



Math93.com

TD 1 - Seconde

Pourcentages

Table des matières

I	Proportion et pourcentage d'évolution	2
II	Évolutions successives	4
III	Python c'est ma passion	5
IV	Correction	7

Partie I. Proportion et pourcentage d'évolution

Exercice 1. D'après Bac : Pourcentage d'une partie

Dans ville en 2014, un nouveau vient d'ouvrir ses portes et accueille pour sa première rentrée 500 élèves. D'une année sur l'autre, le proviseur du lycée prévoit une perte de 30 % de l'effectif et l'arrivée de 300 nouveaux élèves.

1. Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2015.
2. Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2016.

Exercice 2. D'après Bac : Pourcentage d'une partie

Un opérateur de téléphonie mobile constate que, chaque année, il perd 8 % de ses précédent abonnés et que, par ailleurs, il gagne 3 millions de nouveaux abonnés. En 2013 le nombre d'abonnés est de 20 millions.

1. En exprimant les résultats en millions, arrondis au milliers, déterminer le nombre d'abonnés en 2014.
2. Déterminer le nombre d'abonnés en 2015.



Réponses

1. : 21,400 millions / 2. : 22, 688 millions

Exercice 3. D'après Bac 2014 : Pourcentage d'une partie

À l'automne 2013, Claude achète une maison à la campagne ; il dispose d'un terrain de 1 500 m² entièrement engazonné. Mais tous les ans, 20 % de la surface engazonnée est détruite et remplacée par de la mousse. Claude arrache alors, à chaque automne, la mousse sur une surface de 50 m² et la remplace par du gazon.

1. Montrer qu'au bout d'un an, la surface en m² de terrain engazonné est de 1 250 m².
2. Montrer qu'au bout de cinq ans, la surface en m² de terrain engazonné est de 659,60 m².

Exercice 4. Pourcentage d'évolution (à faire sur tableur)

Le tableau ci-dessous donne la population des pays ou zones les plus peuplés en 2014 en et des prévisions pour 2030 proposées par le *United Nations Population Fund* (UNFPA).

Pays	2014	Prévisions en 2030	Coefficient multiplicateur	Évolution en %
World	7 243 784 000	8 321 380 000
Chine	1 373 505 511	1 393 076 000
Inde	1 250 662 547	1 523 482 000
Union européenne	507 400 000	519 900 000
États-Unis	319 707 043	361 680 000
Indonésie	253 609 643	279 659 000
Brésil	202 626 000	220 492 000
Pakistan	186 084 949	234 432 000
Nigeria	177 155 754	257 815 000

Sources : UNFPA - Population 2014

1. Prévisions pour 2030.

1. a. Compléter le tableau ci-dessus.
1. b. Quel pays ou zone subira la plus forte augmentation de population ?

2. Prévisions pour 2046.

On suppose que les évolutions constatées sur les 16 années de 2014 à 2030 de prolongent de 2030 à 2046. Estimer la population de chaque zone en 2046.

Pays	Prévisions en 2046
World	...
Chine	...
Inde	...
Union européenne	...
États-Unis	...
Indonésie	...
Brésil	...
Pakistan	...
Nigeria	...

Exercice 5. Marge bénéficiaire *

Un commerçant achète ses articles chez un grossiste. Il les revend augmentés d'une marge bénéficiaire de 55 % du prix d'achat.

1. Quel est le prix de vente d'un article que le commerçant a acheté 60 euros ?
2. A quel prix le commerçant a-t-il acheté à son grossiste un article qu'il revend 527 euros ?
3. Quel pourcentage du prix de vente représente le prix d'achat au grossiste ?
4. Pour augmenter sa marge, le commerçant souhaite que son prix d'achat ne représente plus que 60 % de son prix de vente. Quel pourcentage d'augmentation doit-il alors appliquer sur les prix d'achat ?

**Réponses**

⌘ 1. : 93 € / 2. : 340 € / 3. : $\approx 64,5\%$ / 4. : $\approx 66,7\%$

Partie II. Évolutions successives

Exercice 6. Évolutions successives : Vrai ou faux

Pour chacune des propositions, déterminer si la proposition est vraie ou fausse et justifier la réponse.

