



Les exercices dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont intégralement corrigés en fin de TD.

### Première partie

## Fonction polynôme du second degré

### Exercice 1. Sommet et axe de symétrie

Soit  $f$  une fonction polynôme du second degré dont la courbe représentative est la parabole de sommet  $S\left(\frac{3}{2}; 4\right)$  passant par le point  $A\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ .

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 3$ .
2. Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = 4 - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$ .
3. Donner le tableau de variation de la fonction  $f$ .
4. Soit  $m$  un réel de l'intervalle  $\left[-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right]$ . Donner un encadrement de  $f(m)$ .
5. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $f(x) \geq 0$ .

### Exercice 2. Une fonction polynôme du second degré

Soit  $f$  la fonction polynôme du second degré définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = x^2 - \frac{4}{3}x - 5$ .

1. Donner le tableau de variation de la fonction  $f$ .
2. Montrer que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{49}{9}$ .
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $f(x) \leq 0$ .

### Exercice 3. Une fonction polynôme du second degré

Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$ .

1.
  1. a. Donner le tableau de variation de la fonction  $f$ .
  1. b. La proposition « Si  $-4 \leq x \leq 4$  alors  $-21 \leq f(x) \leq 3$  » est-elle vraie ou fausse ?
2. Soit  $a$  un nombre réel.
  2. a. Exprimer en fonction du réel  $a$ , les expressions  $f(3 - a)$  et  $f(3 + a)$ .
  2. b. Calculer  $f(-2)$ . En déduire les solutions de l'équation  $f(x) = -9$ .

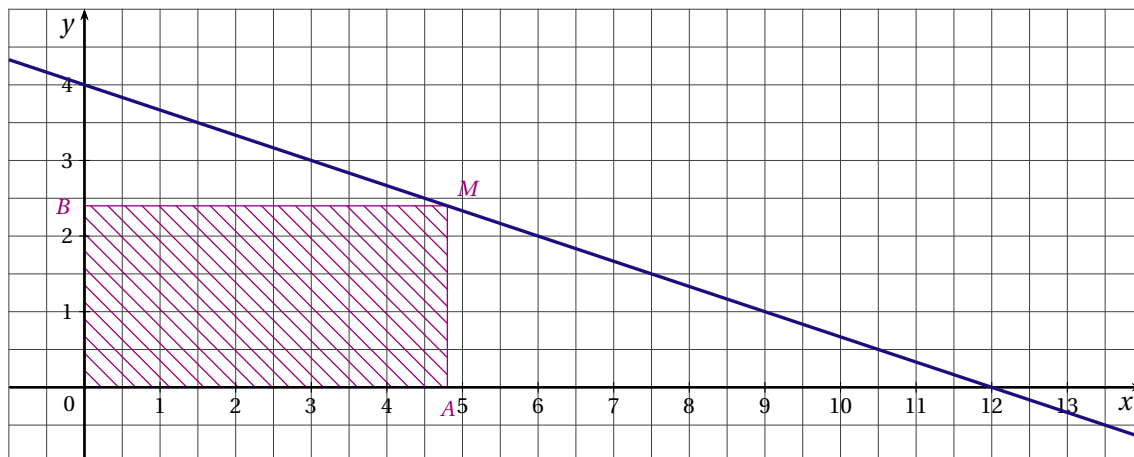
**Exercice 4. Aire d'un rectangle**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = -\frac{x}{3} + 4$ .

1. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la droite  $\mathcal{D}$  avec les axes du repère.

Soit  $M(x; y)$  un point de la droite  $\mathcal{D}$  tel que  $x \in [0; 12]$ .

On construit le rectangle  $OAMB$  avec  $A(x; 0)$  et  $B(0; -\frac{x}{3} + 4)$ .



2. Calculer les coordonnées du point  $M$  pour que le quadrilatère  $OAMB$  soit un carré.

Vérifier que l'aire de  $OAMB$  est alors égale à 9.

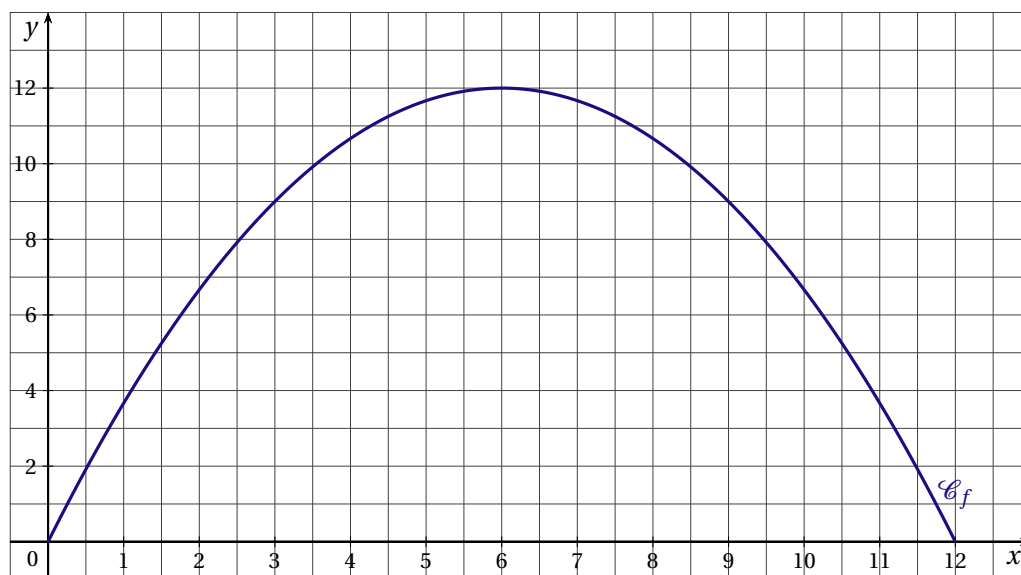
3. On note  $f(x)$  l'aire du rectangle  $OAMB$ .

3. a. Justifier que la fonction  $f$  est définie sur l'intervalle  $[0; 12]$  par  $f(x) = -\frac{x^2}{3} + 4x$ .

3. b. Donner le tableau de variation de la fonction  $f$ . Justifier.

3. c. En déduire la valeur maximale de l'aire du rectangle  $OAMB$ .

4. La courbe  $\mathcal{C}_f$  représentative de la fonction  $f$  est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthogonal.



