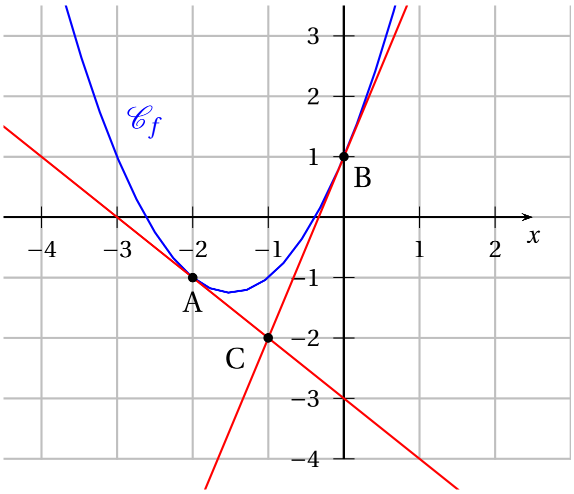
Math93.com

Devoir Surveillé n°4A
Seconde
Bilan 1
Durée 2 heures - Coeff. 8
Noté sur 40 points

Exercice 1. QCM — 3 points

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.



On a tracé $\mathscr{C}_f$, la courbe d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que les tangentes à $\mathscr{C}_f$ aux points $A(-2\,;\,-1)$ et $B(0\,;\,1)$.

Question 1

L'équation de la droite (AC), la tangente à $\mathscr{C}_f$ en $A(-2\,;\,-1)$ est :

a. $y = x - 3$ **b.** $y = -x - 3$ **c.** $y = 3x - 3$ **d.** $y = -3x - 3$

Question 2

Le coefficient directeur de la droite (BC) est :

a. -2 **b.** 2 **c.** 3 **d.** $\frac{1}{3}$

Question 3

La fonction f est négative sur :

a. $[-4\,;0]$ **b.** $[0\,;2]$ **c.** $[-1\,;1]$ **d.** $[-2\,;-1]$

Exercice 2. Lectures Graphique — 1 point

Juste par lecture graphique, dresser le tableau de variations de la fonction f de l'exercice 1.

Exercice 3. Un peu de géométrie — 10 points

1. On considère dans le repère orthonormé de l'annexe (à rendre) $(O\,;\, I\,;\, J)$ ci-dessus les points $A(-4\,;\,1)$ et $B(6\,;\,-1)$. Déterminer les coordonnées du point C, milieu du segment $[AB]$. Vérifier que C appartient à l'axe des abscisses.

2. Construire le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$, et donc de centre C.

3. Montrer que le rayon du cercle $\mathscr{C}$ est de $\sqrt{26}$ u.l. (unités de longueur).

4. Le cercle $\mathscr{C}$ coupe l'axe des ordonnées en deux points. On note E le point dont l'ordonnée est positive. Placer E sur le graphique et montrer que ses coordonnées sont : $E(0\,;\,5)$.
Aide : on pourra utiliser le triangle EOC rectangle en O.

5. Démontrer que le triangle ABE est rectangle en E.

6. Montrer que l'aire $\mathscr{A}$ du triangle ABE est égale à : $\mathscr{A} = 24$ u.a.

7. Soit le point F, pied de la hauteur issue de E dans le triangle AEB. Déterminer la distance EF.
Aide : on pourra exprimer l'aire du triangle AEB de deux façons.

Exercice 4. Statistiques et échantillonnage — 8 points

On lance n fois un dé cubique (à six faces), chaque face étant numérotée de 1 à 6. On appelle f la fréquence de sortie d'un nombre pair.

1. Calculer p, la probabilité d'obtenir un nombre pair.

2. On note I_n, l'intervalle de fluctuation asymptotique de la fréquence f au seuil 95% pour les n lancers.

2. a. Déterminer, pour $n = 2\,500$, l'intervalle de fluctuation $I_{2\,500}$ de la fréquence f (on arrondira au millième) et donner l'amplitude de l'intervalle.

2. b. Déterminer n pour tel que $I_n = [0{,}475\,;\,0{,}525]$.

2. c. Déterminer n pour que l'amplitude de l'intervalle I_n soit de 1%.

