

# Devoir Surveillé n°2



Math93.com

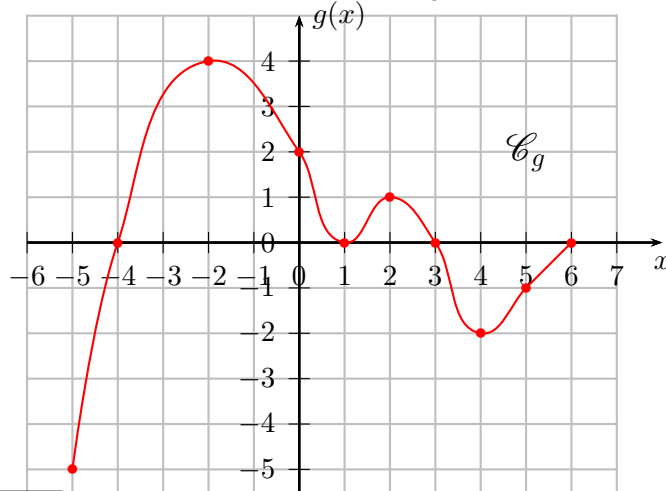
## Seconde Fonctions

Durée 100 min - Coeff. 2  
Noté sur 25 points

*L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.*

### Exercice 1. Lectures graphiques (A compléter sur cette feuille sans justifications) 4.5 points

On considère la fonction  $g$  dont on donne la courbe représentative  $\mathcal{C}_g$  ci-dessous.



**A compléter sur cette feuille**

1. Lire l'ensemble de définition  $\mathcal{D}_g$  de la fonction  $g$  :  $\mathcal{D}_g = \dots\dots\dots$
2. Donner l'images par la fonction  $g$  de 4 :  $\dots\dots\dots$
3. Donner le ou les antécédent(s) par  $g$  de 4 :  $\dots\dots\dots$
4. Donner les antécédents par  $g$  de 0 :  $\dots\dots\dots$
5. Déterminer l'ensemble des réels qui ont une image positive ou nulle par la fonction  $g$ . On note  $E$  cet ensemble :  $\dots\dots\dots$
6. Quels sont les maximum et minimum de  $g$  sur son ensemble de définition ? Pour quelles valeurs de  $x$  sont-ils atteints ? :  $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$
7. Résoudre par lecture graphique l'équation  $g(x) = 2$  :  $\dots\dots\dots$
8. Dresser le tableau de variations de la fonction  $g$  :

**Exercice 2. Étude de parité****4.5 points**

1. Étudier la parité des fonctions suivantes en précisant les éventuelles symétrie des courbes représentatives dans un repère orthonormé :

1. a.  $f_2$  définie sur  $I = \mathbb{R}$  par  $f_2(x) = x^3 - x$ .
1. b.  $f_3$  définie sur  $I_3 = [-5 ; 5]$  par  $f_3(x) = x^2 + x + 1$ .
1. c.  $f_4$  définie sur  $I_4 = [-4 ; 5]$  par  $f_4(x) = 2x^3$ .

2. Soit  $f$  une fonction impaire définie sur  $I = \mathbb{R}$ . Étudier la parité de la fonction  $g$  définie sur  $I = \mathbb{R}$  par :

$$g(x) = (2x^2 + 1) \times f(x)$$

**Exercice 3. Tableau de variations****5 points**

Une fonction  $h$  définie sur l'intervalle  $[-4 ; 5]$  admet le tableau de variation ci-dessous.

$x$	-4	0	2	5
Variations de $h$		30	-10	10

1. Pour  $x \in [0 ; 5]$ , encadrer  $h(x)$ .
2. Quels sont les maximum et minimum de  $h$  sur son ensemble de définition ? Pour quelles valeurs de  $x$  sont-ils atteints ?
3. Combien l'équation  $h(x) = 0$  a-t-elle de solutions sur l'intervalle  $[-4 ; 2]$  ? Justifier avec soin.
4. Comparer  $h(1)$  et  $h(1,5)$ . Justifier votre réponse.
5. Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de  $\mathcal{C}_h$  avec l'axe  $(Oy)$  ?

**Exercice 4. Une fonction ... algébrique****6 points**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6$$

1. Déterminer l'image de  $\left(3 + \sqrt{2}\right)$  par  $f$  sous la forme  $a + b\sqrt{2}$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers relatifs.
2. Déterminer l'image de  $\left(\frac{2}{3}\right)$  par  $f$  sous la forme d'une fraction irréductible.
- 3.

3. a. Montrer que pour tout réel  $x$  on a

$$f(x) = 2(1 - x)(3 - x)$$

3. b. En déduire les coordonnées des points d'intersection de  $\mathcal{C}_f$ , la courbe représentative de la fonction  $f$  avec l'axe des abscisses.
4. Déterminer les antécédents de 6 par  $f$ .

**Exercice 5. La Vertex Form c'est ma passion****5 points**Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (3 - x)(x + 1) - (3 - x)^2$$

1. Développer  $f(x)$ .
2. Factoriser  $f(x)$ .
3. Montrer que pour tout réel  $x$ , la *vertex form* de  $f$  est :

$$f(x) = -2(x - 2)^2 + 2$$

4. Déterminer le maximum de  $f$  et la valeur de  $x$  pour lequel il est atteint.

↵ **Fin du devoir** ↵

**Question Bonus 1**Déterminer les abscisses des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = x^2 - 5x + 12 \text{ et } g(x) = 2x$$

**Question Bonus 2**Soit  $x$  un réel strictement positif, tel que  $\frac{1}{x^2} + x^2 = 7$ .Déterminer les valeurs de  $\frac{1}{x^4} + x^4$  et  $\frac{1}{x} + x$ .*Indice* : Penser aux identités remarquables !