carte tirée soit du type « terre » est donc égale à :

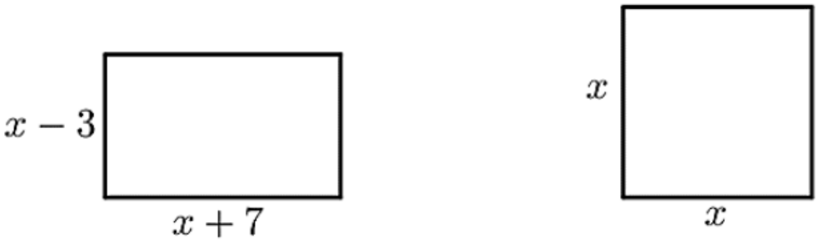
$$\boxed{\frac{156}{408} = \frac{13}{34}}$$

©ISSN 2272-5318

Exercice 4. Algèbre (!) et algorithmique — 20 points

Dans cet exercice, ? ? est un nombre strictement supérieur à 3. On s'intéresse aux deux figures géométriques dessinées ci-dessous :

- un rectangle dont les côtés ont pour longueurs $x?3$ et $x+7$;
- un carré de côté x.



1. Quatre propositions sont écrites ci-dessous.
Recopier sur la copie celle qui correspond à l'aire du carré. On ne demande pas de justifier.

$4x$	$4+x$	x^2	$2x$

Corrigé
L'aire du carré est

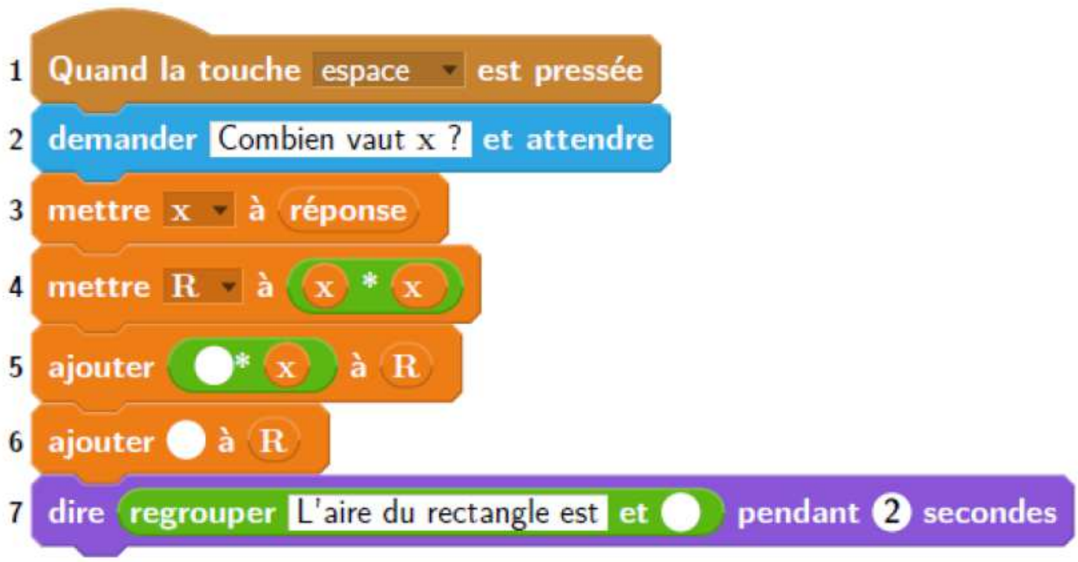
$$\boxed{\mathscr{A}_c = x^2}$$

2. Montrer que l'aire du rectangle est égale à : $x^2+4x-21$.

Corrigé
L'aire du carré est

$$\mathscr{A}_r = (x-3)(x+7) = x^2+7x-3x-21 = \underline{x^2+4x-21}$$

3. On a écrit le script ci-dessous dans Scratch. On veut que ce programme renvoie l'aire du rectangle lorsque l'utilisateur a rentré une valeur de x (strictement supérieure à 3). Écrire sur la copie les contenus des trois cases vides des lignes 5, 6 et 7, en précisant les numéros de lignes qui correspondent à vos réponses.