4. a. Par lecture graphique, déterminer l'ensemble des abscisses des points  $M$  pour que l'aire du rectangle  $OAMB$  soit supérieure ou égale à 9.

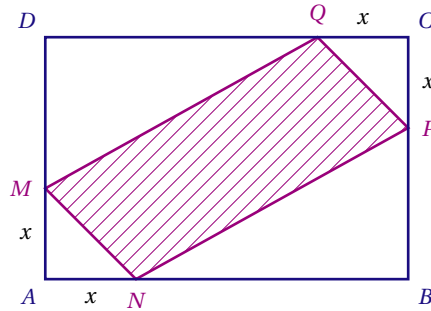
4. b. Justifier que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 12]$ ,  $f(x) - 9 = -\frac{1}{3} \times [(x-6)^2 - 9]$ .

4. c. Résoudre dans l'intervalle  $[0; 12]$  l'inéquation  $f(x) - 9 \geq 0$ .

**Exercice 5. Une histoire d'aire**

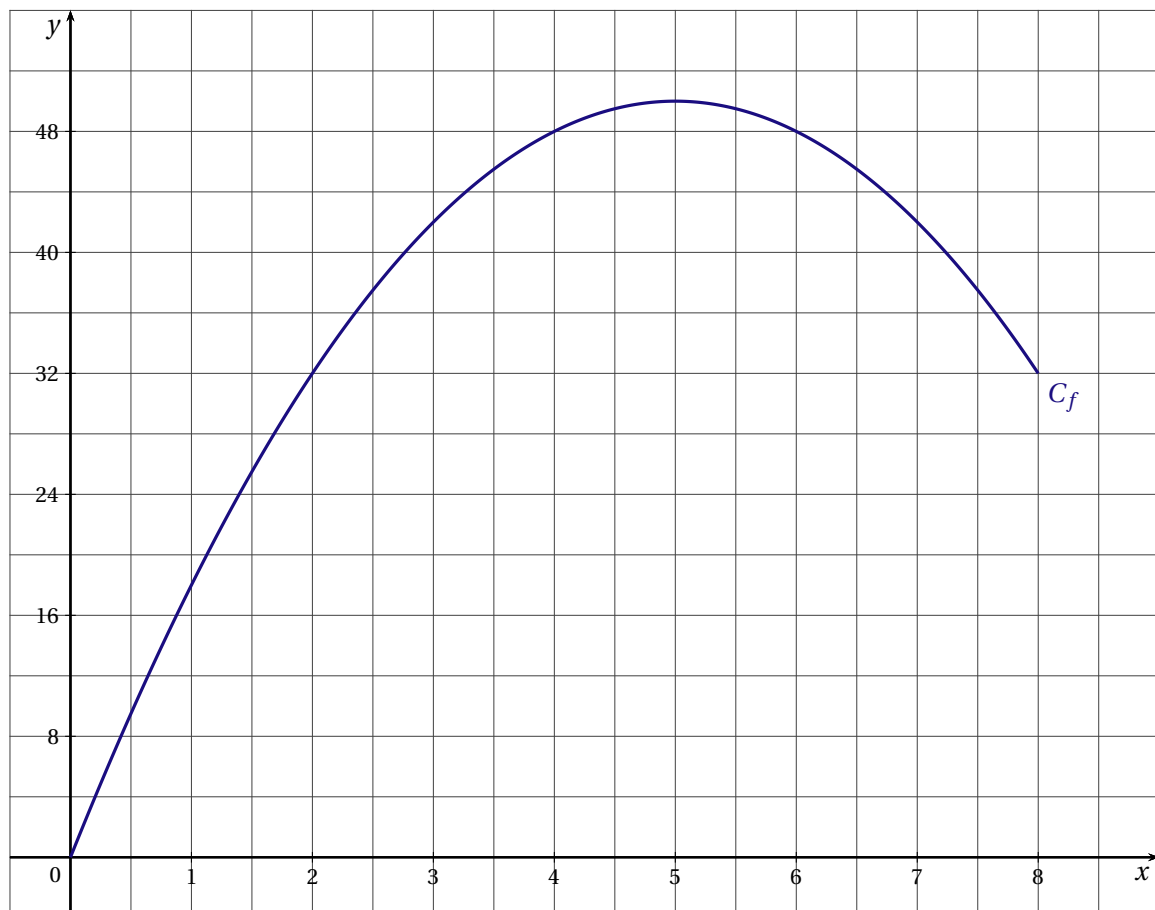
$ABCD$  est un rectangle tel que  $AB = 12$  et  $AD = 8$ .

$M$  étant un point du segment  $[AD]$ , on construit le quadrilatère  $MNPQ$  comme indiqué sur la figure ci-dessous, avec  $AM = AN = CP = CQ$



On pose  $AM = x$  avec  $x \in [0 ; 8]$ .

1. Exprimer en fonction de  $x$  l'aire du triangle  $MAN$  ainsi que l'aire du triangle  $NBP$
2. On note  $f(x)$  l'aire du quadrilatère  $MNPQ$ .
  2. a. Exprimer en fonction de  $x$  l'aire du quadrilatère  $MNPQ$ .
  2. b. Donner le tableau de variation de la fonction  $f$ .
  2. c. En déduire la valeur maximale de l'aire du quadrilatère  $MNPQ$ .
3. La courbe  $\mathcal{C}_f$  représentative de la fonction  $f$  est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthogonal.



3. a. Par lecture graphique, déterminer les positions éventuelles du point  $M$  sur le segment  $[AD]$  pour que l'aire du quadrilatère  $MNPQ$  soit supérieure à la moitié de l'aire du rectangle  $ABCD$ .
3. b. Justifier que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0 ; 8]$ ,  $f(x) = 48 \iff -2[(x-5)^2 - 1] = 0$ .
3. c. En déduire les positions éventuelles du point  $M$  sur le segment  $[AD]$  pour que l'aire du quadrilatère  $MNPQ$  soit égale à la moitié de l'aire du rectangle  $ABCD$ .

