transformations d'expression et un exemple d'étude de fonction qui sont les points de base de ce chapitre. La rubrique **Approfondissement** propose deux problèmes modélisant des **phénomènes d'évolution** : l'évolution d'une population de pucerons en présence de prédateurs, des coccinelles, et l'étude de la concentration d'un médicament dans le sang, en fonction du temps écoulé depuis son injection. Dans **Pour aller plus loin**, les exercices sont de difficulté croissante. Ils contiennent plusieurs résolutions de problèmes.

Les notions abordées dans le chapitre 3

1. Les fonctions exponentielles

2. Propriétés des fonctions $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto e^{u(x)}$

C Avant de commencer

Le QCM et les exercices proposés dans cette page permettent de faire le point sur le calcul avec les exposants, sur les suites géométriques et sur le calcul de dérivées. L'introduction donne une brève idée de la modélisation en prenant comme exemple la désintégration radioactive illustrée par la méthode de datation au carbone 14.

Voir livre page 264 et le site www.bordas-indice.fr pour les corrigés détaillés.

D Activités

Activité 1 Du discret au continu

Cette activité s'appuie sur l'étude d'une suite géométrique modélisant la croissance d'une population de bactéries, à des intervalles de temps entiers. En utilisant la moyenne géométrique de deux réels, on étend l'étude de la population, pour des intervalles d'une demi-heure, puis d'un quart d'heure. On utilise un tableur pour représenter les différentes suites obtenues. Le tracé suggère l'existence d'une fonction continue. Ce qui permet l'introduction d'une fonction exponentielle.

Fichiers associés sur* www.bordas-indice.fr *et sur le manuel numérique premium :
03_TESL_activite1.ods (OpenOffice),
03_TESL_activite1.xls (Excel 2003),
et 03_TESL_activite1.xlsx (Excel 2007).

1. a. On obtient $u_0 = 1$, $u_1 = 1{,}5$, $u_2 = 2{,}25$ et $u_3 = 3{,}375$.

b. La suite (u_n) est une suite géométrique.

c. La raison de la suite est 1,5 et son premier terme est 1.
Donc pour tout entier naturel $u_n = 1{,}5^n$.

e. Au bout de 2 h 30, le nombre de bactéries est voisin de 3.

2. a. $u_1 \times u_3 = 5{,}0625 = u_2^2$. Les termes de la suite (u_n) sont positifs donc $u_2 = \sqrt{u_1 \times u_3}$.

b. On a $u_n = 1{,}5 \times u_{n-1}$ et $u_{n+1} = 1{,}5 \times u_n$. Donc $u_n^2 = u_{n-1} \times u_{n+1}$ et par suite $u_n = \sqrt{u_{n-1} \times u_{n+1}}$, pour tout entier n supérieur ou égal à 1.

3. a. Toutes les demi-heures, le nombre de bactéries est multiplié par un même facteur k. Donc $N = k \times u_0$ et $u_1 = k \times N$. $N^2 = u_0 \times u_1$. D'où $N = \sqrt{u_0 \times u_1}$.

b. $\sqrt{u_1 \times u_2} \approx 1{,}837$. Ce nombre représente une approximation du nombre de bactéries au bout de 1 h 30.

4. Dans le fichier mis à disposition, choisir l'onglet QUESTION 4.

a. Dans la cellule **D2**, on a écrit la formule :
=RACINE(B2*B3).

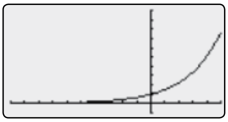
On a choisi un affichage standard pour les colonnes **A**, **B** et **C** dans Format/Cellule/Nombre.
Pour la colonne **D**, on a choisi un affichage à quatre décimales.
Sur le graphique, les points bleus représentent la série $(n\ ;\ u_n)$.
Les points rouges représentent la série constituée des colonnes **C** et **D**.

b. Pour 2,5, c'est à dire au bout de 2 h 30, le nombre de bactéries est voisin de 2,756. Ce résultat est cohérent avec celui trouvé dans la question **1. e.**

5. Dans le fichier choisir l'onglet QUESTION 5.
Le graphique de la question **4. a.** été complété par les triangles jaunes représentant les colonnes **C** et **D**.

a. Au bout de 1 h 15 (1,25 h), le nombre de bactéries est voisin de 1,66. Au bout de 3 h 45 (3,75), le nombre de bactéries est voisin de 4,5745.

b. Voici le tracé obtenu avec une calculatrice :



Activité 2 Des courbes à choisir

Il s'agit, ici, de conjecturer le sens de variation des fonctions $x \mapsto q^x$ à partir de la représentation graphique donnée ou obtenue sur une calculatrice de plusieurs de ces fonctions.

1. a. On obtient $f(1) = 2$, $g(1) = 0{,}8$, $h(1) = 3$ et $k(1) = 0{,}4$.

b. On a $k(1) < g(1) < f(1) < h(1)$. On en déduit la position des courbes.