Math93.com

Interrogation n°1

TS

Suites et limites

Durée 55 min - Coeff. 4

Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. — 9 points

Calculer la limite des suites définie sur $\mathbb{N}^*$ par :

1. $a_n = \left(\dfrac{1}{n} - 2\right)\left(3 + \sqrt{n}\right)$
2. $b_n = \dfrac{n^2 - 3n}{n^3 - n}$
3. $c_n = n - \sqrt{n}$
4. $d_n = \sqrt{n^2 + 1}$
5. $e_n = n(-1)^n + n^2$
6. $f_n = \dfrac{n + \sin n}{n - \sin n}$
7. $g_n = \dfrac{2^n - 3^n}{3^n - 1}$

Exercice 2. — 4 points

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

1. Montrer que pour $n \geq 1$ on a :

$$0 \leq u_n \leq \frac{1}{2\sqrt{n}}$$

2. En déduire la limite de la suite (u_n).

Exercice 3. — 3.5 points

Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$v_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(\sin 2k)^k}{n^2}$$

1. Déterminer un encadrement de v_n.
2. Déterminer alors la limite de la suite (v_n).

Exercice 4. — 3.5 points

Soit (s_n) la suite définie pour n entier, $n > 0$ par :

$$s_n = \sum_{k=0}^{n} \left(-\frac{4}{5}\right)^k$$

Montrer que (s_n) est convergente et déterminer sa limite.

Fin du devoir

Question Bonus

Soit (u_n) la suite définie pour n entier, $n \geq 2$ par :

$$u_n = \frac{n^2}{n!}$$

Montrer que (u_n) converge. *On rappel que pour $n > 0$ on a $n! = 1 \times 2 \times n$ et $0! = 1$.*