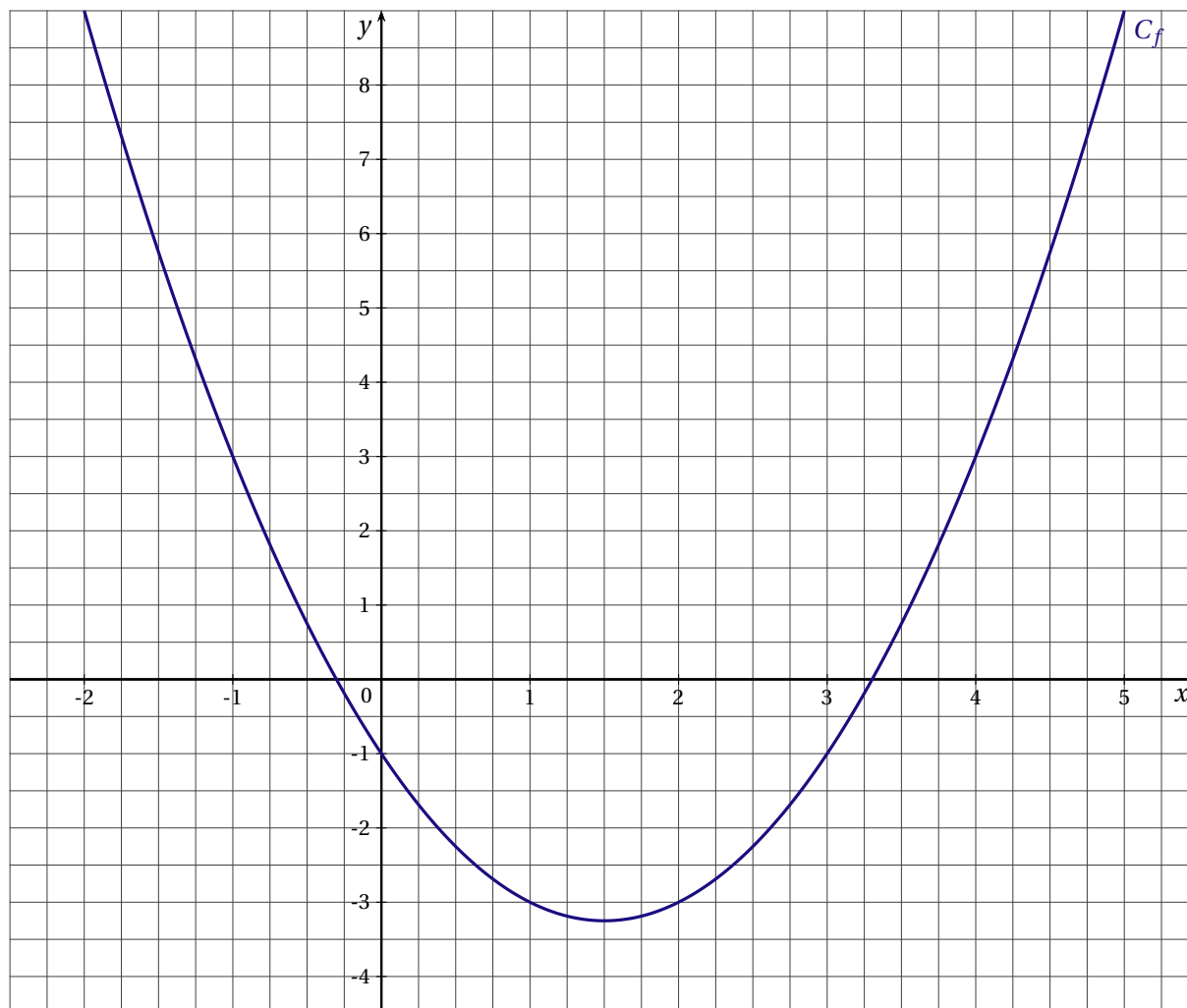
**Exercice 6. Avec une fonction affine****PARTIE A**

Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = x^2 - 3x - 1$ .

1. Donner le tableau de variation de la fonction  $f$ .
2. Calculer  $f(-1)$ . En déduire les solutions de l'équation  $f(x) = 3$
3. Si  $m$  est un réel appartenant à l'intervalle  $[0 ; 4]$  peut-on affirmer que  $-1 \leq f(m) \leq 3$ ?

**PARTIE B**

La courbe  $\mathcal{C}_f$  représentative de la fonction  $f$  est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthogonal.



1. Soit  $g$  la fonction affine telle que  $g(-1) = 5$  et  $g(5) = -4$ .
  1. a. Déterminer l'expression de  $g(x)$  en fonction de  $x$ .
  1. b. Tracer la courbe  $D$  représentative de la fonction  $g$  dans le repère précédent.
2.
  2. a. Montrer que  $f(x) - g(x) = \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{81}{16}$ .
  2. b. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la parabole  $\mathcal{C}_f$  et de la droite  $D$ .