- Le prix d'un article diminue de 10 % puis augmente de 10 %.
Proposition 1 : Le prix final est donc identique au prix initial.
- Un produit d'une valeur de 100 euros augmente de 10 % puis encore de 10 %.
Proposition 2 : Le prix final est donc de 120 euros.
- Le montant d'un loyer de 1 500 euros subit deux évolutions successives : une hausse de 12 % puis une baisse de 2 %.
Proposition 3 : Le nouveau montant du loyer est donc de 1 646,4 euros.
Proposition 4 : Le taux d'évolution global est après ces deux évolutions est de +10 %.
- Début septembre 2014, monsieur Le Boulet place 5 000 euros sur un livret A qui est rémunéré, depuis le 1^{er} août 2014, à 1 %.
Proposition 5 : Après 5 années de placement, il aura environ 5255,05 euros sur ce compte.
Proposition 6 : Le taux d'évolution global du patrimoine après 5 années de placement est de +5 %.

Exercice 7. Taux d'évolution global

- Une quantité augmente de 10 %, puis de 20 % puis de 30 %. Montrer que le taux d'évolution global est de 71,6 %.
- Un article subit une augmentation de x %, où x est un réel. Il subit ensuite une réduction de y %. Exprimer en fonction de x , le pourcentage de réduction, pour que l'article retrouve son prix initial.
- Après une baisse de 15 %, suivie d'une baisse de t %, on obtient une baisse globale de 30 %. Calculer t .
- Un prix augmente deux fois de suite de z %. A la suite de ces deux augmentations, ce prix a augmenté de 14,49 %. Calculer z .

Exercice 8. TVA

Avec un taux de T.V.A. à 19,6 %, le prix T.T.C. d'un article est de 45,50 €. Quel serait le prix de cet objet avec un taux de T.V.A. à 5,5 % ?

Exercice 9. Taux

Un conseil régional a pour objectif de faire croître le parc locatif réservé aux étudiants de la région de 15 000 chambres à 20 184 chambres.

- Quel sera le taux de croissance du parc locatif sur la période envisagée ?
- Le conseil régional souhaite atteindre cet objectif en deux ans. Quel devra être le pourcentage annuel d'accroissement du parc locatif ?

Exercice 10. Un placement

Le compte sur lequel elle a placé une moitié de son argent est un compte à intérêts composés au taux d'intérêt de 0,1% par quinzaine (c'est-à-dire que, tous les quinze jours, l'argent placé sur le compte rapporte des intérêts et que ceux-ci sont pris en compte dans le calcul des intérêts la quinzaine suivante).

- Déterminer le taux d'évolution global sur 1 an, arrondi à 0,01 % près.
- Au bout de combien d'années son capital aura doublé ?
- Écrivez un algorithme de seuil permettant de répondre à cette question.

Partie III. Python ... c'est ma passion

Exercice 11. TVA, fonction et affichage

1. Chercher sur internet ce qu'est la T.V.A., le prix Hors Taxes (HT) et le prix Toutes Taxes Comprises (T.T.C) d'un article.
2. Calculer le prix TTC (avec une TVA à 20%) d'un article qui coûte 50 euros HT.
3. Écrire un algorithme utilisant une fonction qui calcule directement le prix TTC avec une T.V.A. à 20 %.
4. Vérifier votre fonction avec le calcul de la question 2.

```

1 def calc_TTC(prix_HT):
2     '''IN : prix HT d'un article float
3         OUT : Prix TTC avec une TVA à 20% float'''
4     return ...

```

Exercice 12. TVA, fonction et affichage

Écrire un algorithme utilisant une fonction qui demande le prix d'un article TTC et qui calcule directement le prix HT avec une T.V.A. à 20 %. Vérifier votre fonction avec le calcul de la question 2 de l'exercice 11.

```

1 def calc_HT(prix_TTC):
2     '''IN : Prix TTC avec une TVA à 20% float
3         OUT : prix HT correspondant float'''
4     return ...

```

Exercice 13. Hausse et Baisse de x %

1. Écrire un algorithme avec une fonction de paramètres p et t qui calcul le prix final, après une évolution de $t\%$ d'un prix initial de p euros.
2. Modifier le programme pour obtenir un arrondi au centième du résultat.

```

1 def hausse_baisse(p,t):
2     '''IN : p prix initial, float
3         t correspond à une évolution de t% float
4         OUT : prix après évolution de t% float'''
5     return ...

```

Exercice 14. Algorithme de seuil (Un indispensable pour le bac)

En 2018 la population mondiale est estimée à 7 577 millions (environ 7,6 milliards) . Le taux annuel de la croissance démographique de la population mondiale est d'environ 1,2 %.

