Math93.com

DM - Terminale S

Fonctions

Exercice 1. Triangles isocèles à périmètre constant

Exercice 65 page 154. Math'X Term S Didier (éd.2016)

Exercice 2. Une fonction à paramètre

Partie A

Pour tout réel $m > 0$, on définit sur $[0\ ;\ +\infty[$ la fonction f_m par :

$$f_m(x) = 3x^4 - 6mx^3 + 1$$

Le but de cette partie est de déterminer le nombre de solutions dans $[0\ ;\ +\infty[$ de l'équation $f_m(x) = 0$, suivant les valeurs de m.

1. Sur Geogebra, définir un curseur m allant de 0,01 à 10. Construire la courbe représentative $\mathscr{C}_m$ de la fonction f_m. Émettre une conjecture sur le nombre de solutions de l'équation $f_m(x) = 0$ suivant les valeurs de m.

2. Justifier avec soin et rigueur toutes les informations données dans le tableau de variation ci-dessous :

x	0		$\frac{3m}{2}$	$2m$	$+\infty$
Signe de $f'_m(x)$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f_m	1 ↘		$f_m\left(\frac{3m}{2}\right)$	↗ 1	↗

3. Vérifier que pour tout réel $m > 0$,

$$f_m\left(\frac{3m}{2}\right) = \left(1 + \frac{9m^2}{4}\right)\left(1 + \frac{3m}{2}\right)\left(1 - \frac{3m}{2}\right)$$

En déduire le signe de cette expression suivant les valeurs de m.

4. Justifier alors que lorsque $m > \frac{2}{3}$, l'équation $f_m(x) = 0$ a exactement deux solutions dans $[0\ ;\ +\infty[$.

5. Qu'en est-il lorsque $m = \frac{2}{3}$? lorsque $m < \frac{2}{3}$?

Partie B

Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction g définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ dans un repère orthonormé du plan par :

$$g(x) = \frac{1}{x\sqrt{3}}$$

Pour tout réel $r > 0$, on note Γ le cercle de centre $\Omega(r\ ;\ 0)$ et de rayon r dans ce même repère.
Déterminer suivant les valeurs du réel r le nombre de points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de Γ.

Fin du devoir