Math93.com

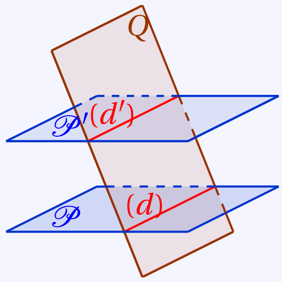
TD n°2 - Seconde
Géométrie dans l'espace

Les exercices dont l'intitulé est précédé du symbole (c) sont corrigés en fin de TD.

Exercice 1. (c) Section dans un cube : une application du théorème 1

Théorème 1 (Parallélisme de deux droites)

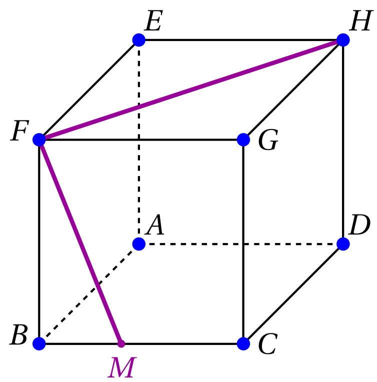
Si deux plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont strictement parallèles, tout plan $\mathscr{Q}$ qui coupe le plan $\mathscr{P}$, coupe aussi le plan $\mathscr{P}'$ et les droites d'intersection (d) et (d') sont parallèles.



$ABCDEFG$ est un cube. M est un point de l'arête $[BC]$.

1. Le plan (FHM) coupe l'arête $[DC]$ en N. Que peut-on dire des droites (FH) et (MN) ?

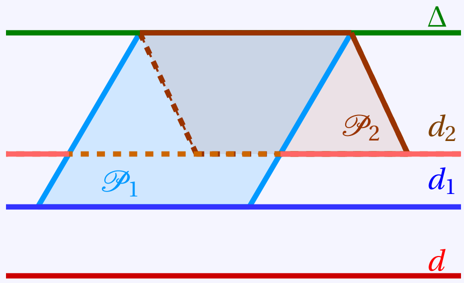
2. Représenter la trace du plan (FHM) sur les faces du cube.



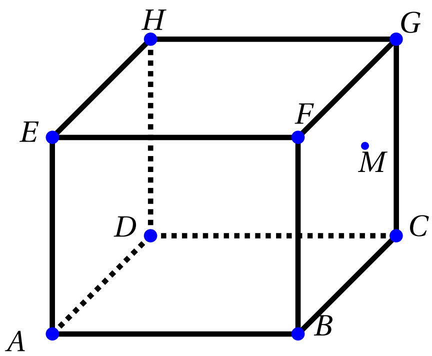
Exercice 2. (c) Construction de l'intersection de deux plans : le théorème du toit

Théorème 2 (Théorème du toit)

- 1[ère] formulation : Si une droite (d) est parallèle à deux plans sécants, $\mathscr{P}_2$ et $\mathscr{P}_2$ alors (d) est parallèle à (Δ), la droite d'intersection des deux plans .
- 2[ème] formulation : Soit (d_1) et (d_2) deux droites parallèles. Les plans $\mathscr{P}_2$ et $\mathscr{P}_2$ contenant respectivement (d_1) et (d_2) se coupent en (Δ) qui est parallèle aux droites (d_1) et (d_2).



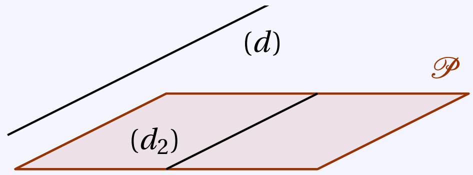
$ABCDEFG$ est un pavé droit. M est un point de la face BCGF.
Construire l'intersection du plan (ADM) avec la face BCGF en expliquant la démarche.