**Aide**

Un milliard se note : 1 000 000 000 = 10^9 , et s'écrit sous Python : `10 * *9`.

Dix milliards se note : $10 \times 10^9 = 10^{10}$, et s'écrit sous Python : `10 * 10 * *9`
ou `10 * *10`.

1. Le programme suivant cherche à déterminer en quelle année, si cette évolution se poursuit, la population mondiale dépassera 10 milliards et quelle sera cette population . Compléter puis exécuter cet algorithme dans la console afin d'obtenir la réponse cherchée .

```

1 def recherche(seuil):
2     '''IN : le seuil
3         OUT : l'année et la population qui
4             dépasse le seuil'''
5     population=7577000000
6     annee=2018
7     while .... :
8         annee=...
9         population=...
10    return (annee,population)

```

**Pseudo Code**

Fonction recherche(seuil)
 population,annee ← 7577000000, 2018
 Tant que Faire
 annee ←
 population ←
 Fin Tant que
 Renvoyer (annee , population)

2. On cherche un affichage différent. Compléter le programme ci-dessous et lancez-le pour déterminer quand la population mondiale dépassera les 20 milliards et quelle sera cette population.

```

1 (a,b) = recherche(...)
2 print("La population sera de ",..., " milliards en ",...)

```

3. Modifier l'algorithme afin de renvoyer une valeurs arrondie au centième de la population, exprimée en milliards.

**round(b , n)**

round(b , n) va renvoyer l'arrondie de b à 10^{-n} près.

Par exemple : `round(2.2563 , 2) => 2.26`

Partie IV. Bilan

Exercice 15. (c) Dans un magasin

Dans un magasin, le prix d'un smartphone est initialement de 500 €.

On modélise les évolutions de prix à l'aide de coefficients multiplicateurs.

1. Le magasin applique d'abord une augmentation de 12 % sur le prix initial.
 1. a. Calculer le coefficient multiplicateur correspondant à cette augmentation.
 1. b. En déduire le nouveau prix du smartphone après cette hausse.
2. Pendant les soldes, le magasin décide ensuite de faire une remise de 15 % sur ce nouveau prix.
 2. a. Calculer le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 15 %.
 2. b. En déduire le prix du smartphone après cette remise.
3. On s'intéresse maintenant à l'évolution globale entre le prix initial et le prix après les deux évolutions successives.
 3. a. Exprimer le coefficient multiplicateur global C en fonction de C_1 et de C_2 , puis le calculer.
 3. b. En déduire le pourcentage global d'évolution du prix entre 500 € et 476 €. Indiquer s'il s'agit d'une hausse ou d'une baisse.
4. Un autre magasin affirme proposer une offre « équivalente » en appliquant **une seule** évolution en pourcentage sur le prix initial de 500 €, pour aboutir directement au même prix final de 476 €.
 4. a. On note t le taux unique d'évolution (en écriture décimale) appliqué au prix initial. Exprimer le prix final en fonction de t puis écrire une équation traduisant l'égalité avec 476 €.
 4. b. Résoudre cette équation et en déduire la valeur de t en pourcentage.
5. Après les soldes, le responsable du magasin souhaite revenir au prix initial de 500 € en appliquant une **unique** évolution en pourcentage sur le prix actuel 476 €.
 5. a. On note u le taux d'évolution (en écriture décimale) appliqué sur 476 €. Écrire une équation permettant de déterminer u .
 5. b. Résoudre cette équation et donner la valeur de u en pourcentage.

Partie V. Correction

Correction de l'exercice 1

1. Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2015.

En 2015, il y aura 30 % d'élèves en moins, donc il restera 70 % des 500 élèves de l'année d'avant, auquel il faut rajouter les 300 nouveaux élèves. Ceci nous donne un effectif en 2015 de :

$$500 \times \frac{70}{100} + 300 = 650$$

2. Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2016.

En 2016, il y aura 30 % d'élèves en moins, donc il restera 70 % des 650 élèves de l'année d'avant, auquel il faut rajouter les 300 nouveaux élèves. Ceci nous donne un effectif en 2015 de :

$$650 \times \frac{70}{100} + 300 = 755$$

Correction de l'exercice 6 page 4

Pour chacune des propositions, déterminer si la proposition est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. Le prix d'un article diminue de 10 % puis augmente de 10 %.

Proposition 1 : Le prix final est donc identique au prix initial.

2. Un produit d'une valeur de 100 euros augmente de 10 % puis encore de 10 %.

Proposition 2 : Le prix final est donc de 120 euros.

