



Math93.com

# TD 1 - Seconde

## Géométrie dans un repère

*Les exercices suivants dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont corrigés intégralement en fin du présent TD. Les autres présentent des éléments de réponse.*

### Table des matières

---

<b>I Applications du cours</b>	<b>2</b>
<b>II Bilan</b>	<b>8</b>
<b>III Python, c'est ma passion !</b>	<b>9</b>
<b>IV Pour aller plus loin</b>	<b>11</b>
<b>V Correction</b>	<b>13</b>

## Partie I. Applications du cours

### Exercice 1. Un problème d'alignement

---

$ABCD$  est un carré de côté 8 cm.

Les points  $A$ ,  $B$  et  $E$  sont alignés dans cet ordre et  $BE = 13$  cm.

Les points  $A$ ,  $D$  et  $F$  sont alignés dans cet ordre et  $DF = 5$  cm.

*Link geogebra*

1. Réaliser une figure ci-dessous puis sur Geogebra et les utiliser pour émettre une conjecture sur l'alignement des points  $F$ ,  $C$  et  $E$ .
2. Confirmer ou infirmer votre conjecture en étudiant l'alignement de ces trois points par toute méthode de votre choix.

**Exercice 2. Cercle circonscrit**

---

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé du plan. on considère les points

$$A(-3; -1) , B(-2; 2) , C(3; -3)$$

1. Démontrer que ABC est rectangle en A.
2. Déterminer les coordonnées du point H, centre du cercle  $\mathcal{C}$  circonscrit au triangle ABC. Calculer le rayon de ce cercle  $\mathcal{C}$ .
3. Déterminer l'équation du cercle  $\mathcal{C}$ .

**Réponses**

$AB^2 = 10$   $AC^2 = 40$  ,  $BC^2 = 50$ . Le triangle ABC est rectangle en A.  
 $H(0, 5; -0, 5)$  et le rayon du cercle est  $R = \frac{5}{2}\sqrt{2}$  unités.

**Exercice 3. Parallélogramme**

---

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé du plan. on considère les points

$$A(-2; 1), T(1; 6), R(3; 3), E(0; -2)$$

1. Montrer que le quadrilatère ATRE est un parallélogramme.
2. Déterminer les coordonnées du point P tel que RPTE est un parallélogramme.
3. Déterminer les coordonnées du point S sachant que T est le milieu du segment [ES].

**Réponses**

⋮  $P(4; 11)$  et  $S(2; 14)$

**Exercice 4. Un repère, dans un autre repère**

---

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé du plan. on considère les points

$$A(1; 0), \quad B\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right), \quad C\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

1. Démontrer que  $(A, B, C)$  est un repère orthonormé.
2. Déterminer les coordonnées de  $A, B$  et  $C$  dans le repère  $(A, B, C)$ .

**Réponses**

⋮  $AB^2 = 1 = AC^2$ ,  $BC^2 = 2$ . Le triangle  $ABC$  est rectangle et isocèle en  $A$ .

**Exercice 5. Choisissons un bon repère (c)**

---

Soit ABCD un carré de centre O. On considère les points E et F, milieux respectifs de [DC] et [OB].

1. Faire une figure.
2. Lire les coordonnées de tous les points dans le repère orthonormé  $(A ; B ; D)$ .
3. Calculer les distances  $EF, EA$  et  $FA$ .
4. En déduire la nature du triangle EFA.

**Exercice 6. Une histoire de milieux (c)**

---

Soit  $ABC$  un triangle et  $M, N, P$  les milieux respectifs des côtés  $[AB]$ ,  $[AC]$  et  $[BC]$ .  
On note  $Q$  le milieu du segment  $[MN]$ .

1. Faire une figure.
2. Donner, sans justification, les coordonnées des points  $A, B, C, M, N, P$  et  $Q$  dans le repère  $(A, B, C)$ .
3. Démontrer que le point  $Q$  est le milieu du segment  $[AP]$ .
4. Refaire cet exercice sans introduire de repère.

