Math93.com

# Devoir Surveillé n°6

# Seconde

## Vecteurs

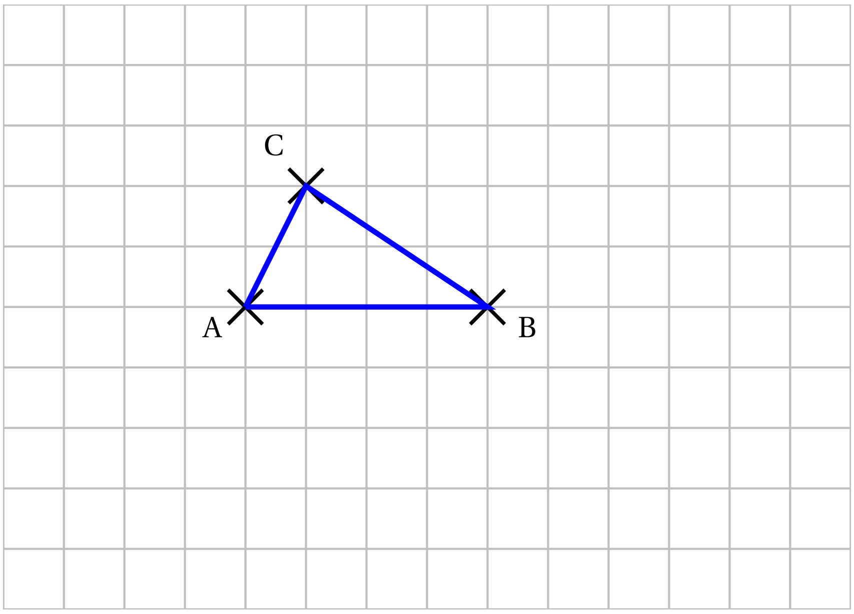
**Durée 1 heure - Coeff. 5**

**Noté sur 21 points**

---

*L'usage de la calculatrice est autorisé.*

## Exercice 1. Construction et démonstration — 6 points




On considère un triangle ABC.

**1.** Construire les points I, J, K et L définis par :

**1. a.** $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ;

**1. b.** $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ ;

**1. c.** $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ ;

**1. d.** $\overrightarrow{BL} = -2\overrightarrow{AC}$ ;

**2.** En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{AB}$.

**3.** Démontrer ensuite que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AB}$.

**4.** En déduire que le quadrilatère $CIKJ$ est un parallélogramme.

## Exercice 2. A la recherche du point G — (3 ou) 4 points

Soit ABC un triangle quelconque, on note A' le milieu du segment [BC], B' le milieu du segment [AC] et C' le milieu du segment [AB]. Soit M un point du plan tel que :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}$$

**1.** Montrer qu'alors : $\overrightarrow{AM} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$.

**2.** On admet que l'on a aussi :

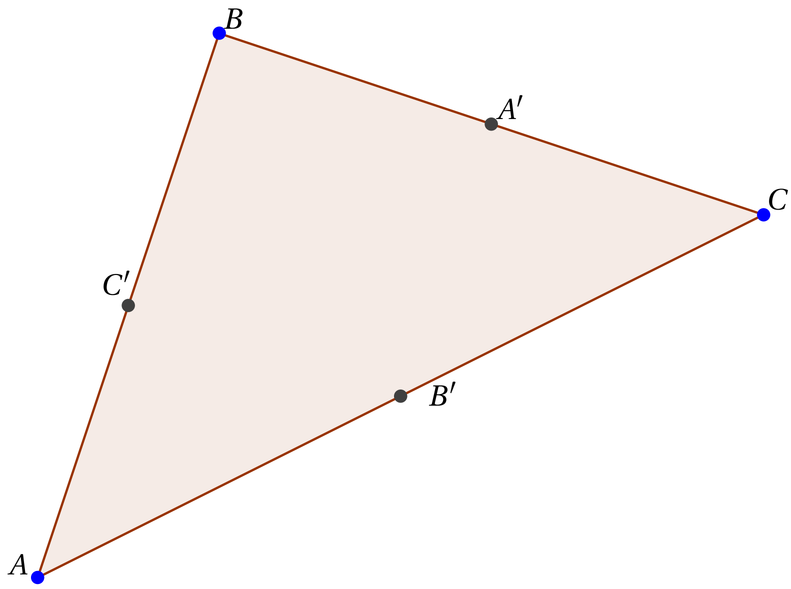
$$\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$$

En déduire que les trois médianes du triangle sont concourantes en M.

**Remarque** : *si vous avez déjà traité la question* **(5.)** *de l'exercice 3, ne pas refaire la preuve.*

## Exercice 3. A la recherche du point G, une autre preuve (6 ou) 5 points

On considère un triangle quelconque ABC. On note A' le milieu du segment [BC], B' le milieu du segment [AC] et C' le milieu du segment [AB].




1. On se place dans le repère $(A\,;\,C\,;\,B)$. Déterminer dans ce repère les coordonnées des points A, B, C , A', B' et C'.
2. Placer le point G tel que : $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$.
3. Montrer que dans le repère $(A\,;\,C\,;\,B)$, le point G est de coordonnées $\left(\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{3}\right)$.
4. Démontrer que l'on a aussi :
$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$$
5. En déduire que les trois médianes du triangle sont concourantes en G.
**Remarque** : *si vous avez déjà traité la question* ***(2.)*** *de l'exercice 2, ne pas refaire la preuve.*

## Exercice 4. Points alignés dans un repère 6 points

Dans un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan, on considère les points $A(2\,;\,-2)$ , $B(6\,;\,1)$, $C(1\,;\,4)$ et $D(-3\,;\,1)$.

1. Placer les points A, B, C et D dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
2. Démontrer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
3. Placer les points M et N tel que :
$$\overrightarrow{BM} = -2\overrightarrow{BA} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$$
4. Calculer les coordonnées des points M et N.
5. Démontrer que les points M, C et N sont alignés.

**Fin du devoir**

**Bonus**
Soit ABC un triangle quelconque. Soit G le centre de gravité du triangle ABC.
On rappelle que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$, avec A' milieu du segment [BC].
Sans utiliser de repère, démontrer que :
$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$