3. Le montant d'un loyer de 1 500 euros subit deux évolutions successives : une hausse de 12 % puis une baisse de 2 %.

Proposition 3 : Le nouveau montant du loyer est donc de 1 646,4 euros.

Proposition 4 : Le taux d'évolution global est après ces deux évolutions est de +10 %.

4. Début septembre 2014, monsieur Le Boulet place 5 000 euros sur un livret A qui est rémunéré, depuis le 1^{er} août 2014, à 1 %.

Proposition 5 : Après 5 années de placement, il aura environ 5255,05 euros sur ce compte.

Proposition 6 : Le taux d'évolution global du patrimoine après 5 années de placement est de +5 %.



Réponses

P1 : Fausse (baisse de 1 %) / P2 : Fausse (121 euros) / P3 : Vraie. P4 : Fausse (+9,76 %) / P5 : Vraie / P6 : Fausse (+5,10100501 %)

Correction de l'exercice 7 page 4

1. Une quantité augmente de 10 %, puis de 20 % puis de 30 %. Montrer que le taux d'évolution global est de 71,6 %.

2. Un article subit une augmentation de x %, où x est un réel. Il subit ensuite une réduction de y %. Exprimer en fonction de x , le pourcentage de réduction, pour que l'article retrouve son prix initial.

3. Après une baisse de 15 %, suivie d'une baisse de t %, on obtient une baisse globale de 30 %. Calculer t .

4. Un prix augmente deux fois de suite de z %. A la suite de ces deux augmentations, ce prix a augmenté de 14,49 %. Calculer z .



Réponses

2. $y = \frac{100x}{10+x}$ / 3. $t \approx 17,66$ / 4. $z = 7$

Correction de l'exercice 10 page 4

On procède à 24 hausses de 0,1 %. Donc le coefficient multiplicateur correspondant à ces 24 hausses successives est :

$$k = (1 + 0,1\%)^{24} = 1,001^{24} \approx 1,024278$$

Donc le taux d'évolution global vaut :

$$t = k - 1 \approx 0,024278$$

ce qui correspond une hausse d'environ 2,43 % sur 1 an.

Correction de l'exercice ?? page ??

Dans un magasin, le prix d'un smartphone est initialement de 500 €.

On modélise les évolutions de prix à l'aide de coefficients multiplicateurs.

1. Le magasin applique d'abord une augmentation de 12 % sur le prix initial.
 1. a. Calculer le coefficient multiplicateur correspondant à cette augmentation.
 1. b. En déduire le nouveau prix du smartphone après cette hausse.

**Corrigé**

Le prix initial est $P_0 = 500$ €.

1. a. 1. a. 1. Une augmentation de 12 % correspond à un coefficient multiplicateur :

$$C_1 = 1 + \frac{12}{100} = 1 + 0,12 = 1,12.$$

1. a. 2. Le nouveau prix est alors :

$$P_1 = P_0 \times C_1 = 500 \times 1,12 = 560 \text{ e.}$$

Ainsi, après la hausse de 12 %, le smartphone coûte **560 e**.

2. Pendant les soldes, le magasin décide ensuite de faire une remise de 15 % sur ce nouveau prix.
 2. a. Calculer le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 15 %.
 2. b. En déduire le prix du smartphone après cette remise.

**Corrigé**

On part maintenant du prix $P_1 = 560$ €.

2. a. 2. a. 1. Une diminution de 15 % correspond à un coefficient multiplicateur :

$$C_2 = 1 - \frac{15}{100} = 1 - 0,15 = 0,85.$$

2. a. 2. Le nouveau prix après remise est :

$$P_2 = P_1 \times C_2 = 560 \times 0,85.$$

Posons le calcul :

$$56 \times 85 = 56 \times (80 + 5) = 56 \times 80 + 56 \times 5 = 4480 + 280 = 4760.$$

Donc :

$$560 \times 0,85 = \frac{56 \times 85}{10} = \frac{4760}{10} = 476.$$

Ainsi, après la remise de 15 %, le smartphone coûte **476 e**.

3. On s'intéresse maintenant à l'évolution globale entre le prix initial et le prix après les deux évolutions successives.
3. a. Exprimer le coefficient multiplicateur global C en fonction de C_1 et de C_2 , puis le calculer.
3. b. En déduire le pourcentage global d'évolution du prix entre 500 € et 476 €. Indiquer s'il s'agit d'une hausse ou d'une baisse.