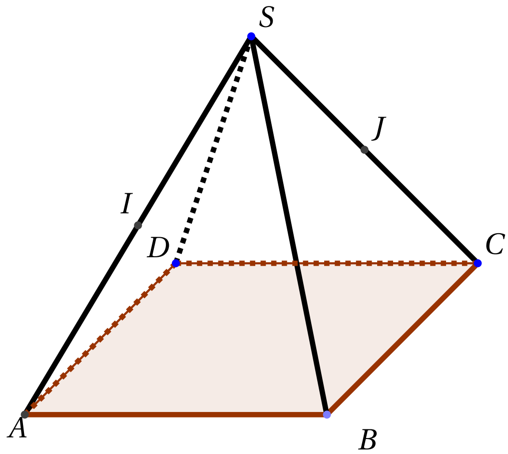
Exercice 3. (c) Montrer qu'une droite est parallèle à un plan

Propriété 1 (Parallélisme d'une droite et d'un plan)

Si une droite (d) est parallèle à une droite (d_2) d'un plan $(\mathscr{P})$, alors la droite (d) est parallèle au plan $(\mathscr{P})$.



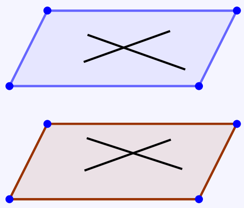
SABCD est une pyramide. I est le milieu de [SA] et J le milieu de [SC]. Montrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (ABC).



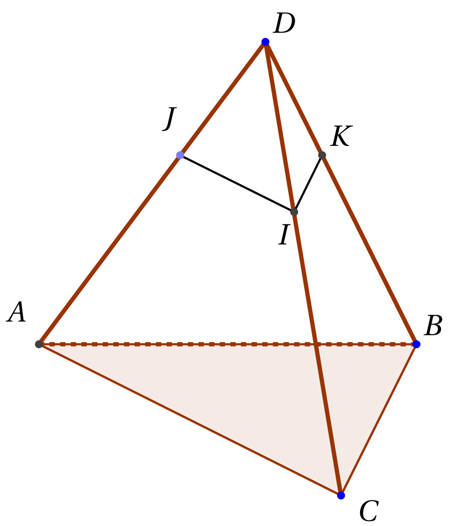
Exercice 4. (c) Montrer que deux plans sont parallèles

Propriété 2

- <u>Formulation 1</u> : Si un plan $\mathscr{P}$ contient deux droites sécantes et parallèles à un plan $\mathscr{P}'$, alors les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont parallèles.
- <u>Formulation 2</u> : Si un plan $\mathscr{P}$ contient deux droites sécantes et parallèles à deux droites sécantes d'un plan $\mathscr{P}'$, alors les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont parallèles.



ABCD est un tétraèdre. I est un point de l'arête [DC], J de l'arête [AD] et K de l'arête [BD] tels que $(IJ)//(AC)$ et $(IK)//(BC)$. Montrer que les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles.

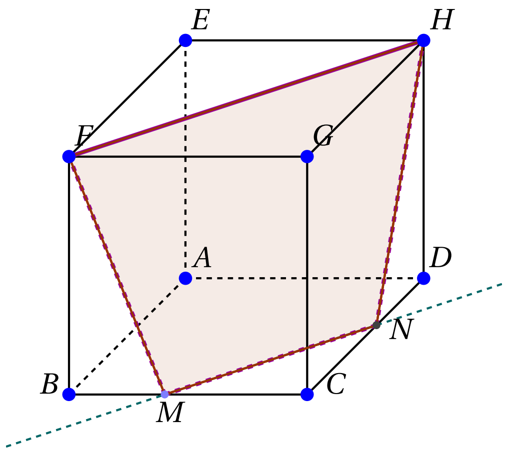


Correction

Correction de l'exercice 1

$ABCDEFG$ est un cube. M est un point de l'arête $[BC]$.

1. **Le plan (FHM) coupe l'arête $[DC]$ en N. Que peut-on dire des droites (FH) et (MN) ?**
   Les plan (ABC) et (EFG) sont parallèles donc le plan (FHM) coupe ces deux plans en deux droites (FH) et (MN) qui sont parallèles.
2. **Représenter la trace du plan (FHM) sur les faces du cube.**