3. **On considère maintenant que $n = 2\,500$.**
Sur les 2 500 lancers, on obtient :

Face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	410	425	401	425	422	417	2 500
Effectifs cumulés croissants	……	……	……	……	……	……	$\ddots$

3. a. Déterminer la médiane, la moyenne et les quartiles Q_1 et Q_3 de la série.

3. b. La fréquence f de sortie d'un nombre pair appartient-elle à l'intervalle de fluctuation $I_{2\,500}$?
Que peut-on en conclure ?

Exercice 5. Choisir la forme adaptée — 18 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x-1)(x-2) - 2(x+1)(2x-4)$$

On a tracé sur l'annexe, $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

Partie A

1. Montrer que pour tout x réel on a :

$$f(x) = -3x^2 + x + 10$$

2. Montrer en factorisant l'expression initiale de f que pour tout x réel on a :

$$f(x) = (2-x)(3x+5)$$

3. Montrer que pour tout x réel on a :

$$f(x) = -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{121}{12}$$

Partie B

En utilisant la forme de f de votre choix, répondez aux questions suivantes.

4. Calculer l'image par f de $\left(\frac{1}{6}\right)$.

5. Résoudre l'équation $f(x) = x - 2$.

6. Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.

Partie C : Étude de f

7. Déterminer par le calcul le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ et la valeur pour lequel il est atteint.

8. Étudier les variation de f sur l'intervalle $\left]-\infty ; \frac{1}{6}\right]$.

9. Étudier les variation de f sur l'intervalle $\left[\frac{1}{6} ; +\infty\right[$.

10. Dresser alors le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

11. Encadrer $f(x)$ si x appartient à l'intervalle $[-5 ; 5]$.

Partie D : Une fonction affine

12. Déterminer la fonction affine g telle que : $\begin{cases} g(-2) = -4 \\ g(2) = 0 \end{cases}$.

13. Construire sur le graphique de l'annexe la droite $\mathscr{C}_g$ associée à la fonction affine g.

14. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Fin du devoir

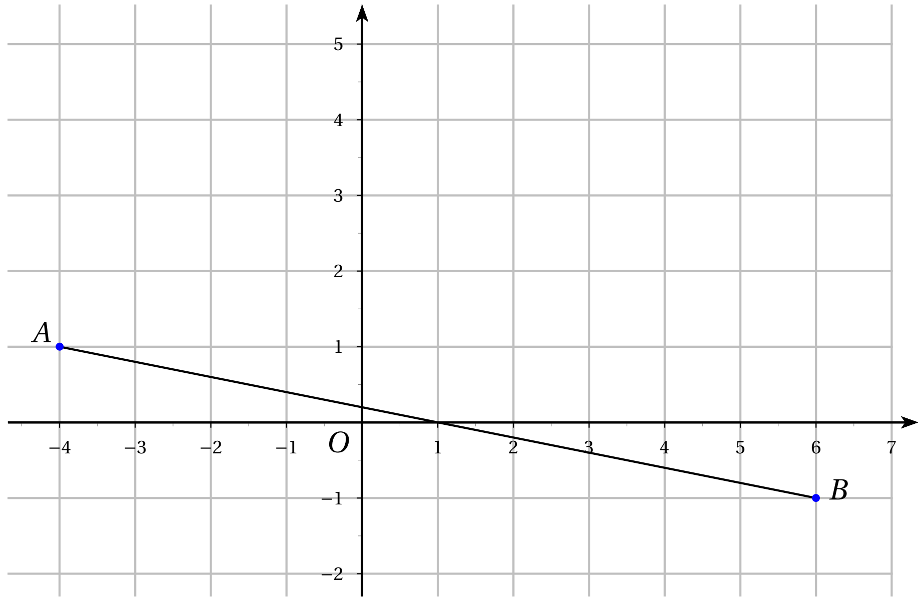
Bonus [1.5 point]
Résoudre l'équation :

$$6x^2 - x - 1 = 0$$

- Joyeux noël et bonne année 2017 -

Annexe

Graphique de l'exercice 3



Courbe de l'exercice 5