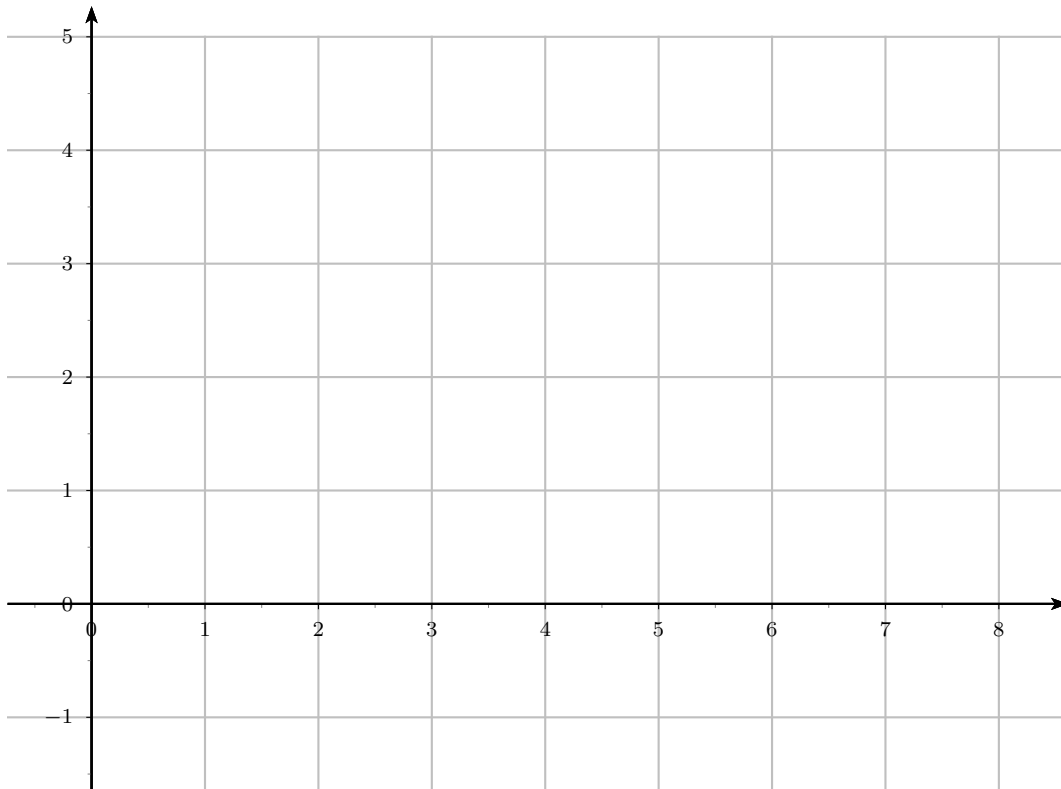
## Partie II. Bilan

### Exercice 7. Bilan : Cercle circonscrit (c)

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé du plan. On considère les points

$$A(2; 2), B(7; 1), C(4; 4)$$

1. Faire une figure dans le repère ci-dessous, qui sera complétée par la suite.
2. Démontrer que  $ABC$  est rectangle en  $C$ .
3. Déterminer les coordonnées du point  $H$ , centre du cercle  $\mathcal{C}$  circonscrit au triangle  $ABC$ .
4. Calculer le rayon de ce cercle  $\mathcal{C}$ .
5. Montrer que le point  $D(4; -1)$  est l'un des deux points d'intersection de la médiatrice du segment  $[AB]$  et du cercle  $\mathcal{C}$ .
6. Déterminer les coordonnées du point  $E$ , le symétrique du point  $D$  par rapport au point  $H$ .
7. Que dire du quadrilatère  $ADBE$ ?
8. Soit  $F$  le projeté orthogonal du point  $C$  sur la droite  $(AB)$ 
  8. a. Construire  $F$ .
  8. b. Que représente  $(CF)$  pour le triangle  $ABC$ ?
  8. c. En calculant l'aire du triangle  $ABC$  de deux façons, calculer la longueur  $CF$ .





## Partie III. Python, c'est ma passion !

### Exercice 8. Python : distance ... dans un R.O.N ... Obviously! (c)

1. Pour vos tests : Soit dans un RON les points :

$$A(-3; 4) \text{ et } B(7; -5)$$

Montrer que :

$$AB = \sqrt{181} \text{ u.l. } \approx 13,45 \text{ u.l.}$$

2. Écrire une fonction Python nommée *distance*, qui prend en paramètre 2 tuples, représentant les coordonnées de 2 points dans un RON et qui renvoie la distance entre ces deux points.