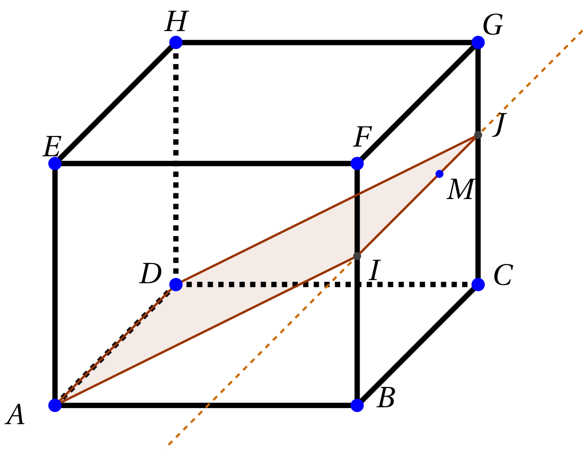


Correction de l'exercice 2

***ABCDEFG* est un pavé droit. *M* est un point de la face BCGF. Construire l'intersection du plan (ADM) avec la face BCGF en expliquant la démarche.**
On sait que :

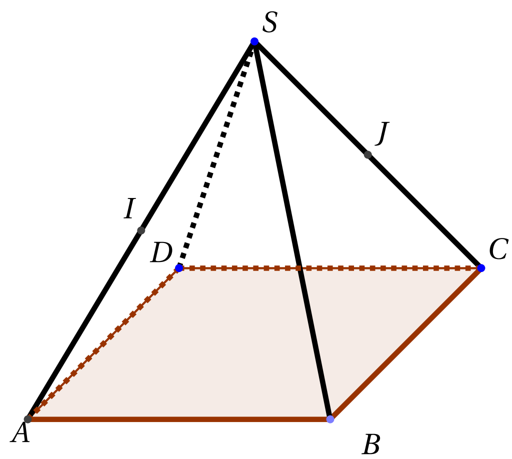
- Les droites (AD) et (BC) sont parallèles ;
- Le plan (ADM) contenant (AD) et le plan (MBC) contenant (BC) se coupent en une droite Δ.
- Conclusion : d'après le théorème du toit, la droite Δ est parallèle aux droites (AD) et (BC).

On trace donc la parallèle à (BC) passant par M. Elle coupe [FB] et [CG] en I et J.



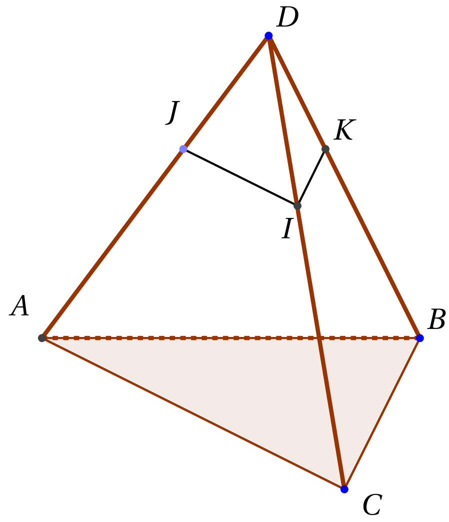
Correction de l'exercice 3

SABCD est une pyramide. I est le milieu de [SA] et J le milieu de [SC]. Montrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (ABC).
Les droites (SA) et (SC) étant sécante, elle sont coplanaires et définissent le plan (SAC). I est le milieu de [SA] et J le milieu de [SC] donc les points S, A, C, I et J sont coplanaires.
On se place dans le triangle SAC, puisque I est le milieu de [SA] et J le milieu de [SC], le théorème des milieux implique que les droites (IJ) et (AC) sont parallèles.
la roite (IJ) est donc parallèle à une droite (AC) du plan (ABC), elle est donc parallèle au plan (SAC).



Correction de l'exercice 4

ABCD est un tétraèdre. I est un point de l'arête [DC], J de l'arête [AD] et K de l'arête [BD] tels que $(IJ)//(AC)$ et $(IK)//(BC)$. Montrer que les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles.



- Les droites (IJ) et (IK) du plan (IJK) sont sécantes.
- La droite (IJ) est parallèle à la droite (AC)et (IK) est parallèle à la droite (BC), or les droites (AC) et (BC) sont dans le plan (ABC).
- Conclusion : le plan (IJK) contient deux droites (IJ) et (IK) sécantes et parallèles à deux droites (AC) et (CB) sécantes d'un plan (ABC), alors les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles.