



Math93.com

# Devoir Surveillé n°9

**Bilan de l'année**
**Durée 2,25 heures - Coeff. 10**
**Noté sur 40 points**

*L'usage de la calculatrice est autorisé.*

## Exercice 1. Choisir une forme adaptée (19 points)

Dans un repère orthonormé du plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère une fonction  $f$ , de courbe  $\mathcal{C}_f$ , définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (x - 2)(3 - 5x) + 4(-2 + x)^2$$

### Partie A : Écrire et transformer

**3 points**

1. [1 point] Montrer que pour tout réel  $x$  :

$$f(x) = -x^2 - 3x + 10.$$

2. [1 point] Factoriser  $f(x)$ .

3. [1 point] Montrer que pour tout réel  $x$  :

$$f(x) = -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{49}{4}$$

Par la suite, vous pourrez choisir l'expression la plus adaptée pour répondre aux questions posées.

### Partie B : Étude de la fonction $f$

**7 points**

4. [1,5 point] Résoudre l'inéquation

$$(I_1) : f(x) \geq 0$$

Interpréter le résultat obtenu.

5. [1 point] Dresser le tableau de variations de  $f$  en appliquant directement le cours.  
 6. [2 points] Démontrer que  $f$  est croissante sur un intervalle  $]-\infty ; \alpha]$  que l'on précisera ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ).  
 7. [1 point] Déterminer le maximum de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$  et le réel pour lequel il est atteint.  
 8. [1,5 point] Construire sur la feuille donnée en annexe la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

### Partie C : Un joli trapèze

**9 points**

9. [0,5 point] Construire dans le même repère la droite  $(d_1)$  d'équation  $(d_1) : y = x + 10$ .  
 10. [2 points] Résoudre par le calcul l'inéquation

$$(I_2) : f(x) \geq x + 10$$

[0,5 point] Interpréter le résultat obtenu.

11. [0,5 point] En déduire **sans calcul** les coordonnées des points d'intersection A et B de  $\mathcal{C}_f$  avec  $(d_1)$ . On notera A le point d'abscisse la plus petite.  
 12. [2 points] On considère les points D et E de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisses respectives  $-3$  et  $1$ . Déterminer une équation réduite de la droite  $(DE)$ .  
 13. [1,5 point] Déterminer les coordonnées de Q, le point d'intersection de la droite  $(d_1)$  et de la droite  $(d_2)$  d'équation

$$(d_2) : y = -x + 7$$

[0,5 point] Vérifier que ce point appartient à l'axe de symétrie de la parabole  $\mathcal{C}_f$ .

14. [1,5 points] Montrer que le quadrilatère ADBE est un trapèze

**Exercice 2. Vecteurs et coordonnées**

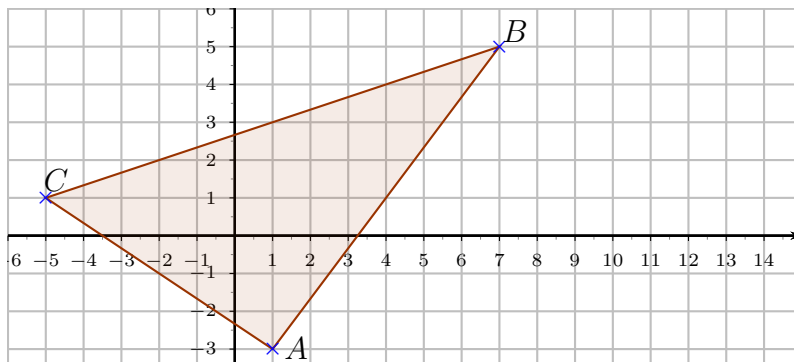
**9 points**

Dans un repère orthonormé du plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points : Soit  $A(1; -3)$  ;  $B(7; 5)$  et  $C(-5; 1)$

1. [3 points] Le triangle ABC est-il rectangle ?
2. [1 point] Déterminer les coordonnées des milieux respectifs D, E et F des segments [AB], [BC] et [CA].
3. [2 points] Déterminer les équations des trois médianes du triangle ABC.
4. [1 point] Démontrer que ces trois médianes sont concourantes en un point G dont on précisera les coordonnées.
5. [1 point] Démontrer que

$$\vec{BG} = \frac{2}{3}\vec{BF}$$

6. [1 point] Déterminer les coordonnées du point K tel que CBKA soit un parallélogramme.



**Exercice 3. Probabilités**

**6 points**

Une classe est composée de 17 filles dont 8 étudient le russe et 9 l'allemand et de 23 garçons dont 12 étudient le russe et 11 l'allemand. Chaque élève étudie une et une seule de ces deux langues vivantes. On choisit un élève au hasard dans la classe et on définit les évènements :

$F$  l'évènement : « L'élève choisi est une fille » ;

$R$  l'évènement : « L'élève choisi étudie le russe » ;

$G$  l'évènement : « L'élève choisi est un garçon » ;

$A$  l'évènement : « L'élève choisi étudie l'allemand ».

