



Math93.com

Devoir Surveillé n°5

Seconde Probabilités

Durée 1 heure - Coeff. 5
Noté sur 20.5 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1.

4.5 points

Une urne contient 100 boules indiscernables au toucher.

- 25 boules sont rouges et numérotées 1 et 15 boules sont rouges et numérotées 2 ; 20 boules sont vertes et numérotées 2 ; 20 boules sont bleues et numérotées 1 ; 10 boules sont jaunes et numérotées 1 et 10 boules sont jaunes et numérotées 2.

On tire une boule au hasard dans l'urne et on considère les événements suivants :

- A : « la boule tirée est rouge » et B : « la boule tirée porte le numéro 2 ».

1. Déterminer la probabilité des événements A , \bar{A} et B .

Les boules sont indiscernables au toucher et on tire en tire une au hasard donc on est dans une situation d'équiprobabilité.

- Parmi les 100 boules, il y a $(25 + 15) = 40$ boules rouges donc :

$$p(A) = \frac{40}{100} = \underline{0,4}$$

- La probabilité de l'évènement contraire \bar{A} est donc :

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = \underline{0,6}$$

- Parmi les 100 boules, il y a $(15 + 20 + 10) = 45$ boules numérotées 2 donc :

$$p(B) = \frac{45}{100} = \underline{0,45}$$

2. Décrire par une phrase l'évènement $A \cap B$ et calculer sa probabilité.

L'évènement $A \cap B$ est : « la boule tirée est rouge et numérotée 2 » Parmi les 100 boules, il y a 15 boules rouges et numérotées 2 donc :

$$p(A \cap B) = \frac{15}{100} = \underline{0,15}$$

3. Décrire par une phrase l'évènement $A \cup B$ et calculer sa probabilité.

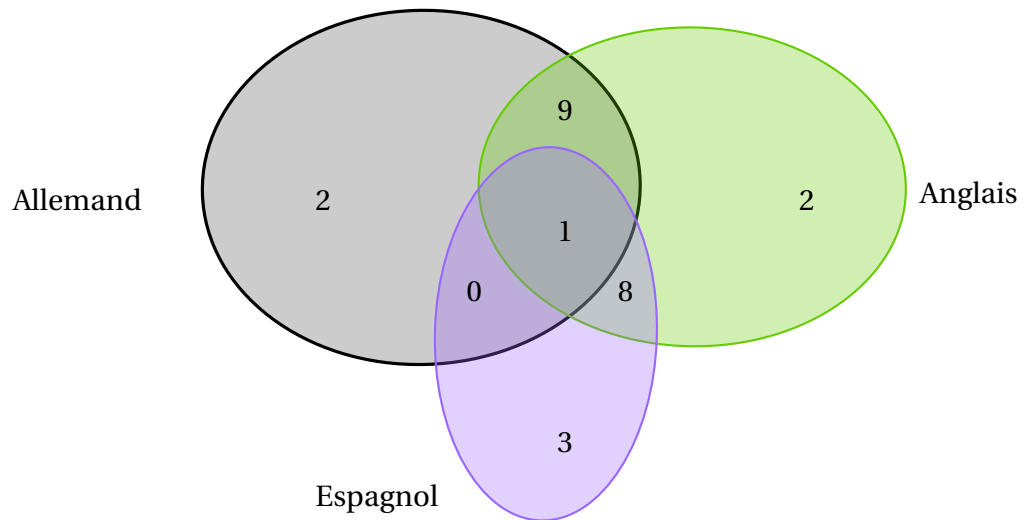
L'évènement $A \cup B$ est : « la boule tirée est rouge ou est numérotée 2 ». On a alors :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$p(A \cup B) = 0,4 + 0,45 - 0,15 = \underline{0,7}$$

Exercice 2.**3 points**

Dans une classe de 25 élèves, 12 étudient l'allemand, 20 l'anglais et 12 l'espagnol. 10 élèves étudient l'anglais et l'allemand et parmi eux 1 élève étudie aussi l'espagnol. Aucun élève n'étudie l'allemand et l'espagnol sans étudier l'anglais et seulement 3 élèves n'étudient que l'espagnol. On rencontre un élève au hasard de cette classe. Quelle est la probabilité qu'il étudie exactement deux langues vivantes ?



On complète le diagramme de Venn d'après les données. On remarque qu'alors $9 + 8 = 17$ élèves sur 25 étudient exactement deux langues vivantes, donc en supposant qu'il y a équiprobabilité on obtient la probabilité cherchée :

$$p = \frac{17}{25} = \underline{0,68}$$

Exercice 3.**8 points**

Une enquête portant sur 5 000 clients d'une société spécialisée en informatique a montré que 80% des clients avaient bénéficié des conseils d'un vendeur. De plus, 70% des clients ayant bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat, alors que 20% seulement des clients qui n'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat.

