



Math93.com

TD n°1 - Terminale ES/L

La Fonction Logarithme

Les suites, c'est ma passion !

En reprenant la rédaction type proposée dans la fiche de cours, résoudre dans \mathbb{N} les inéquations suivantes.

Exercice 1. Suite (c_n)

Suite (c_n) la suite définie pour tout entier n par :

$$c_n = 500 \times 1,05^n + 100$$

- Déterminer la limite de la suite (c_n) .
- A l'aide de la calculatrice, résoudre dans \mathbb{N} l'inéquation : $c_n > 5000$.
- Résoudre l'inéquation de la question précédente par le calcul.

Réponses

$$(2.) \lim_{n \rightarrow +\infty} c_n = +\infty \quad (3.) n \geq 47.$$

Exercice 2. Suite (b_n)

Suite (b_n) la suite définie pour tout entier n par :

$$b_n = -7 \times 0,6^n + 5$$

- Déterminer la limite de la suite (b_n) .
- A l'aide de la calculatrice, résoudre dans \mathbb{N} l'inéquation : $b_n > 4,99$.
- Résoudre l'inéquation de la question précédente par le calcul.

Réponses

$$(2.) \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 5 \quad (3.) n \geq 13.$$

Exercice 3. Suite (a_n)

Suite (a_n) la suite définie pour tout entier n par :

$$a_n = 10 \times 0,9^n - 2$$

- Montrer que la suite (a_n) est décroissante.
Aide : Montrer que pour tout entier n on a : $(a_{n+1} - a_n) = -(0,9^n)$.
- Déterminer la limite de la suite (a_n) .
- A l'aide de la calculatrice, résoudre dans \mathbb{N} l'inéquation : $a_n < -1,99$.
- Résoudre l'inéquation de la question précédente par le calcul.

Réponses

$$(2.) \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -2 \quad (4.) a_n < -1,99 \iff n \geq 66.$$

Étude des variations de fonctions

A l'aide de la méthode proposée dans la fiche de cours, traiter les exercices suivants.

Exercice 4. Une fonction (que l'on retrouvera !)

Soit f la fonction définie sur $]0; 10]$ par :

$$f : \begin{cases}]0; 10] & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto f(x) = x \ln x - x \end{cases}$$

1. Montrer que la dérivée de f sur $]0; 10]$ est :

$$f'(x) = \ln x$$

2. Étudier les variations de f sur $]0; 10]$.
 3. Construire alors le tableau de variations de f sur $]0; 10]$ (on précisera les valeurs aux bornes si possible).

Réponses

f est décroissante sur $]0; 1]$ et croissante sur $[1; 10]$

Exercice 5. Une fonction g

Soit g la fonction définie sur $]0; 10]$ par :

$$g : \begin{cases}]0; 10] & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto g(x) = x^2 \ln x + 1 \end{cases}$$

1. Montrer que la dérivée de g sur $]0; 10]$ est :

$$g'(x) = x(2 \ln x + 1)$$

2. Étudier les variations de g sur $]0; 10]$.
 3. Construire alors le tableau de variations de g sur $]0; 10]$ (on précisera les valeurs aux bornes si possible).

Réponses

g est décroissante sur $]0; e^{-\frac{1}{2}}]$ et croissante sur $[e^{-\frac{1}{2}}; 10]$.

Exercice 6. Une fonction h

Soit h la fonction définie sur $[1; 10]$ par :

$$h : \begin{cases} [1; 10] & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto h(x) = \frac{\ln x}{x} \end{cases}$$

1. Montrer que la dérivée de h sur $[1; 10]$ est :

$$h'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

2. Étudier les variations de h sur $[1; 10]$.
 3. Construire alors le tableau de variations de h sur $[1; 10]$ (on précisera les valeurs aux bornes si possible).

Réponses

h est croissante sur $[1; e]$ et décroissante sur $[e; 10]$