## Exercice 7. Déjà vu ... ou presque

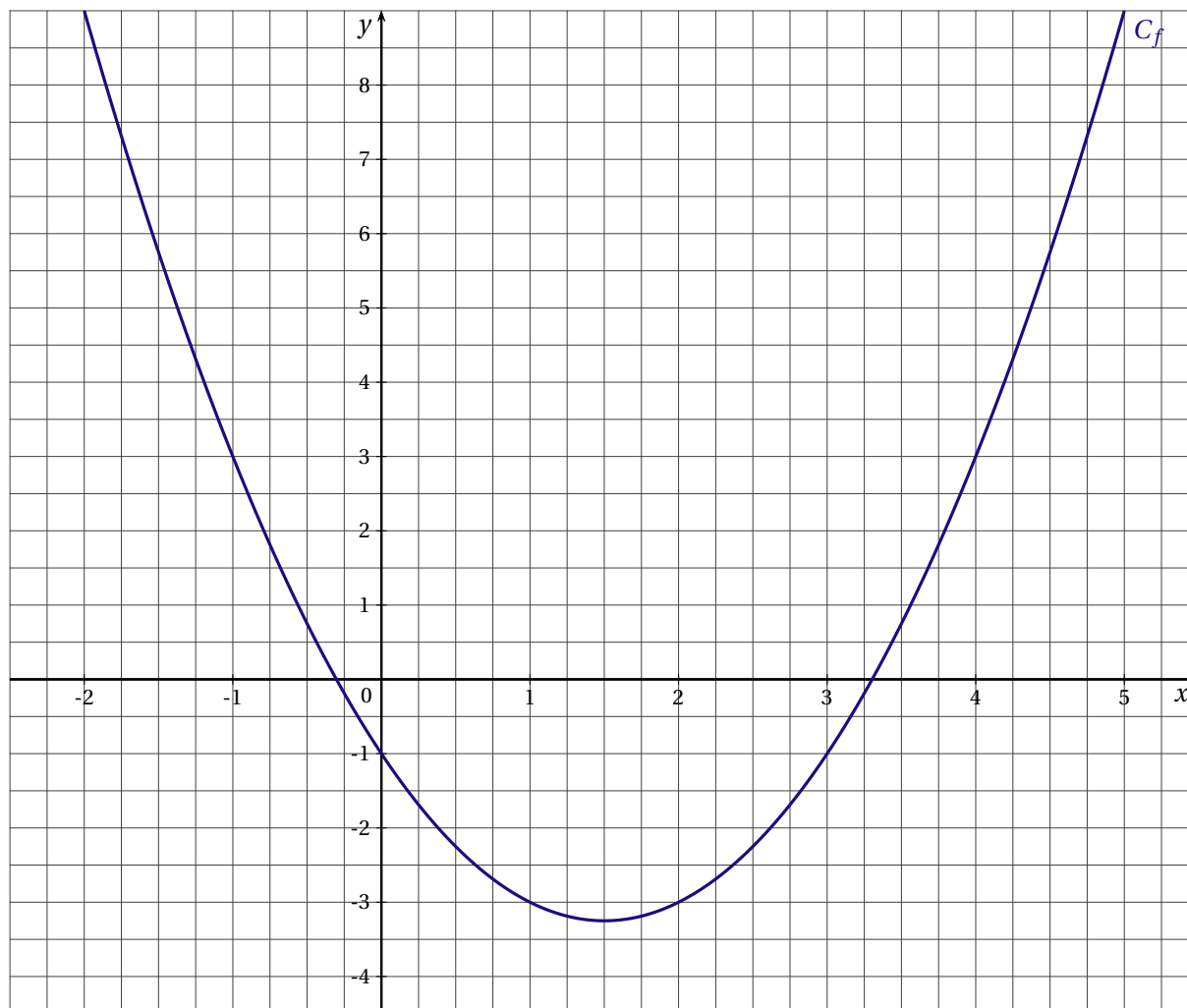
### PARTIE A

Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = x^2 - 3x - 1$ .

1. Donner le tableau de variation de la fonction  $f$ .
2. Calculer  $f(3)$ . En déduire les solutions de l'équation  $f(x) = -1$
3. Si  $m$  est un réel appartenant à l'intervalle  $[-1 ; 3]$  peut-on affirmer que  $-1 \leq f(m) \leq 3$ ?

### PARTIE B

La courbe  $\mathcal{C}_f$  représentative de la fonction  $f$  est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthogonal.



1. Soit  $g$  la fonction affine telle que  $g(-2) = 6$  et  $g(2) = 4$ .
  1. a. Déterminer l'expression de  $g(x)$  en fonction de  $x$ .
  1. b. Tracer la courbe  $D$  représentative de la fonction  $g$  dans le repère précédent.
2. 2. a. Montrer que  $f(x) - g(x) = \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{121}{16}$ .
  2. b. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la parabole  $\mathcal{C}_f$  et de la droite  $D$ .

## Deuxième partie

## Fonction homographiques

## Exercice 8.

Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $] -4 ; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{3x+7}{x+4}$ .

1.

1. a. Vérifier que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $] -4 ; +\infty[$ ,  $f(x) = 3 - \frac{5}{x+4}$ .

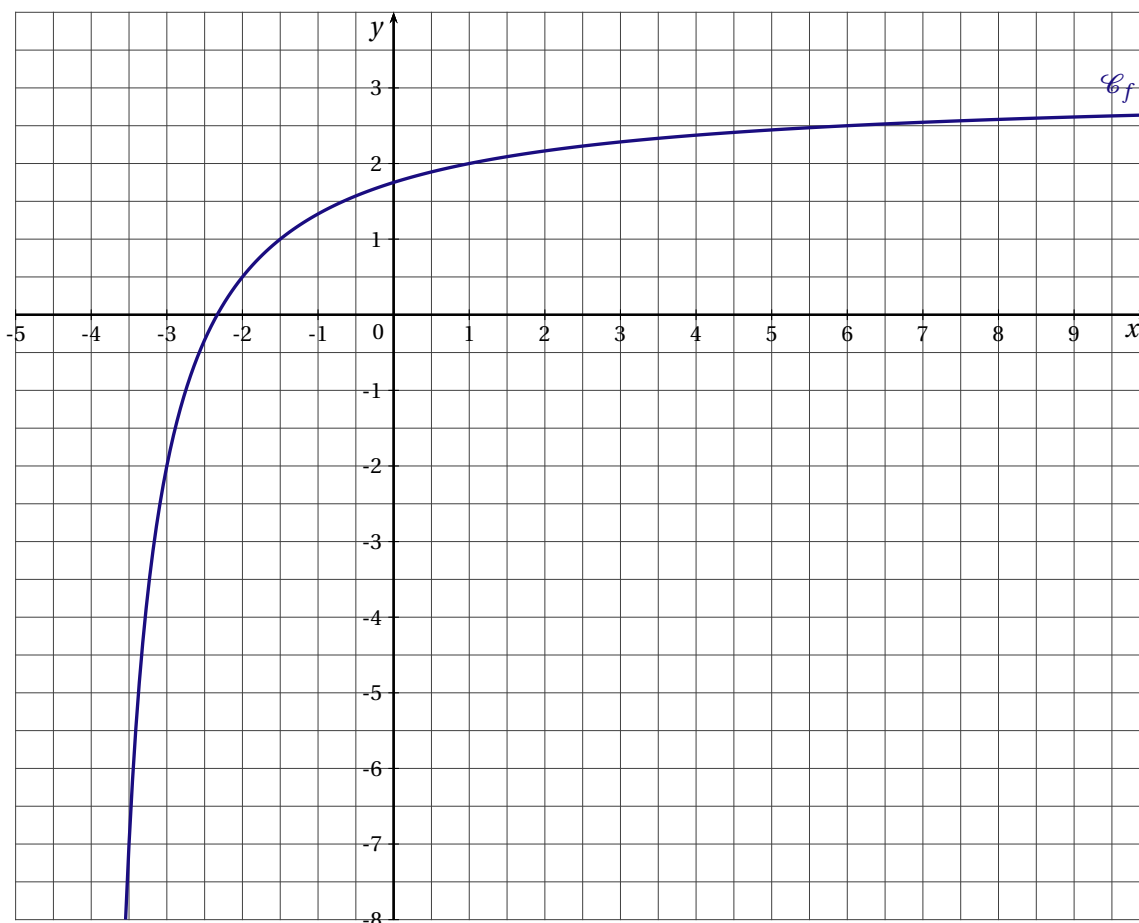
1. b. Étudier les variations de la fonction  $f$ .

2. On note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe  $\mathcal{C}_f$  avec les axes du repère.

3. Soit  $g$  la fonction affine définie pour tout réel  $x$  par  $g(x) = x - 3,5$ .

On a tracé ci-dessous la courbe  $\mathcal{C}_f$ , tracer la courbe  $D$  représentative de la fonction  $g$  dans le même repère.



4.

4. a. Montrer que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $] -4 ; +\infty[$  on a :

$$g(x) - f(x) = \frac{\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{361}{16}}{x+4}$$

4. b. Étudier le signe de  $g(x) - f(x)$ .

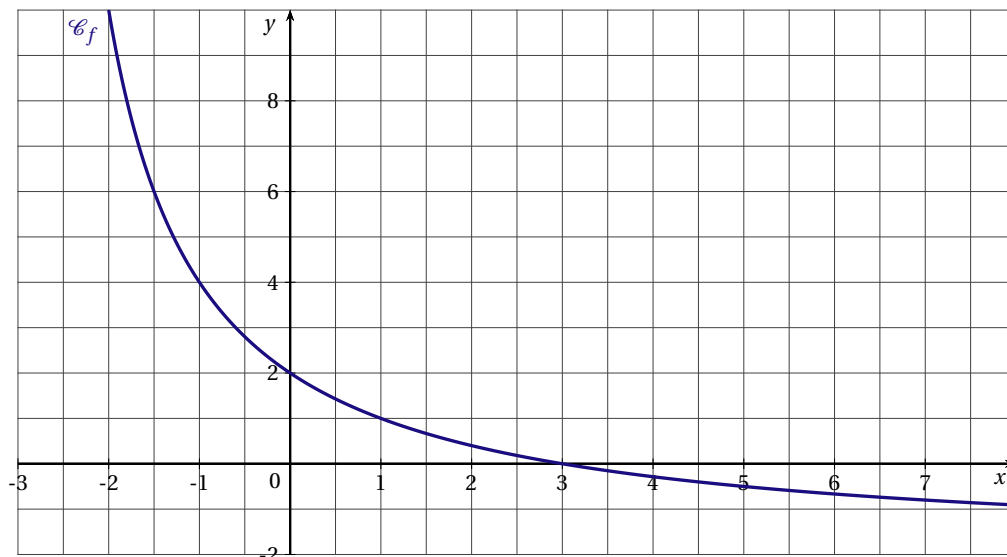
En déduire les positions relatives des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $D$ .

**Exercice 9. Avec une intersection**

Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $] -3 ; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{6-2x}{x+3}$$

On note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le plan muni d'un repère orthogonal.



1. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe  $\mathcal{C}_f$  avec les axes du repère.

2. Résoudre l'inéquation  $f(x) \geq -\frac{3}{2}$ .

3. 3. a. Montrer que pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $] -3 ; +\infty[$  on a :

$$f(x) - x = \frac{\frac{49}{4} - \left(x + \frac{5}{2}\right)^2}{x+3}$$

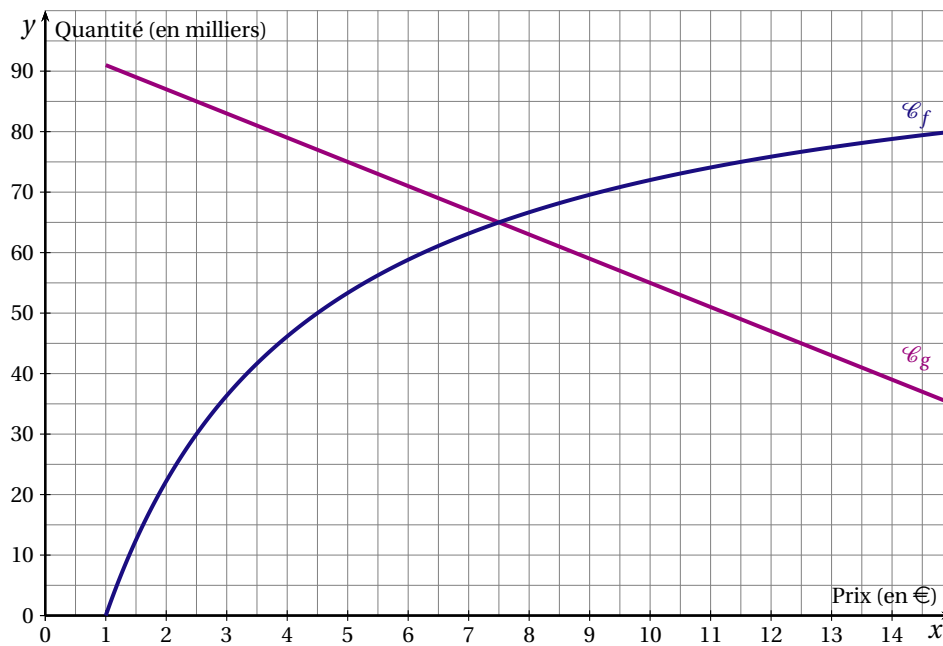
3. b. En déduire les coordonnées des points d'intersection éventuels de la courbe  $\mathcal{C}_f$  avec la droite  $D$  d'équation  $y = x$ .

**Exercice 10. L'offre et la demande**

L'offre et la demande désignent respectivement la quantité d'un bien ou d'un service que les acteurs du marché sont prêts à vendre ou à acheter à un prix donné.

Une étude de marché a permis d'établir que les fonctions  $f$  et  $g$  représentées ci-dessous, modélisent respectivement l'offre et la demande d'un produit :

- $f(x)$  est la quantité, en milliers d'articles, que les producteurs sont prêts à vendre au prix unitaire de  $x$  euros ;
- $g(x)$  est la quantité, en milliers d'articles, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix unitaire de  $x$  euros.

**PARTIE A : Lecture graphique**

1. On suppose dans cette question que le prix de vente d'un article est de 2,50 €. Comparer l'offre et la demande pour ce prix de vente.
2. Déterminer le prix de vente à partir duquel le nombre d'articles offerts sur le marché par les producteurs sera supérieur à 75 000. Quel problème cela pose-t-il ?
3. On dit que le marché est à l'équilibre lorsque, pour un même prix, la quantité offerte est égale à la quantité demandée. Déterminer le prix d'équilibre et la quantité associée.

**PARTIE B : La fonction demande**

La demande des consommateurs est modélisée par la fonction affine  $g$  définie sur l'intervalle  $[1 ; p]$  telle que  $g(5) = 75$  et  $g(10) = 55$ .

1. Déterminer l'expression de  $g$  en fonction de  $x$ .
2. Déterminer le prix de vente  $p$  d'un article pour lequel la demande est nulle.

**PARTIE C : La fonction d'offre**

L'offre des producteurs est modélisée par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[1 ; +\infty[$  par :

$$f(x) = 100 - \frac{700}{2x+5}$$

1. Soit  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $1 < a < b$ . Comparer  $f(a)$  et  $f(b)$ .  
En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1 ; +\infty[$ .
2. Selon ce modèle, est-il possible que l'offre des producteurs soit de 100 milliers d'articles ?

**PARTIE D : Le prix d'équilibre**

Le prix d'équilibre est le réel  $x \geq 1$  solution de l'équation  $f(x) = g(x)$ .

1. Vérifier que  $f(x) - g(x) = \frac{(2x-15)(4x+45)}{2x+5}$ .

2. Résoudre l'équation  $f(x) = g(x)$ .

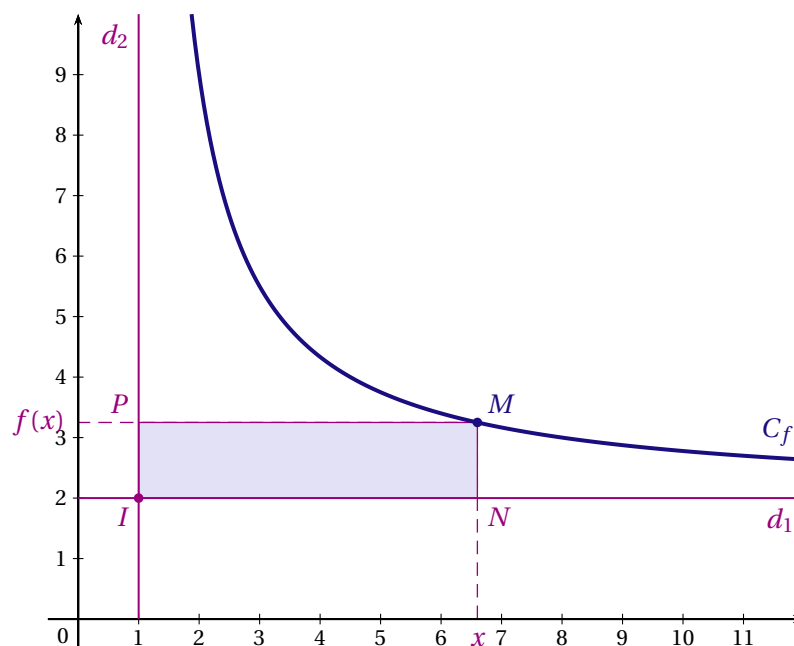
En déduire le nombre d'articles échangés au prix d'équilibre.

**Exercice 11.**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]1 ; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2x+5}{x-1}$ . Sa courbe représentative notée  $C_f$  est tracée dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Les droites  $d_1$  et  $d_2$  sont les parallèles aux axes du repère passant par le point  $I$  de coordonnées  $(1 ; 2)$ .

Pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $]1 ; +\infty[$ , on note  $M$  le point de la courbe  $C_f$  d'abscisse  $x$  et on construit le rectangle  $INMP$  comme indiqué ci-dessous.



1. Montrer que pour tout réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $]1 ; +\infty[$ ,  $f(x) > 2$ .
2. **2. a.** Exprimer en fonction de  $x$ , les distances  $IN$  et  $MN$ .  
**2. b.** Montrer que pour tout point  $M$  de la courbe  $C_f$ , l'aire du rectangle  $INMP$  est constante.
3. On veut déterminer les coordonnées du point  $M$  de la courbe  $C_f$  pour que le rectangle  $INMP$  soit un carré.  
**3. a.** Montrer que l'abscisse du point  $M$  est solution de l'équation  $\frac{(x-1)^2 - 7}{x-1} = 0$ .  
**3. b.** Calculer les coordonnées du point  $M$ .

**Exercice 12.**

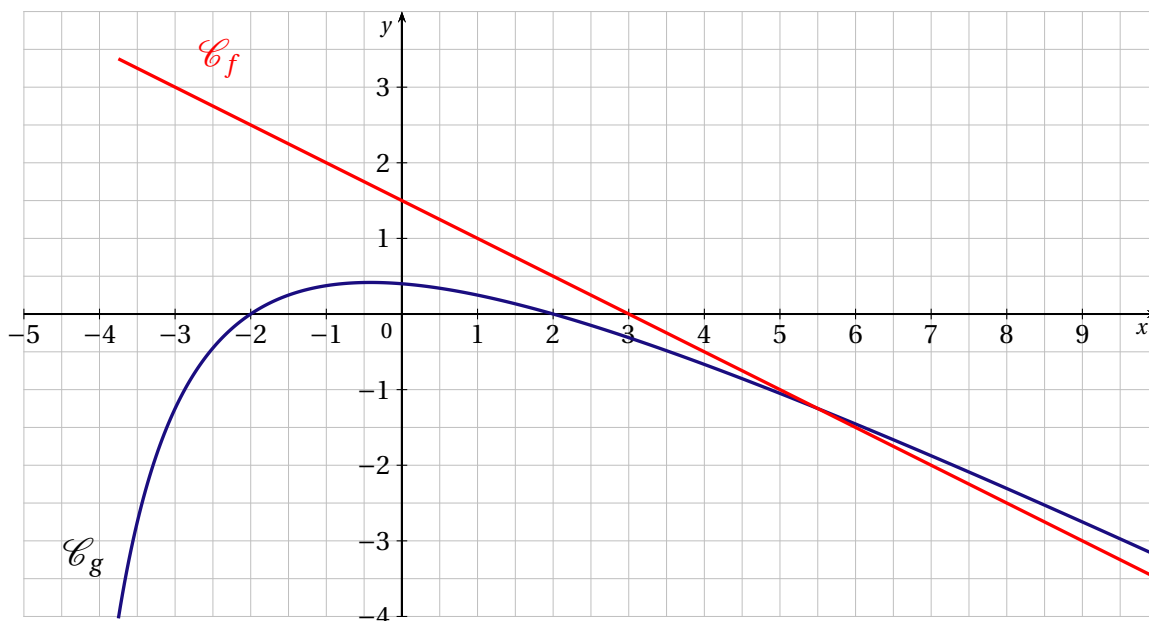
Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x \neq -2$  par  $f(x) = 1 - \frac{6}{x+2}$ . On note  $C_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe  $C_f$  avec les axes du repère.
2.
  2. a. Étudier le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $] -2 ; +\infty[$
  2. b. On admet que la fonction  $f$  est strictement croissante sur l'intervalle  $] -\infty ; -2[$ . Donner le tableau de variations de la fonction  $f$ .
3. Soit  $g$  la fonction affine telle que  $g(-1) = -3$  et  $g(3) = 1$ .  
Déterminer l'expression de  $g(x)$  en fonction de  $x$ .
4.
  4. a. Montrer pour tout réel  $x \neq -2$ ,  $f(x) - g(x) = \frac{x - x^2}{x + 2}$ .
  4. b. Résoudre l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$ .

