



Math93.com

Devoir Surveillé n°2A

Terminale ES
Continuité et Convexité
Durée 1 heure - Coeff. 5
Noté sur 20 points

Exercice 1. Tableau de variations

3 points

On donne les variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3; 1]$.

x	-3	-1	0	1
Variations de f	-10	-5	-20	4

Diagram showing the variations of the function f on the interval $[-3; 1]$. The function starts at $x = -3$ with a value of -10 , increases to a local maximum at $x = -1$ with a value of -5 , then decreases to a local minimum at $x = 0$ with a value of -20 , and finally increases to $x = 1$ with a value of 4 .

- Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[-3; 1]$.
- En déduire le signe de f sur son intervalle de définition.

Exercice 2. Courbe de la fonction et équation

10 points

Partie A (8 points)

On considère la fonction g définie sur $[1; 11]$ par :

$$g : \begin{cases} [1; 11] & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto g(x) = -\frac{x^3}{3} + 3x^2 + 27x + 1 \end{cases}$$

- Montrer que g est dérivable et que sa dérivée est définie sur $[1; 11]$ par :

$$g'(x) = -x^2 + 6x + 27$$

- Étudier le signe de la dérivée sur $[1; 11]$.
- En déduire les variations de g sur $[1; 11]$. On fera clairement figurer les images par g des bornes de l'intervalle d'étude et des racines de g' .
- Approximation de la solution de l'équation $g(x) = 150$.**
 - Montrer que l'équation $g(x) = 150$ admet une unique solution α sur l'intervalle de définition. Donner un intervalle contenant α sur lequel la fonction est monotone.
 - Avec la calculatrice, donner une valeur approchée de α au centième.

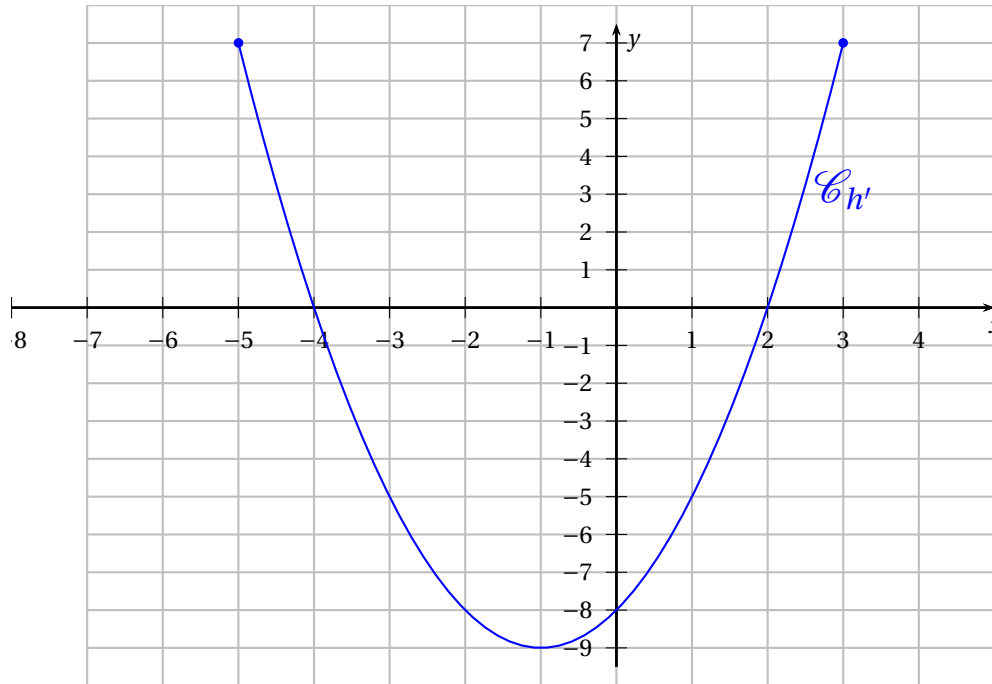
Partie B (2 points)

Une usine fabrique et commercialise des toboggans. Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 100 et 1 100. On suppose que toute la production est commercialisée. Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x centaines de toboggans est modélisé sur l'intervalle $[1; 11]$ par la fonction g . En utilisant la partie A, répondre aux questions suivantes :

- Déterminer le nombre de toboggans que l'usine doit produire pour obtenir un bénéfice maximal et donner ce bénéfice, arrondi à l'euro.
- Calculer la production permettant d'obtenir un bénéfice supérieur ou égal à 150 000 euros.

Exercice 3. Courbe de la dérivée

7 points



On a ci-dessus construit la courbe représentative de la fonction h' , la dérivée d'une fonction h , définie et dérivable sur l'intervalle $[-5; 3]$.

1. D'après le graphique, dresser le tableau de signe de $h'(x)$ et le tableau de variation de h sur l'intervalle $[-5; 3]$.
2. La fonction h est en fait la fonction :

$$h: \begin{cases} [-5; 3] & \rightarrow \mathbb{R} \\ x & \mapsto h(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 8x + 1 \end{cases}$$

2. a. Déterminer la dérivée de h sur $[-5; 3]$ puis étudier son signe sur cet intervalle.
2. b. En déduire les variations de h sur $[-5; 3]$. On fera clairement figurer les images par h des bornes de l'intervalle d'étude et des racines de h' .
2. c. Vérifiez que ces résultats sont cohérents avec ceux de la question (1.)
3. **Approximation de la solution de l'équation $h(x) = 5$.**
3. a. Montrer que l'équation $h(x) = 5$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-5; 3]$. Donner un intervalle contenant α sur lequel la fonction est monotone.
3. b. Donner une valeur approchée de α au centième.

∞ Fin du devoir ∞

Bonus

Déterminer le nombre de solutions de l'équation $x^3 - 3x^2 = -2$ sur \mathbb{R} et une approximation de ces dernières au centième.