*On pourra proposer une valeur arrondie au centième d'unité.*

```

1 from math import sqrt
2
3 def distance(tuple1,tuple2):
4     '''In : tuple1 et tuple2 sont 2 tuples,
5           coordonnées de 2 points A et B dans un RON
6           Out : Distance AB dans un RON'''
7     xA = ... # la première coordonnée du tuple 1
8     yA = ... # la deuxième coordonnée du tuple 1
9     xB = ... # la première coordonnée du tuple 2
10    yB = ... # la deuxième coordonnée du tuple 2
11    return = ...
12
13
14 # Test
15 A=(-3,4)
16 # ici A[0]=-3 la première coordonnée du tuple A
17 # ici A[1]=4 la deuxième coordonnée du tuple A
18 B=(7,-5)
19
20
```

3. Tester votre fonction avec le résultat de la question 1°).

```

1 # On obtient dans la console
2 >>> distance(A,B)
3 13.45362404707371
```

**Exercice 9. Python : Triangle isocèle ou rectangle (c)**

---

**1. Pour vos tests.**

Soit dans un RON les points :

$$A(-32 ; 32) \text{ et } B(80 ; 16) \text{ et } C(32 \text{ et } 80)$$

Montrer que ABC est isocèle et rectangle avec

$$AB^2 = 12800 \text{ et } AC^2 = 6400 \text{ et } BC^2 = 6400$$

**2. Triangle isocèle.**

Écrire une fonction Python nommée *isocèle*, qui prend en paramètre 3 tuples, représentant les coordonnées de 3 points dans un RON et qui renvoie True si le triangle est isocèle, et False sinon.

```

1 def isocèle(tuple1,tuple2,tuple3):
2     '''In : tuple1, tuple2 et tuple3 sont 3 tuples
3     Out: renvoie True si le triangle est isocèle, et False sinon.'''
4
5     AB = distance(tuple1,tuple2)
6     AC = ...
7     BC = ...
8     ...

```

Vous devrez utiliser la fonction *distance* précédente.

**3. Triangle rectangle.**

Écrire une fonction Python nommée *rectangle*, qui prend en paramètre 3 tuples, représentant les coordonnées de 3 points dans un RON et qui renvoie True si le triangle est rectangle, et False sinon.

```

1 def rectangle(tuple1,tuple2,tuple3):
2     '''In : tuple1, tuple2 et tuple3 sont 3 tuples
3     Out: renvoie True si le triangle est rectangle, et False sinon.'''
4     ...
5

```

## Partie IV. Pour aller plus loin

### Exercice 10. Triangle rectangle

---

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé du plan. on considère les points

$$A(1; -2), B(0; m), C(6; -1)$$

Trouver le réel  $m$  pour que ABC soit un triangle rectangle en A.



#### Réponses

⚡  $m = 3$

**Exercice 11. Médiatrice**

---

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé du plan. on considère les points

$$A(-3; 1), B(4; 3), C(-1; 6)$$

1. Le point C appartient-il à la médiatrice de  $[AB]$ ?
2. Déterminer le réel  $x$  pour que le point  $E(x; -3)$  appartienne à la médiatrice de  $[AB]$ .

**Réponses**

*Le point C n'appartient pas à la médiatrice de  $[AB]$ . On obtient  $x = \frac{27}{14}$ .*

## Partie V. Correction

### Correction de l'exercice 5

Soit ABCD un carré de centre O. On considère les points E et F, milieux respectifs de [DC] et [OB].

1. Faire une figure.
2. Lire les coordonnées de tous les points dans le repère orthonormé  $(A ; B ; D)$ .



#### Corrigé

Dans le repère orthonormé  $(A; B; D)$  on a :  $A(0;0)$  ;  $B(1;0)$  ;  $C(1;1)$  ;  $D(0;1)$  ;  $E\left(\frac{1}{2}; 1\right)$  ,  $F\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right)$   
 et  $O\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

3. Calculer les distances  $EF$ ,  $EA$  et  $FA$ .
4. En déduire la nature du triangle EFA.

### Correction de l'exercice 6

Soit  $ABC$  un triangle et  $M, N, P$  les milieux respectifs des côtés  $[AB]$ ,  $[AC]$  et  $[BC]$ . On note  $Q$  le milieu du segment  $[MN]$ .

1. Faire une figure.
2. Donner, sans justification, les coordonnées des points  $A, B, C, M, N, P$  et  $Q$  dans le repère  $(A, B, C)$ .  
 Dans le repère  $(A, B, C)$  on a

$$A(0; 0), B(1; 0), C(0; 1), M\left(\frac{1}{2}; 0\right), N\left(0; \frac{1}{2}\right), P\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \text{ et } Q\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right).$$

3. Démontrer que le point  $Q$  est le milieu du segment  $[AP]$ .

Le milieu  $I$  du segment  $[AP]$  est de coordonnées

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_P}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4} = x_Q \\ y_I = \frac{y_A + y_P}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4} = y_Q \end{cases}.$$

On retrouve les coordonnées de  $Q$  donc le point  $Q\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$  est le milieu du segment  $[AP]$ .

