



Math93.com

Devoir Surveillé n°1

TES Spé Maths

Matrices

Durée 1 heure - Coeff. 5

Noté sur 21 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. Puissances et inverse

7 points

Soit $A = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

1. Méthode 1.

En utilisant la définition (et sans utiliser la calculatrice), déterminer la matrice inverse de A .

2. Méthode 2

2. a. Calculer A^2 .

2. b. En déduire sans calcul l'inverse de la matrice A .

2. c. Exprimer sans calcul A^3 et A^4 en fonction de A ou I_2 .

Exercice 2. Cout de fabrication

7 points

Une entreprise fabrique et vend une quantité x d'objets (exprimée en milliers). Le coût de fabrication, exprimé en milliers d'euros, de x milliers d'objets est donné par $C(x) = ax^2 + bx + c$, où a , b et c sont des coefficients à déterminer.

On sait que le coût de fabrication de 4 milliers d'objets est de 80 milliers d'euros, que celui de 10 milliers d'objets est de 140 milliers d'euros, et que celui de 20 milliers d'objets est de 400 milliers d'euros.

1. Montrer que les informations sur C peuvent se traduire sous la forme d'un système de 3 équations à trois inconnues de la forme :

$$\begin{cases} 16a + 4b + c = 80 \\ 100a + 10b + c = 140 \\ 400a + 20b + c = 400 \end{cases}$$

2. Montrer que le système obtenu s'écrit aussi :

$$AX = B, \text{ où } X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } A \text{ et } B \text{ sont deux matrices à préciser.}$$

3. A l'aide d'un calcul matriciel et la calculatrice, déterminer a , b , c et donner l'expression de $C(x)$.

4. En déduire le coût de fabrication de 30 milliers d'objets.

Exercice 3. Des planches de surf

7 points

Un constructeur de planches de surf fabrique 3 modèles. La conception de chaque modèle nécessite le passage par 3 postes de travail.

Le **tableau 1** indique le nombre d'heures nécessaires par modèle et par poste pour réaliser les planches.

Tableau 1			
	Poste 1	Poste 2	Poste 3
Modèle 1	8 h	10 h	14 h
Modèle 2	6 h	6 h	10 h
Modèle 3	12 h	10 h	18 h

Le **tableau 2** indique le coût horaire par poste de travail.

Tableau 2	
Poste 1	25 €/h
Poste 2	20 €/h
Poste 3	15 €/h

1. Soit H et C les deux : matrices suivantes : $H = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 14 \\ 6 & 6 & 10 \\ 12 & 10 & 18 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 25 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix}$.

1. a. Donner la matrice produit $P = H \times C$.

1. b. Que représentent les coefficients de la matrice $P = H \times C$?

2. Après une étude de marché, le fabricant souhaite que les prix de revient par modèle soient les suivants :

- Modèle 1 : 500 €
- Modèle 2 : 350 €
- Modèle 3 : 650 €.

Il cherche à déterminer les nouveaux coûts horaires par poste, notés a , b et c , permettant d'obtenir ces prix de revient.

2. a. Montrer que les réels a , b et c doivent être solutions du système : $H \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix}$.

2. b. Déterminer les réels a , b et c .

🎀 Fin du devoir 🎀

 **Question Bonus**

Déterminer f , une fonction polynôme du second degré telle que $f(1) = -6$, $f(-2) = -2$ et dont la dérivée f' est telle que $f'(3) = -9$.