

Fiche élève 4A

Un jeu consiste à lancer deux dés, un rouge et un noir. Pour pouvoir jouer il faut payer 1 euro. On gagne 3 euros si la somme des points est supérieure ou égale à 9, 1 euro si la somme des points est inférieure ou égale à 4 et rien dans les autres cas.

On cherche à savoir combien peut-on espérer gagner en moyenne si on joue un grand nombre de fois à ce jeu. Pour cela, on appelle « gain effectif », la différence entre la somme gagnée et la somme mise

Partie A : simulation à l'aide d'un algorithme

On cherche à établir un algorithme simulant 100 000 participations à ce jeu et donnant le gain effectif moyen obtenu.

1. Compléter les lignes 13 et 17 dans l'algorithme AlgoBox ci-dessous pour qu'il réponde au problème :

```

1: VARIABLES
2: numero_tirage EST_DU_TYPE NOMBRE
3: gain_moyen EST_DU_TYPE NOMBRE
4: resultat EST_DU_TYPE NOMBRE
5: somme_gains_effectifs EST_DU_TYPE NOMBRE
6: DEBUT_ALGORITHME
7:   somme_gains_effectifs PREND_LA_VALEUR 0
8:   POUR numero_tirage ALLANT_DE 1 A 100000
9:     DEBUT_POUR
10:    resultat PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,6)+ALGOBOX_ALEA_ENT(1,6)
11:    SI (resultat>=9) ALORS
12:      DEBUT_SI
13:        somme_gains_effectifs PREND_LA_VALEUR somme_gains_effectifs+.....
14:      FIN_SI
15:    SI (resultat>=5 ET resultat<=8) ALORS
16:      DEBUT_SI
17:        somme_gains_effectifs PREND_LA_VALEUR .....
18:      FIN_SI
19:    FIN_POUR
20:    gain_moyen PREND_LA_VALEUR somme_gains_effectifs/100000
21:    AFFICHER gain_moyen
22: FIN_ALGORITHME

```

2. Pourquoi l'algorithme ne traite-t-il pas le cas où resultat est inférieur ou égal à 4?
3. Que peut-on conjecturer sur la valeur du gain effectif moyen en procédant à plusieurs simulations grâce à cet algorithme?

Partie B : analyse théorique

1. Compléter le tableau suivant en indiquant dans chaque case la somme des points obtenus :

dé rouge/dé noir	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

2. On note X la variable aléatoire qui donne le gain effectif obtenu par un joueur. À l'aide du tableau ci-dessus, déterminer la loi de probabilité associée à X et calculer son espérance.

Fiche élève 4B

Un QCM comporte cinq questions et, pour chaque question, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Une bonne réponse rapporte un point, une mauvaise réponse 0.

- Question 1 : Réponse 1 Réponse 2 Réponse 3
 Question 2 : Réponse 1 Réponse 2 Réponse 3
 Question 3 : Réponse 1 Réponse 2 Réponse 3
 Question 4 : Réponse 1 Réponse 2 Réponse 3
 Question 5 : Réponse 1 Réponse 2 Réponse 3

1. Quelles sont les notes minimale et maximale que l'on peut obtenir à ce QCM?
2. On décide de simuler 1000 fois le fait de répondre au hasard à ce QCM à l'aide de l'algorithme AlgoBox ci-dessous (pour la simulation, on considère que la bonne réponse à chaque question est la première) :

```

1: VARIABLES
2: note EST_DU_TYPE NOMBRE
3: question EST_DU_TYPE NOMBRE
4: simulation EST_DU_TYPE NOMBRE
5: effectif EST_DU_TYPE LISTE
6: reponse_au_hasard EST_DU_TYPE NOMBRE
7: DEBUT_ALGORITHME
8:   POUR note ALLANT_DE ... A ...
9:     DEBUT_POUR
10:    effectif[note] PREND_LA_VALEUR 0
11:    FIN_POUR
12:   POUR simulation ALLANT_DE 1 A 1000
13:     DEBUT_POUR
14:     note PREND_LA_VALEUR 0
15:     POUR question ALLANT_DE 1 A 5
16:       DEBUT_POUR
17:       reponse_au_hasard PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,3)
18:       SI (reponse_au_hasard==1) ALORS
19:         DEBUT_SI
20:         note PREND_LA_VALEUR note+1
21:         FIN_SI
22:       FIN_POUR
23:     effectif[note] PREND_LA_VALEUR effectif[note]+1
24:     FIN_POUR
25:   POUR note ALLANT_DE ... A ...
26:     DEBUT_POUR
27:     AFFICHER "On a obtenu "
28:     AFFICHER effectif[note]
29:     AFFICHER " fois la note "
30:     AFFICHER note
31:     FIN_POUR
32: FIN_ALGORITHME