### Correction de l'exercice 7

Soit  $(O, I, J)$  un repère orthonormé du plan. On considère les points :  $A(2; 2)$  ,  $B(7; 1)$  ,  $C(4; 4)$ .

1. Faire une figure dans le repère ci-dessous, qui sera complétée par la suite.
2. Démontrer que  $ABC$  est rectangle en  $C$ .

On est dans un RON donc le calcul de distance est légitime avec les formules usuelles.

$$\begin{cases} A(2; 2) \\ B(7; 1) \\ C(4; 4) \end{cases} \implies \begin{cases} AB^2 = 5^2 + 1^2 = 26 \\ BC^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \\ AC^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \end{cases}$$

Si ABC rectangle c'est en C car [AB] est le plus grand côté.

D'une part,  $AB^2 = 26$  et d'autre part  $AC^2 + CB^2 = 26$ . On a donc l'égalité  $AB^2 = AC^2 + CB^2$  donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en C.

**3. Déterminer les coordonnées du point H, centre du cercle  $\mathcal{C}$  circonscrit au triangle ABC.**

Puisque le triangle ABC est rectangle en C, de ce fait le centre du cercle  $\mathcal{C}$  circonscrit au triangle ABC est le milieu de l'hypoténuse [AB] soit :

$$\begin{cases} A(2; 2) \\ B(7; 1) \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{7+2}{2}; \frac{2+1}{2}\right) \Rightarrow \boxed{H\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)}$$

**4. Calculer le rayon de ce cercle  $\mathcal{C}$ .**

Le rayon du cercle est donc :

$$\boxed{R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{26}}{2} \text{ u.l.}}$$

5. Montrer que  $D(4; -1)$  est l'un des deux points d'intersection de la médiatrice de  $[AB]$  et du cercle  $\mathcal{C}$ .

$$\begin{cases} A(2; 2) \\ B(7; 1) \\ H\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right) \\ D(4; -2) \end{cases} \implies \begin{cases} AD^2 = 2^2 + 3^2 = 13 \\ DB^2 = 3^2 + 2^2 = 13 \\ DH^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{26}{4} \end{cases}$$

- D'une part :  $AD = DB = \sqrt{13}$  u.l. donc le point  $D$  appartient à la médiatrice de  $[AB]$ ;
- D'autre part :  $DH = \frac{\sqrt{26}}{2}$  u.l. =  $R$  donc le point  $D$  appartient au cercle  $\mathcal{C}$ ;
- Conclusion :  $D(4; -1)$  est l'un des deux points d'intersection de la médiatrice de  $[AB]$  et du cercle  $\mathcal{C}$ .

6. Déterminer les coordonnées du point  $E$ , le symétrique du point  $D$  par rapport au point  $H$ .

$$H\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right) \text{ et } D(4; -1)$$

Le point  $E$  est le symétrique du point  $D$  par rapport au point  $H$  donc  $H$  est le milieu du segment  $[ED]$ .

$$H = \text{mil}[ED] \iff \begin{cases} \frac{9}{2} = \frac{x_E + 4}{2} \\ \frac{3}{2} = \frac{y_E - 2}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x_E + 4 = 9 \\ y_E - 2 = 3 \end{cases} \iff \boxed{E(5; 4)}$$

7. Que dire du quadrilatère  $ADBE$ ?

- Par construction, le point  $H$  est le milieu des segments  $[AB]$  et  $[ED]$  donc le quadrilatère  $ADBE$  est un parallélogramme.
- Les segments  $[AB]$  et  $[ED]$  sont des rayons du cercle  $\mathcal{C}$  donc ils sont de même mesure. Le parallélogramme  $ADBE$  a donc ses diagonales de même mesure, c'est un rectangle.
- Puisque le point  $D$  appartient à la médiatrice de  $[AB]$ , les côtés consécutifs  $AD$  et  $DB$  sont de même mesure donc c'est aussi un carré.
- Conclusion : Le quadrilatère  $ADBE$  est un carré.

8. Soit  $F$  le projeté orthogonal du point  $C$  sur la droite  $(AB)$ .

8. a. Construire  $F$ .

