Math93.com

Factorisation

Seconde/Troisième

Définition 1

Factoriser c'est transformer ……………………….de termes en un …………..
Les principales applications de la factorisation sont la résolution d'équations et la simplification de calculs de valeurs d'une expression.

I. Factorisation : la méthode

Propriété 1

Cette factorisation est basée sur la propriété de simple distributivité vue en classe de 5e.

$$\underbrace{\boxed{A \times B}}_{1^{\text{er}}\text{ terme}} + \underbrace{\boxed{A \times C}}_{2^{\text{e}}\text{ terme}} = A \times (B + C)$$

Méthode 1

- **Étape 1** : Identifier les termes de la somme (ou de la différence) et le signe entre les termes.
- **Étape 2** : Faire apparaitre :
  - au moins un signe de multiplication $\times$ dans chaque terme ;
  - le facteur commun A (il peut y en avoir plusieurs, ou aucun et dans ce cas on est bloqué) .
- **Étape 3** : on factorise c'est à dire :

$$\boxed{A \times \Big(\text{Par quoi est multiplié } A \text{ dans le 1er terme ?} \bigoplus \text{Par quoi est multiplié } A \text{ dans le 2e terme ?}\Big)}$$

- **Étape 4** : On développe et réduit dans la parenthèse.

II. Exemples : Factorisation de type 1 classique

$$\boxed{A \times B + A \times C = A \times (B + C)}$$

II.1 Comme en 5e

$W(x) = 2x + 8$

$W(x) = \boxed{2 \times x} + \boxed{2 \times 4}$

$\boxed{W(x) = 2 \times (x + 4)}$

$M(x) = 20x + 30$

$M(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$M(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

II.2 Plus délicat

$$A(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1)(1+7x)$$
$$A(x) = \boxed{\underline{(x+1)} \times (2-3x)} - \boxed{\underline{(x+1)} \times (1+7x)}$$
$$A(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[(2-3x) - (1+7x)\Big]$$
$$A(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[2-3x-1-7x\Big]$$
$$\boxed{A(x) = \underline{(x+1)} \times (-10x+1)}$$

$$B(x) = (2x+1)(3+x) - 3(3+x)(x-1)$$

$B(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$B(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$B(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$B(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

III. Exemples : Factorisation de type 1 - Variante 1

L'idée ici est de faire apparaitre la multiplication dans un des termes :

$$\boxed{A \times B - A = \underline{A} \times B - \underline{A} \times 1}$$

$$C(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1)$$
$$C(x) = \boxed{\underline{(x+1)} \times (2-3x)} - \boxed{\underline{(x+1)} \times 1}$$
$$C(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[(2-3x) - 1\Big]$$
$$C(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[2-3x-1\Big]$$
$$\boxed{C(x) = \underline{(x+1)} \times (-3x+1)}$$

$$D(x) = (3+x) - (3+x)(x-1)$$

$D(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$D(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$D(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$D(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

IV. Exemples : Factorisation de type 1 - Variante 2

L'idée ici est de faire apparaitre la multiplication dans un des termes à partir du carré :

$$\boxed{A \times B - A^2 = \underline{A} \times B - \underline{A} \times A}$$

$$E(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1)^2$$
$$E(x) = \boxed{\underline{(x+1)} \times (2-3x)} - \boxed{\underline{(x+1)} \times (x+1)}$$
$$E(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[(2-3x) - (x+1)\Big]$$
$$E(x) = \underline{(x+1)} \times \Big[2-3x-x-1\Big]$$
$$\boxed{E(x) = \underline{(x+1)} \times (-4x+1)}$$

$$F(x) = (3+x)^2 - 2(3+x)(x-1)$$

$F(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$F(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$F(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$F(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

V. Factorisation de type 2 : Avec les identités remarquables

Méthode 2

L'idée est de reconnaitre une des trois identités remarquables, souvent la 3e.

$\boxed{A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2}$ $\boxed{A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2}$ $\boxed{A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)}$

$G(x) = (x+1)^2 - (2x-3)^2$

$G(x) = \Big[(x+1) + (2x-3)\Big] \times \Big[(x+1) - (2x-3)\Big]$

$G(x) = \Big[x + 1 + 2x - 3\Big] \times \Big[x + 1 - 2x + 3\Big]$

$$\boxed{G(x) = (3x-2) \times (-x+4)}$$

$G'(x) = (3x-1)^2 - (2-5x)^2$

$G'(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$G'(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$G'(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$G'(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$H(x) = 4x^2 - 12x + 9$

$H(x) = (2x)^2 - 2 \times 3 \times 2x + 3^2$

$$\boxed{H(x) = (2x-3)^2}$$

$H'(x) = 9x^2 - 6x + 1$

$H'(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$H'(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$H'(x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

VI. Factorisation de type 3 : C'est un mixte des 2 premières

Méthode 3

L'idée est d'effectuer un factorisation intermédiaire dans un des termes de la somme afin de faire apparaitre le facteur commun.

$G(x) = x^2 + 2x + 1 - (2x-3)^2$

On remarque que : $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$

$G(x) = (x+1)^2 - (2x-3)^2$

$G(x) = \Big[(x+1) + (2x-3)\Big] \times \Big[(x+1) - (2x-3)\Big]$

$G(x) = \Big[x + 1 + 2x - 3\Big] \times \Big[x + 1 - 2x + 3\Big]$

$$\boxed{G(x) = (3x-2) \times (-x+4)}$$

$I(x) = (x-3)^2 - 5x + 15$

On remarque que : $-5x + 15 = -5(x-3)$

$I(x) = \underline{(x-3)} \times (x-3) - 5 \times \underline{(x-3)}$

$I(x) = \underline{(x-3)} \times \Big[(x-3) - 5\Big]$

$$\boxed{I(x) = (x-3)(x-8)}$$

Fin du cours