Corrigé

On passe de P_0 à P_1 puis de P_1 à P_2 .

3. a. À chaque étape, on multiplie par un coefficient :

$$P_1 = P_0 \times C_1 \quad \text{et} \quad P_2 = P_1 \times C_2.$$

Donc, en remplaçant P_1 dans la deuxième égalité :

$$P_2 = P_0 \times C_1 \times C_2.$$

Le coefficient multiplicateur global est donc :

$$C = C_1 \times C_2 = 1,12 \times 0,85.$$

Calculons :

$$112 \times 85 = 112 \times (80 + 5) = 112 \times 80 + 112 \times 5 = 8960 + 560 = 9520.$$

Donc :

$$1,12 \times 0,85 = \frac{112 \times 85}{100 \times 100} = \frac{9520}{10000} = 0,952.$$

On obtient :

$$C = 0,952.$$

3. b. On sait que :

$$C = 1 + t$$

où t est le taux global d'évolution (en écriture décimale). Ici :

$$1 + t = 0,952 \quad \implies \quad t = 0,952 - 1 = -0,048.$$

En pourcentage, cela donne :

$$t = -4,8 \%$$

L'évolution globale est donc une **baisse** de **4,8 %**.

4. Un autre magasin affirme proposer une offre "équivalente" en appliquant **une seule** évolution en pourcentage sur le prix initial de 500 €, pour aboutir directement au même prix final de 476 €.
4. a. On note t le taux unique d'évolution (en écriture décimale) appliqué au prix initial. Exprimer le prix final en fonction de t puis écrire une équation traduisant l'égalité avec 476 €.
4. b. Résoudre cette équation et en déduire la valeur de t en pourcentage. Comparer ce résultat avec la réponse de la question 3.



Corrigé

On cherche un taux unique t tel que l'on passe de 500 € à 476 € en une seule étape.

4. a. Un taux d'évolution t correspond à un coefficient multiplicateur $1 + t$. Le prix final s'écrit donc :

$$P_f = 500 \times (1 + t).$$

On veut que ce prix final soit égal à 476 €, d'où l'équation :

$$500 \times (1 + t) = 476.$$

4. b. On résout maintenant l'équation :

$$500(1 + t) = 476.$$

On divise par 500 (nombre non nul) :

$$1 + t = \frac{476}{500}.$$

On peut simplifier :

$$\frac{476}{500} = \frac{476 \div 4}{500 \div 4} = \frac{119}{125} = 0,952.$$

Donc :

$$1 + t = 0,952 \implies t = 0,952 - 1 = -0,048.$$

En pourcentage :

$$t = -4,8 \%.$$

Le taux unique d'évolution est donc une **baisse de 4,8 %**, ce qui est cohérent avec la question 3 : le taux global trouvé précédemment est exactement le même.

5. Après les soldes, le responsable du magasin souhaite revenir au prix initial de 500 € en appliquant une **unique** évolution en pourcentage sur le prix actuel 476 €.
5. a. On note u le taux d'évolution (en écriture décimale) appliqué sur 476 €. Écrire une équation permettant de déterminer u .
5. b. Résoudre cette équation et donner la valeur de u en pourcentage. Comparer ce taux avec le taux global d'évolution de la question 3.



Corrigé

On part du prix $P_2 = 476$ € et on applique un taux u pour retrouver 500 €.

5. a. Le prix après cette nouvelle évolution est :

$$P_3 = 476 \times (1 + u).$$

On veut revenir au prix initial, donc :

$$476 \times (1 + u) = 500.$$

5. b. On résout l'équation :

$$476(1 + u) = 500.$$

En divisant par 476 (non nul), on obtient :

$$1 + u = \frac{500}{476}.$$

On garde la fraction exacte pour plus de précision :

$$u = \frac{500}{476} - 1 = \frac{500 - 476}{476} = \frac{24}{476}.$$

On peut simplifier :

$$\frac{24}{476} = \frac{24 \div 4}{476 \div 4} = \frac{6}{119}.$$

En écriture décimale, à la calculatrice, on obtient environ :

$$u \approx 0,0504.$$

En pourcentage :

$$u \approx 5,04 \%.$$

On constate que pour **annuler une baisse de 4,8 %**, il ne suffit pas d'augmenter de 4,8 % : il faut une hausse un peu plus grande, d'environ **5,04 %**.

Cela montre qu'une baisse de p % puis une hausse de p % ne ramènent pas au prix initial.