8. b. Que représente  $(CF)$  pour le triangle  $ABC$ ?

$(CF)$  est la hauteur (*altitude in english*) issue de  $C$  dans le triangle  $ABC$  et  $F$  est le pied de cette hauteur (*the foot of the altitude in english*). En effet, puisque  $F$  le projeté orthogonal du point  $C$  sur la droite  $(AB)$ , les droites  $(CF)$  et  $(AB)$  sont perpendiculaires en  $F$ .

8. c. En calculant l'aire du triangle  $ABC$  de deux façons, calculer la longueur  $CF$ .

- D'une part puisque  $ABC$  est rectangle en  $C$  on a :

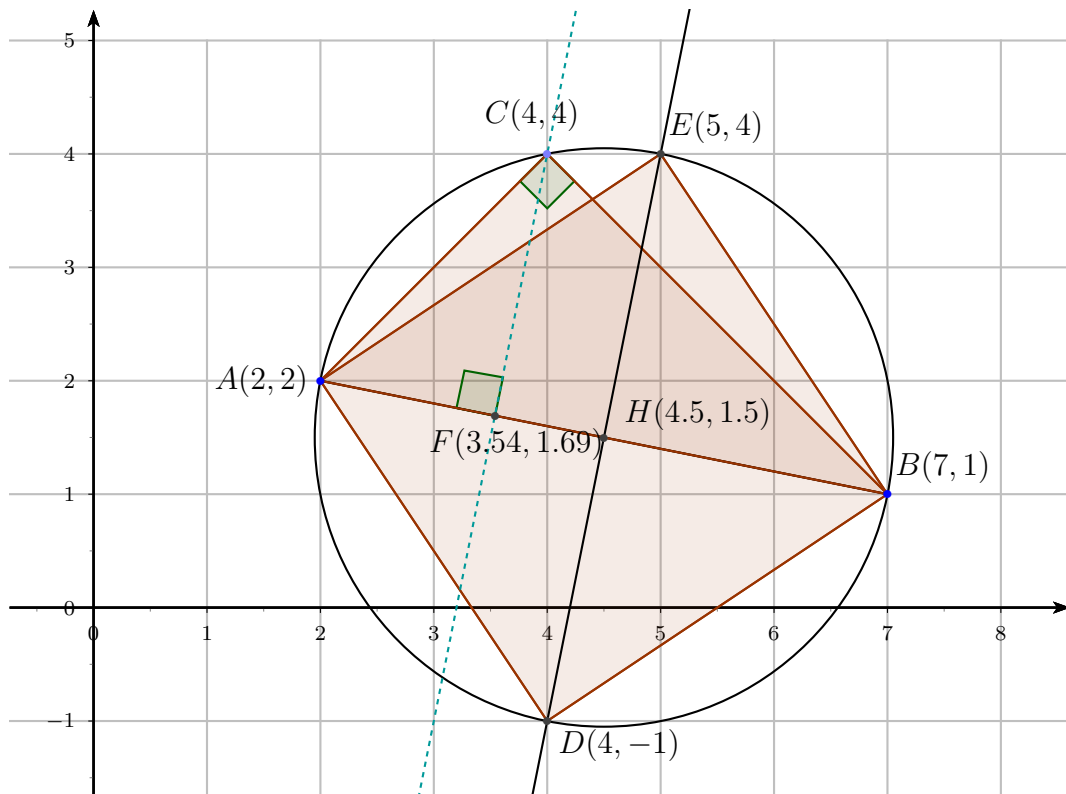
$$\mathcal{A}(ABC) = \frac{CA \times CB}{2} = \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{18}}{2} = \frac{\sqrt{144}}{2} = 6 \text{ u.a.}$$

- D'autre part en considérant  $(CH)$ , la hauteur issue de  $C$  dans le triangle  $ABC$  donc relative au côté  $[AB]$  on a :

$$\mathcal{A}(ABC) = \frac{CF \times AB}{2} = \frac{CF \times \sqrt{26}}{2} \text{ u.a.}$$

- On a donc :

$$\frac{CF \times \sqrt{26}}{2} = 6 \iff CF = \frac{12}{\sqrt{26}} = \frac{12\sqrt{26}}{26} \iff \boxed{CF = \frac{6\sqrt{26}}{13} \approx 2,35 \text{ u.l.}}$$



**Correction des exercices sur python : ex. 8, ex. ??**

La correction est disponible sur cette page : [Python et Distances](#)