Math93.com

# Géométrie Plane

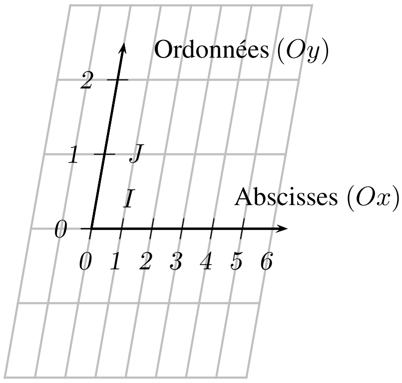
## Seconde

## 1 Coordonnées dans le plan

**Définition 1** (Repère du plan)

Définir un repère du plan, c'est choisir trois points **non alignés**, dans un ordre défini : $O, I, J$.
Dans le repère $(O\,;\;I\,;\;J)$ on a :

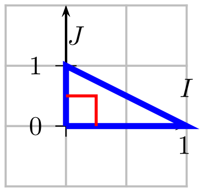
- le point $O$ est **l'origine du repère** ;
- la droite $(OI)$ est l'**axe des abscisses** et la distance $OI$ représente l'unité sur cet axe ;
- la droite $(OJ)$ est l'**axe des ordonnées** et la distance $OJ$ représente l'unité sur cet axe.

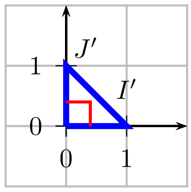



**Définition 2**

On considère trois points **non alignés** : $O$, $I$, $J$, et trois autres **non alignés** : $O'$, $I'$, $J'$.

- si le triangle $OIJ$ est rectangle en $O$, le repère $(O\,;\;I\,;\;J)$ est dit **orthogonal** ;
- si le triangle $O'I'J'$ est rectangle et isocèle en $O$, le repère $(O'\,;\;I'\,;\;J')$ est dit **orthonormé**.

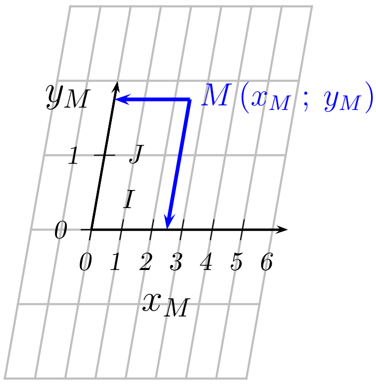



**Définition 3** (Coordonnées)

Dans le repère $(O\,;\;I\,;\;J)$ du plan on considère un point $M$.

- En traçant la parallèle à l'axe $(OJ)$ passant par $M$, on obtient sur l'axe (OI) l'**abscisse** du point $M$ que l'on note $x_M$.
- En traçant la parallèle à l'axe $(OI)$ passant par $M$, on obtient sur l'axe (OJ) l'**ordonnée** du point $M$ que l'on note $y_M$.
- Le couple de réels $(x_M\,;\;y_M)$ désigne les coordonnées du point $M$ dans le repère $(O\,;\;I\,;\;J)$.




**Exemple** : Dans le repère $(F\,;\;D\,;\;Q)$ par exemple les coordonnées des trois points du repère sont implicitement donnée par leur ordre :

- Le premier point $F$ est de coordonnées : $F\,(0\,;\;0)$.
- Le deuxième point $D$ est de coordonnées : $D\,(1\,;\;0)$ .
- Le troisième point $D$ est de coordonnées : $Q\,(0\,;\;1)$.

# 2 Calcul de distances dans un repère

## 2.1 Unité de longueur

Le calcul de longueurs va dépendre **des unités de longueur** choisies sur les axes du repère. On se placera toujours dans **un repère orthonormé (r.o.n.)** et on devra préciser l'unité du repère, c'est à dire la distance $OI = OJ$ = **1 unité**.

## 2.2 Calcul de distances dans un repère orthonormé (r.o.n.).

**Proposition 1**

On considère dans le plan un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ;\ J)$ et les points $A\,(x_A\ ;\ y_A)$ et $B\,(x_B\ ;\ y_B)$ où $x_A$, $x_B$, $y_A$ et $y_B$, sont des réels.
La distance entre les points $A$ et $B$, exprimée dans l'**unité de longueur commune aux deux axes** est :

$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

# 3 Coordonnées du milieu d'un segment « MILIEU ... MOYENNE »

**Proposition 2**

On considère dans le plan un repère quelconque $(O\ ;\ I\ ;\ J)$ et les points $A\,(x_A\ ;\ y_A)$ et $B\,(x_B\ ;\ y_B)$ où $x_A$, $x_B$, $y_A$ et $y_B$, sont des réels.
Le **milieu** $I$ du segment $[AB]$ a pour coordonnées les **moyennes** de celles des points $A$ et $B$ .

$$\boxed{I\left(\frac{x_A + x_B}{2}\ ;\ \frac{y_A + y_B}{2}\right)}$$

# 4 Applications

## 4.1 Pour montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

On rappelle les caractérisations du parallélogramme :

**Proposition 3**

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

La méthode la plus simple est donc, connaissant les coordonnées des quatre sommets, de trouver les coordonnées des milieux des diagonales et de montrer qu'ils sont identiques.

**Proposition 4**

Si un quadrilatère a ses côtés opposés qui ont la même mesure, alors c'est un parallélogramme.

## 4.2 Pour calculer les coordonnées de l'image d'un point par une symétrie centrale

Le point $A'$ est l'image du point $A$ par la symétrie de centre $C$ signifie que $C$ est le milieu du segment $[AA']$. On écrit donc un système avec les coordonnées des points considérés et on obtient deux équations.

## 4.3 Pour calculer les coordonnées du point D pour que ABCD soit un parallélogramme

D'après la propriété 3, il suffit de remarquer que les coordonnées vérifie l'égalité des coordonnées des milieux des diagonales.
Attention à l'ordre des points !