Corrigé

- Ligne 5 : $4 \times x$
- Ligne 6 : -21
- Ligne 7 : R

4. On a pressé la touche espace puis saisi le nombre 8. Que renvoie le programme ?

Corrigé

Le programme va renvoyer 75 car :

$$8^2 + 4 \times 8 - 21 = 75$$

Ce qui correspond à l'aire du rectangle si $x = 8$.

5. Quel nombre x doit-on choisir pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du carré ? Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Corrigé

On cherche à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 21 = x^2 &\iff 4x - 21 = 0 \\ &\iff 4x = 21 \\ &\iff \underline{x = \frac{21}{4} = 5,25} \end{aligned}$$

©ISSN 2272-5318

Exercice 5. Pourcentage, vitesse 20 points

Dans une habitation, la consommation d'eau peut être anormalement élevée lorsqu'il y a une fuite d'eau. On considère la situation suivante :

- Une salle de bain est équipée d'une vasque de forme cylindrique, comme l'illustre l'image ci-dessous.
- Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde.
- En moyenne, 20 gouttes d'eau correspondent à un millilitre (1 ml).

Caractéristiques de la vasque :

Diamètre intérieur : 40 cm

Hauteur intérieure : 15 cm

Masse : 25 kg

Rappels :

$$\text{Volume du cylindre} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$$

$$1\ dm^3 = 1\ litre$$

1. En raison de la fuite, montrer qu'il tombe 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.

Corrigé

En une journée il y a :

$$24 \times 60 \times 60 = 86\ 400 \text{ s}$$

Il s'écoule une goutte par seconde.
Il tombe donc 86 400 gouttes dans la vasque en une journée.

2. Calculer, en litres, le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite.

Corrigé

En une semaine il tombe $86\ 400 \times 7 = 604\ 800$ gouttes.

En moyenne, 20 gouttes d'eau correspondent à un millilitre (1 ml), donc les 604 800 gouttes représentent :

$$\frac{604\ 800}{20} = 30\ 240 \text{ mL}$$

Le volume d'eau tombé dans la vasque en une semaine est égal à 30 240 ml soit $\underline{30,24 \text{ litres}}$.

3. Montrer que la vasque a un volume de 18,85 litres, arrondi au centilitre près.

Corrigé

Le volume de la vasque est :

$$V = \pi \times R^2 \times h$$

Or la hauteur est de 15 cm et le diamètre de 40 cm, donc le rayon de 20 cm. On a :

$$\begin{aligned} V &= \pi \times 20^2 \times 15 \\ &= 6\,000\pi \\ &\approx 18\,849,5559 \text{ cm}^3 \\ &\approx 18,8495559 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$\boxed{V \approx 18,85 \text{ litres}}$$

4. L'évacuation de la vasque est fermée et le logement inoccupé pendant une semaine. L'eau va-t-elle déborder de la vasque ? Justifier la réponse.

Corrigé

L'eau va déborder de la vasque puisque :

$$30,24 > 18,85$$

5. À la fin du XIXe siècle, la consommation domestique d'eau par habitant en France était d'environ 17 litres par jour. Elle a fortement augmenté avec la généralisation de la distribution d'eau par le robinet dans les domiciles : elle est passée à 165 litres par jour et par habitant en 2004. En 2018, la consommation des Français baisse légèrement pour atteindre 148 litres d'eau par jour et par habitant. Calculer le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018. On arrondira ce pourcentage à l'unité.

Corrigé

L'évolution en pourcentage liée à l'évolution de $V_i = 165$ à $V_f = 148$ est :

$$\boxed{\frac{V_f - V_i}{V_i} = \frac{148 - 165}{165} = \frac{-17}{165} \approx -10\%}$$

Donc la baisse en d'environ 10%.

Fin du devoir

©ISSN 2272-5318