Math93.com

TD n°5 - Seconde
Algorithmes
La Suite de Syracuse

Une définition

Pour cette année, nous appellerons suite un ensemble de nombres qui sont ordonnés. Par exemple le premier nombre de la suite (on appelera cela un terme) se note u_1, le deuxième nombre se note u_2 etc ...
En mathématiques, on appelle *suite de Syracuse* une suite d'entiers naturels définie de la manière suivante :

- On part d'un nombre entier plus grand que zéro ;
  - s'il est pair, on le divise par 2 ;
  - s'il est impair, on le multiplie par 3 et on ajoute 1.
- En répétant l'opération, on obtient une suite d'entiers positifs dont chacun ne dépend que de son prédécesseur.

1. Qu'obtient-on en partant du nombre 10 ?

$$10 ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots$$

2. Qu'obtient-on en partant du nombre 7 ?

$$7 ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots$$

$$\cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots ; \cdots$$

Un peu d'histoire

Rendez-vous sur la page dédiée du site : www.math93.com/.../la-suite-de-syracuse
Répondez alors aux questions suivantes :

3. Qu'est-ce qu'un cycle trivial de cette suite ?

4. Qu'est-ce que la *conjecture de Syracuse*, encore appelée *conjecture de Collatz*, *conjecture d'Ulam*, *conjecture tchèque* ou *problème 3x+1* ?

5. En quelle année le mathématicien allemand Lothar Collatz (1910-1990) invente le problème $3x+1$ et le présente dans ses séminaires ? .....

6. Définissez la notion de *temps de vol* et *altitude maximale* de la suite.

7. Donner alors *l'altitude maximale* et *le temps de vol* correspondants aux exemples des questions 1 et 2.

Un algorithme

8. Concevoir un algorithme qui permette de retrouver les résultats des questions 1 et 2. C'est à dire demandant la valeur de départ, votre programme doit afficher les différentes valeurs de la suite jusqu'à ce que l'on revienne à la valeur 1.
Attention, votre affichage devra présenter les résultats sous la forme :

- $U_1 = \cdots$;
- $U_2 = \cdots$;
- $U_3 = \cdots$;

Vérifiez bien les résultats obtenus lors des questions 1 et 2.

9. Modifier votre algorithme afin qu'il affiche aussi l'altitude *l'altitude maximale* et *le temps de vol.*