```

- a) Compléter les lignes 8 et 25 de l'algorithme.
 - b) Obtient-on toujours les mêmes résultats en exécutant l'algorithme ?
3. Une exécution de l'algorithme a donné les résultats suivants :

```

***Algorithme lancé***
On a obtenu 126 fois la note 0
On a obtenu 324 fois la note 1
On a obtenu 343 fois la note 2
On a obtenu 166 fois la note 3
On a obtenu 37 fois la note 4
On a obtenu 4 fois la note 5
***Algorithme terminé***

```

- a) Quelle est la moyenne des notes obtenues lors de cette simulation ?
- b) Le calcul de l'écart-type donne $\sigma \approx 1,036$. Parmi les 1000 notes obtenues lors de cette simulation, quelle est la proportion de celles comprises dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$?

Fiche élève 4C

On s'intéresse au nombre d'enfants d'une famille. On suppose qu'il n'y a pas de naissances multiples et qu'il y a équiprobabilité pour la naissance d'un garçon ou d'une fille.

Partie A

On suppose que la famille a eu 4 enfants et on note X le nombre de filles.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que la famille ait eu au moins une fille.

Partie B

On cherche à déterminer le nombre minimum d'enfants que la famille devrait avoir pour que la probabilité d'avoir au moins une fille soit supérieure à 0.999 .

1. On note n le nombre d'enfants. Déterminer, en fonction de n , la probabilité d'avoir au moins une fille.
2. Montrer que répondre au problème posé revient à déterminer le premier entier n tel que $0.5^n \leq 0.001$.
3. Compléter la ligne pour que l'algorithme AlgoBox ci-dessous permette de déterminer cet entier. (rappel : $\text{pow}(0.5, n)$ permet de calculer 0.5^n)

```

1: VARIABLES
2: n EST_DU_TYPE NOMBRE
3: DEBUT_ALGORITHME
4:   n PREND_LA_VALEUR 1
5:   TANT_QUE (pow(0.5,n).....) FAIRE
6:     DEBUT_TANT_QUE
7:       n PREND_LA_VALEUR n+1
8:       FIN_TANT_QUE
9:     AFFICHER n
10: FIN_ALGORITHME

```

Fiche élève 4D

On prélève un échantillon dans une population au sein de laquelle on suppose que la proportion d'un certain caractère est p .

Le prélèvement de l'échantillon étant assimilé à un tirage avec remise, le nombre X d'individus de l'échantillon ayant le caractère en question suit alors la loi binomiale de paramètres n et p , où n est égal à la taille de l'échantillon.

Conformément au programme, on note :

- a , le plus petit entier tel que $p(X \leq a) > 0,025$;
- b , le plus petit entier tel que $p(X \leq b) \geq 0,975$;

On cherche à déterminer les valeurs de a et b à l'aide de l'algorithme AlgoBox ci-dessous qui utilise :

- la commande `ALGOBOX_LOI_BINOMIALE(taille_echantillon,p,k)` permettant de calculer $p(X = k)$;
- une variable somme qui, au fur et à mesure que k est augmenté de 1, contient $p(X \leq k)$.

Compléter la ligne 21 de l'algorithme afin que celui-ci permette de déterminer la valeur de b .

```

1: VARIABLES
2: taille_echantillon EST_DU_TYPE NOMBRE
3: p EST_DU_TYPE NOMBRE
4: somme EST_DU_TYPE NOMBRE
5: k EST_DU_TYPE NOMBRE
6: a EST_DU_TYPE NOMBRE
7: b EST_DU_TYPE NOMBRE
8: DEBUT_ALGORITHME
9:   LIRE taille_echantillon
10:  LIRE p
11:  k PREND_LA_VALEUR 0
12:  somme PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_LOI_BINOMIALE(taille_echantillon,p,k)
13:  TANT_QUE (somme<=0.025) FAIRE
14:    DEBUT_TANT_QUE
15:    k PREND_LA_VALEUR k+1
16:    somme PREND_LA_VALEUR somme+ALGOBOX_LOI_BINOMIALE(taille_echantillon,p,k)
17:    FIN_TANT_QUE
18:  a PREND_LA_VALEUR k
19:  AFFICHER "a : "
20:  AFFICHER a
21:  TANT_QUE (somme.....) FAIRE
22:    DEBUT_TANT_QUE
23:    k PREND_LA_VALEUR k+1
24:    somme PREND_LA_VALEUR somme+ALGOBOX_LOI_BINOMIALE(taille_echantillon,p,k)
25:    FIN_TANT_QUE
26:  b PREND_LA_VALEUR k
27:  AFFICHER "b : "
28:  AFFICHER b
29: FIN_ALGORITHME

```