



Math93.com

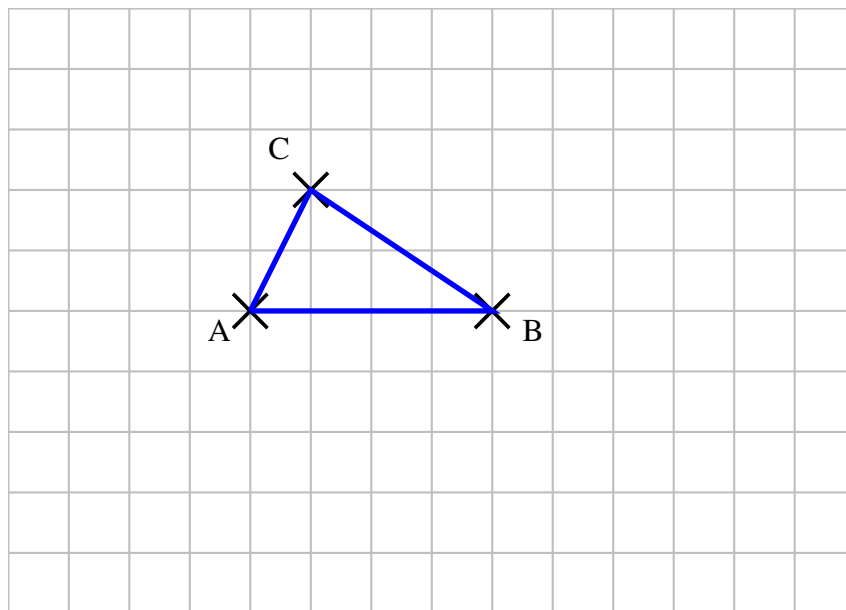
Devoir Surveillé n°7

Vecteurs
 Durée 1,5 heure - Coeff. 8
 Noté sur 40 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. Construction et démonstration

10 points



On considère un triangle ABC.

1. [3 points] Construire les points I, J, K et L définis par :

1. a. $\vec{AI} = \vec{AB} + \vec{AC}$;

1. b. $\vec{AJ} = \vec{AB} - \vec{AC}$;

1. c. $\vec{AK} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$;

1. d. $\vec{BL} = -2\vec{AC}$;

2. [3 points] En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\vec{JK} = \vec{AB}$.

3. [3 points] Démontrer ensuite que $\vec{CI} = \vec{AB}$.

4. [1 point] En déduire que le quadrilatère CIKJ est un parallélogramme.

5. **Bonus*** [2 points] Démontrer que les points I, B, J et L sont alignés.

Exercice 2. Michel Chasles (1793-1880) est votre ami !

11 points

A l'aide de sa célèbre relation, démontrer les égalités suivantes :

1. $\vec{AB} - \vec{DC} + \vec{DA} = \vec{CB}$;

2. $2\vec{OA} + \vec{AC} - \vec{OC} = \vec{OA}$;

3. $\vec{FG} - (\vec{FA} + \vec{FB}) - (\vec{AB} - \vec{GB}) = \vec{BF}$;

4. $-\vec{AB} + \vec{BC} - \vec{CA} + 3(\vec{AB} - \vec{AC}) - 2\vec{CB} = \vec{BC}$;

Remarque :

En 1841 Chasles enseigne à l'école polytechnique puis à la Sorbonne en 1846. Il entre à l'Académie des sciences en 1851. Chasles expose la relation qui porte son nom à la page 46/643 de son *Traité de géométrie supérieure* (1852).

Exercice 3. Vecteurs et coordonnées**11 points**

Dans un repère du plan (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points : $D(-2; 4)$, $E(-1; 1)$ et $F(5; 4)$.

1. Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure de l'énoncé.
2. [6 points] On considère les points R, S et T tels que :

$$\overrightarrow{DR} = 4 \overrightarrow{DE}, \quad \overrightarrow{DS} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DF}, \quad \overrightarrow{ET} = \frac{1}{3} \overrightarrow{EF}$$

Déterminer les coordonnées des points R, S et T.

3. [2 points] Démontrer que les droites (ST) et (FR) sont parallèles.
4. [1 point] Montrer que les coordonnées du milieu K du segment [DR] sont $K(0; -2)$.
5. [2 points] En démontrant par exemple que les vecteurs \overrightarrow{TK} et \overrightarrow{ST} sont colinéaires, prouver que les points S, T et K sont alignés.

Exercice 4. Vecteurs et coordonnées**9 points**

Dans un repère du plan (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points : $A(-1; -2)$, $B(5; -1)$, $C(6; 3)$ et $D(0; 2)$.

1. Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure de l'énoncé.
2. [3 points] Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
3. [2 points] Construire le point E tel que :

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$$

4. [2 points] Déterminer les coordonnées du point E.
5. [2 points] Démontrer que :

$$\overrightarrow{BE} = -\overrightarrow{BC}$$

6. [1 point] Que peut-on en déduire sur le point B ?

- Fin du devoir -