**Troisième partie****Bilan****Exercice 13. Étude de Fonctions****Partie A**

Soit  $g$  la fonction définie sur l'intervalle  $] -5 ; +\infty[$  et dont la courbe représentative notée  $\mathcal{C}_g$  est tracée sur l'annexe dans le plan muni d'un repère orthonormé :

$$g(x) = \frac{4 - x^2}{2x + 10}$$



1. Par lecture graphique et sans justification, donner le tableau de variations de la fonction  $g$ .
2. Résoudre algébriquement l'équation  $g(x) = 0$  et interpréter ce résultat graphiquement.

**Partie B**

Soit  $f$  la fonction affine définie sur  $\mathbb{R}$  et telle que :  $\begin{cases} f(3) = 0 \\ f(-1) = 2 \end{cases}$ .

1. Donner une expression de  $f(x)$ .
2. Quel est le sens de variation de la fonction  $f$  ?
3. Tracer la courbe  $\mathcal{C}_f$  représentative de la fonction  $f$  dans le repère de l'annexe.

**Partie C**

1. Vérifier que sur l'intervalle  $] -5 ; +\infty[$  :

$$f(x) - g(x) = \frac{11 - 2x}{2x + 10}$$

2. Calculer les coordonnées des points d'intersection éventuels de la droite  $\mathcal{C}_f$  avec la courbe  $\mathcal{C}_g$
3.
  3. a. Étudier le signe de  $\frac{11 - 2x}{2x + 10}$  sur l'intervalle  $] -5 ; +\infty[$ , à l'aide d'un tableau.
  3. b. En déduire l'ensemble  $S$  des solutions de l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$ .
  3. c. En déduire la position relative des deux courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ .

**Exercice 14. Fonction polynôme du second degré**

---

Soit  $h$  la fonction polynôme du second degré définie pour tout réel  $x$  par :

$$h(x) = (x - 3)(2x + 1) - (3 - x)\left(\frac{2}{3} - x\right)$$

1. Montrer que pour tout réel  $x$  on a :

$$h(x) = x^2 - \frac{4}{3}x - 5$$

2. Montrer que pour tout réel  $x$  on a :

$$h(x) = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{49}{9}$$

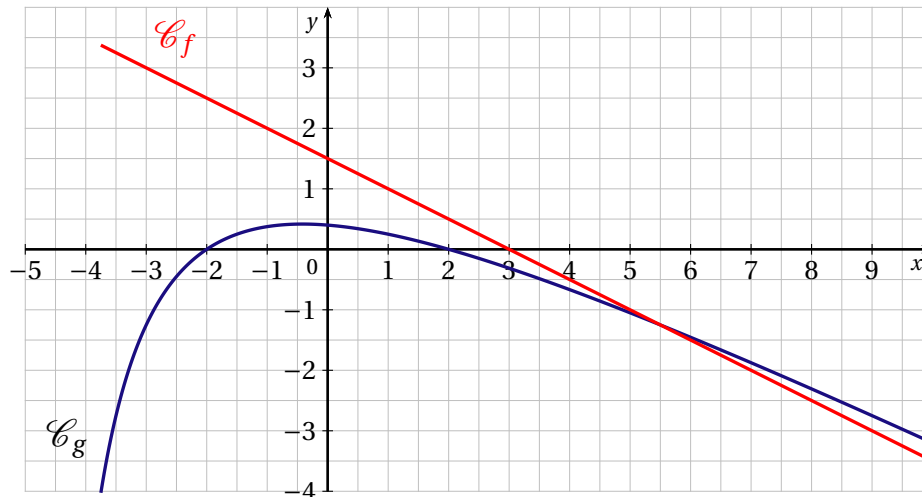
3. Donner le tableau de variation de la fonction  $h$  en appliquant le cours.
4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $h(x) \leq 0$ .

# Correction

## Correction de l'exercice 13

### Partie A

Soit  $g$  la fonction définie sur l'intervalle  $] -5 ; +\infty[$  et dont la courbe représentative notée  $\mathcal{C}_g$  est tracée sur l'annexe dans le plan muni d'un repère orthonormé :  $g(x) = \frac{4-x^2}{2x+10}$ .



1. Par lecture graphique et sans justification, donner le tableau de variations de la fonction  $g$ .

$x$	$-5$	$-2$	$\frac{1}{2}$	$2$	$+\infty$
Variations de $g$		↓ 0	↗ 0.4	↘ 0	

2. Résoudre algébriquement l'équation  $g(x) = 0$  et interpréter ce résultat graphiquement.

Notons que la valeur interdite de la fonction  $g$  est  $(-5)$  donc sur son intervalle de définition  $] -5 ; +\infty[$  on a :

$$g(x) = 0 \iff \begin{cases} 4 - x^2 = 0 \\ \text{et } x \neq -5 \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 = 4 \\ \text{et } x \neq -5 \end{cases}$$

$$g(x) = 0 \iff x = 2 \text{ ou } x = -2$$

Les abscisses des points d'intersection de  $\mathcal{C}_g$  avec l'axe des abscisses sont 2 et  $(-2)$ .