1. [1 point] Avec les données, compléter sur la feuille ANNEXE le tableau croisé proposé.
2. [1,5 point] Calculer  $P(G)$ ,  $P(R \cap G)$  et  $P(R)$ .
3. [1 point] Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille qui étudie l'allemand ?
4. [1 point] L'élève choisi étudie le russe. Calculer la probabilité que cet élève soit un garçon.
5. [1,5 point] On procède successivement deux fois au choix d'un élève de la classe. Le même élève peut être choisi deux fois. Calculer la probabilité de l'évènement : « Les deux élèves choisis n'étudient pas la même langue ». On pourra s'aider d'un arbre.

**Exercice 4. Vrai/Faux**

**6 points**

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. Affirmation 1

$$-\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{CA} + 3(\vec{AB} - \vec{AC}) - 2\vec{CB} = \vec{BC}$$

2. Affirmation 2

$$\frac{1}{\sqrt{6}-2} = \frac{\sqrt{6}}{2} + 1$$

3. On lance 2 500 fois un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note  $f$  la fréquence de sortie d'un nombre pair.
  3. a. Affirmation 3 Alors au moins 95% des fréquences  $f$  se situent dans l'intervalle de fluctuation  $I = [0, 48 ; 0, 52]$ .
  3. b. Affirmation 4 On obtient 1 150 fois un nombre pair. On peut affirmer que le dé est bien équilibré.

ANNEXE

Graphe de l'exercice 1

---

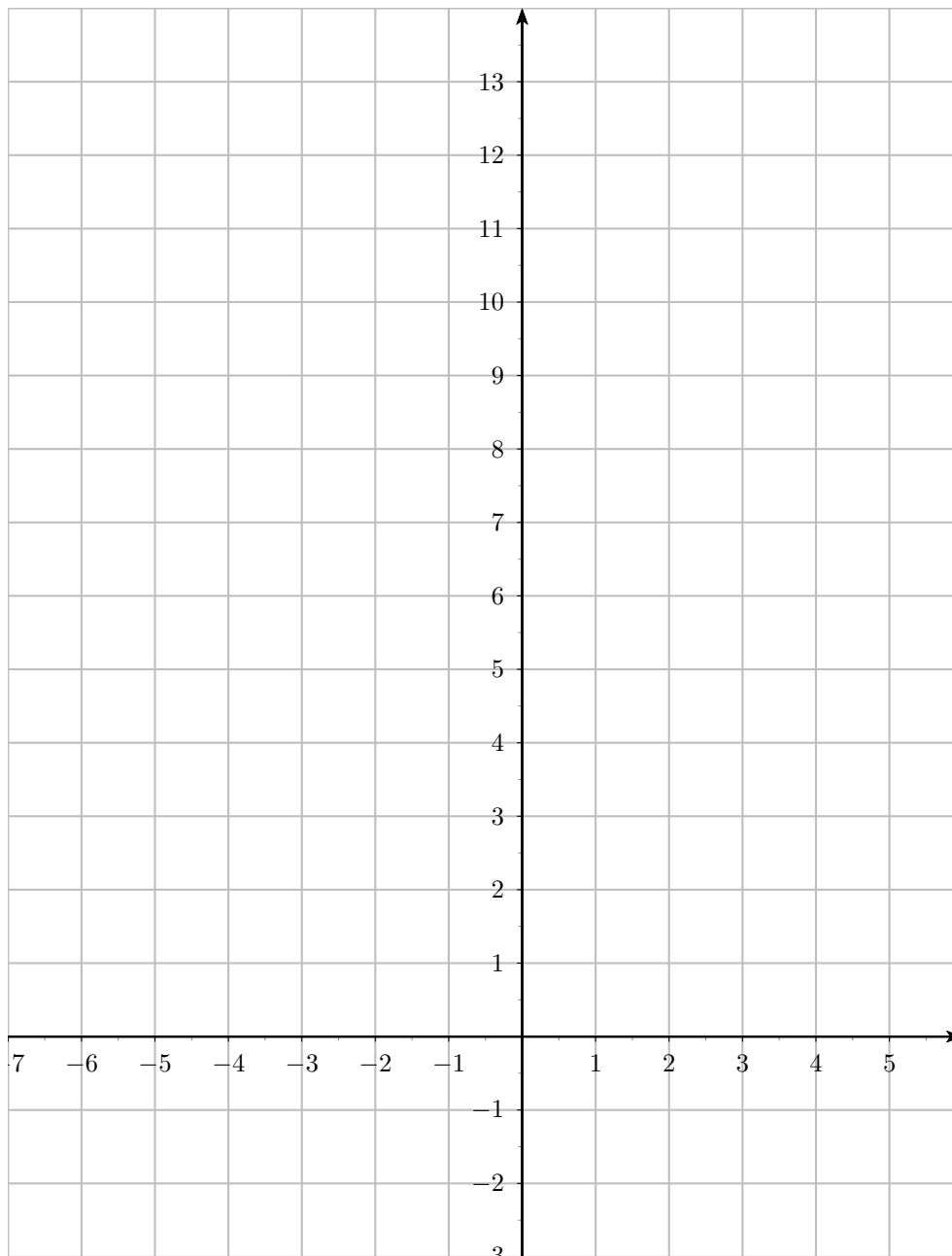


Tableau de l'exercice 3

---

	<i>F</i>	<i>G</i>	Total
<i>R</i>			
<i>A</i>			
Total	17	23	40