1. Combien de clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur ?

80% des 5 000 clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur soit :

$$80\% \times 5\,000 = \underline{4\,000}$$

2. Montrer que 2 800 clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur et ont effectué un achat.

70% des clients 4 000 ayant bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat soit :

$$70\% \times 4\,000 = \underline{2\,800}$$

3. Compléter sur cette feuille le tableau suivant :

20% seulement des 1 000 clients qui n'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat soit :

$$20\% \times 1\,000 = \underline{200}$$

	Ont effectué un achat	N'ont pas effectué un achat	Total
Ont bénéficié des conseils d'un vendeur	2 800	1 200	4 000
N'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur	200	800	1 000
Total	3 000	2 000	5 000

4. On interroge au hasard un des clients sur lequel a porté l'enquête et on admet qu'il y a équiprobabilité des choix. On considère les évènements suivants :

- A : « le client a bénéficié des conseils d'un vendeur » et B : « le client a effectué un achat ».

4. a. Déterminer la probabilité de l'évènement A , puis celle de l'évènement \bar{A} .

On admet être en situation d'équiprobabilité alors :

$$p(A) = \frac{4000}{5000} = \underline{0,8} \text{ et } p(\bar{A}) = 1 - p(A) = \underline{0,2}$$

4. b. Décrire par une phrase les évènements $A \cap B$ et $A \cup B$.

L'évènement $A \cap B$ est : « le client a bénéficié des conseil d'un vendeur et a effectué un achat ».

L'évènement $A \cup B$ est : « le client a bénéficié des conseil d'un vendeur ou a effectué un achat ».

4. c. Calculer les probabilités des évènements $A \cap B$ et $A \cup B$.

- On a :

$$p(A \cap B) = \frac{2800}{5000} = \underline{0,56}$$

- Par ailleurs on a :

$$p(B) = \frac{3000}{5000} = \underline{0,6}$$

- Donc :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$p(A \cup B) = 0,8 + 0,6 - 0,56 = \underline{0,84}$$

4. d. On interroge au hasard un des clients qui a effectué un achat et on admet qu'il y a équiprobabilité des choix.

Quelle est la probabilité qu'il ait bénéficié des conseils d'un vendeur ?

2 800 clients ont bénéficié des conseils d'un vendeur parmi les 3 000 qui ont effectué un achat donc la probabilité cherchée est :

$$p = \frac{2800}{3000} \approx \underline{0,933}$$

Exercice 4.**5 points**

Une agence de location de voitures dispose de deux types de véhicules : utilitaire ou luxe, et propose, au moment de la location, une option d'assurance sans franchise. Le nombre de véhicules utilitaires est de 300 et celui de luxe de 450. On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les événements suivants :

- L : « le client a loué un véhicule de luxe » ; U : « le client a loué un véhicule utilitaire » et D : « le client a choisi l'option d'assurance sans franchise ».

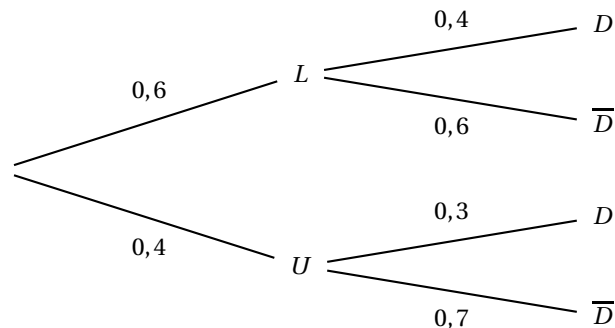
On sait alors que :

- 30% des clients ayant loué un véhicule utilitaire ont choisi l'option d'assurance sans franchise et 40% des clients ayant loué un véhicule de luxe ont choisi l'option d'assurance sans franchise.

1. Calculer $p(L)$ et $p(U)$.

On admet être en situation d'équiprobabilité. D'après les données, il y a 450 véhicules de luxe sur 750 donc

$$p(L) = \frac{450}{750} = \underline{0,6} \text{ et } p(U) = \underline{0,4}$$

2. Compléter sur cette feuille l'arbre de probabilités ci-dessous :

Si besoin, tous les résultats seront arrondis au millième.

3. En utilisant l'arbre :**3. a. Calculer $p(L \cap D)$ et $p(U \cap D)$.**

$$\boxed{p(L \cap D) = 0,6 \times 0,4 = 0,24} \text{ et } \boxed{p(U \cap D) = 0,4 \times 0,3 = 0,12}$$

3. b. En déduire $p(D)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

$$\begin{aligned} p(D) &= p(L \cap D) + p(U \cap D) \\ &= 0,24 + 0,12 \\ p(D) &= \underline{0,36} \end{aligned}$$

La probabilité qu'un client ait choisi l'option d'assurance sans franchise est de 0,36.

∞ Fin du devoir ∞