### Partie B

Soit  $f$  la fonction affine définie sur  $\mathbb{R}$  et telle que :  $f(3) = 0$  et  $f(-1) = 2$ .

1. Donner une expression de  $f(x)$ .

la fonction  $f$  est affine donc de la forme  $f(x) = mx + p$  avec :

$$m = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{-2}{5} = -0,5$$

On obtient facilement :  $f(x) = -0,5x + 1,5$ .

2. Quel est le sens de variation de la fonction  $f$  ?

Le coefficient directeur  $m = -0,5$  étant négatif, la fonction  $f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .

3. Tracer la courbe  $\mathcal{C}_f$  représentative de la fonction  $f$  dans le repère de l'annexe.

**Partie C**

- 1. Vérifier que sur l'intervalle  $] -5 ; +\infty[ : f(x) - g(x) = \frac{11 - 2x}{2x + 10}$ .**  
 Pour tout réel  $x$  de  $] -5 ; +\infty[$ , on a  $2x + 10 \neq -5$  et donc :

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= -0,5x + 1,5 - \frac{4 - x^2}{2x + 10} \\ &= \frac{(-0,5x + 1,5)(2x + 10) - 4 + x^2}{2x + 10} \\ f(x) - g(x) &= \frac{11 - 2x}{2x + 10} \end{aligned}$$

- 2. Calculer les coordonnées des points d'intersection éventuels de la droite  $\mathcal{C}_f$  avec la courbe  $\mathcal{C}_g$**   
 Les abscisses des point d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  sont les éventuelles solutions de l'équation  $f(x) = g(x)$ .  
 D'après la question précédente on a :

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\iff \frac{11 - 2x}{2x + 10} = 0 \\ &\iff \begin{cases} 11 - 2x = 0 \\ \text{et } x \neq -5 \end{cases} \\ &\iff \underline{x = 5,5} \end{aligned}$$

Or on a :

$$g(5,5) = f(5,5) = -0,5 \times 5,5 + 1,5 = -1,25 = -\frac{5}{4}$$

Les coordonnées du point d'intersection de la droite  $\mathcal{C}_f$  avec la courbe  $\mathcal{C}_g$  sont donc  $(5,5 ; f(5,5))$  soit  $(5,5 ; -\frac{5}{4})$ .

- 3.**

- 3. a. Étudier le signe de  $\frac{11 - 2x}{2x + 10}$  sur l'intervalle  $] -5 ; +\infty[$ , à l'aide d'un tableau.**

$$\left\{ \begin{array}{l} 11 - 2x = 0 \iff x = \frac{11}{2} \\ 11 - 2x < 0 \iff x > \frac{11}{2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x + 10 = 0 \iff x = -5 \\ 2x + 10 < 0 \iff x < -5 \end{array} \right.$$

$x$	$-5$	$\frac{11}{2}$	$+\infty$
Signe de $11 - 2x$		+	0 -
Signe de $2x + 10$	0	+	+
Signe de $\frac{11 - 2x}{2x + 10}$		+	0 -

L'expression  $\frac{11 - 2x}{2x + 10}$  est donc positive (ou nulle) sur l'intervalle  $] -5 ; \frac{11}{2} ]$  et négative (ou nulle) sur l'intervalle  $[\frac{11}{2} ; +\infty[$ .

- 3. b. En déduire l'ensemble  $S$  des solutions de l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$ .**

$$f(x) \geq g(x) \iff f(x) - g(x) \geq 0 \iff \frac{11 - 2x}{2x + 10} \geq 0$$

Donc d'après l'étude menée lors de la question **3.a.**

$$S = \left] -5 ; \frac{11}{2} \right]$$

**3. c. En déduire la position relative des deux courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ .**

La courbe  $\mathcal{C}_f$  est donc au dessus de la courbe  $\mathcal{C}_g$  sur l'intervalle  $\left]-5; \frac{11}{2}\right]$  et au-dessous sinon.

**Correction de l'exercice 14**

Soit  $h$  la fonction polynôme du second degré définie pour tout réel  $x$  par :

$$h(x) = (x-3)(2x+1) - (3-x)\left(\frac{2}{3}-x\right)$$

1. Montrer que pour tout réel  $x$  on a :  $h(x) = x^2 - \frac{4}{3}x - 5$ .
2. Montrer que pour tout réel  $x$  on a :  $h(x) = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{49}{9}$ .
3. Donner le tableau de variation de la fonction  $h$  en appliquant le cours.

La fonction  $h$  est une fonction polynôme qui s'exprime sous forme canonique  $a(x-\alpha)^2 + \beta$  avec :  $\begin{cases} a = 1 \\ \alpha = \frac{2}{3} \\ \beta = -\frac{49}{9} \end{cases}$ .

Puisque le coefficient  $a = 1$  est positif, on a :

$x$	$-\infty$	$\alpha = \frac{2}{3}$	$+\infty$
Variations de $h$			

**4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $h(x) \leq 0$ .**

Pour cela on va factoriser l'expression de  $h$ .

$$\begin{aligned} h(x) &= \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{7}{3}\right)^2 \\ &= \left(x - \frac{2}{3} - \frac{7}{3}\right)\left(x - \frac{2}{3} + \frac{7}{3}\right) \\ h(x) &= (x-3)\left(x + \frac{5}{3}\right) \end{aligned}$$

Il reste alors à étudier le signe de chaque facteur et à faire un tableau de signes.

$$\left\{ \begin{array}{l} x-3=0 \iff x=3 \\ x-3 < 0 \iff x < 3 \end{array} \right. \qquad \left\{ \begin{array}{l} x + \frac{5}{3} = 0 \iff x = -\frac{5}{3} \\ x + \frac{5}{3} < 0 \iff x < -\frac{5}{3} \end{array} \right.$$

$x$	$-\infty$	$-\frac{5}{3}$	$3$	$+\infty$
signe de $x-3$	-	-	0	+
signe de $x + \frac{5}{3}$	-	0	+	+
signe de $(x-3)\left(x + \frac{5}{3}\right)$	+	0	-	0

Conclusion :  $h(x) \leq 0 \iff x \in \left[-\frac{5}{3}; 3\right]$ .