Math93.com

TD 1 - Terminale S

Échantillonnage et estimation

Les exercices suivants dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont corrigés intégralement en fin du présent TD. Les autres présentent des éléments de réponses et un lien vers une correction détaillée sur www.math93.com

Première partie

Intervalle de fluctuation asymptotique : Prise de décision

Exercice 1. D'après Bac S - Antilles Mai 2018 (c)

L'exploitant d'une forêt communale affirme que la densité de sapins dans cette forêt communale est de 1 sapin pour 2 arbres.

Sur une parcelle, on a compté 106 sapins dans un échantillon de 200 arbres.
Ce résultat remet-il en cause l'affirmation de l'exploitant ?

Exercice 2. D'après Bac S - Nouvelle calédonie, mars 2017 (c)

Des étudiants d'une université se préparent à passer un examen pour lequel quatre thèmes (A, B, C et D) sont au programme.
Sur les 34 sujets de l'examen déjà posés, 22 portaient sur le thème A.
Peut-on rejeter au seuil de 95 % l'affirmation suivante : « il y a une chance sur deux que le thème A soit évalué le jour de l'examen » ?

Exercice 3. D'après Bac ES - Nouvelle calédonie, mars 2017

À l'occasion de la fête des Mères, un fleuriste décide de proposer à ses clients plusieurs types de bouquets spéciaux.

En se basant sur les ventes réalisées l'année précédente, ce fleuriste suppose que 85 % de ses clients viendront ce jour-là acheter un des bouquets pour la fête des Mères.
Quelques semaines avant de préparer ses commandes, il décide de vérifier son hypothèse en envoyant un questionnaire à 75 de ses clients, ces derniers étant supposés représentatifs de l'ensemble de sa clientèle.
Les réponses reçues montrent que, parmi les 75 clients interrogés, 16 déclarent qu'ils ne lui achèteront pas de bouquet pour la fête des Mères. Le fleuriste doit-il rejeter son hypothèse ?

> **Réponses**
> $I_{75} \approx [0,76\ ;\ 0,94]$ *et* $f \approx 0,79 \in I_{75}$.
> *Le corrigé complet sur www.math93.com.*

Exercice 4. Dans un cabinet d'assurance (c)

Dans un cabinet d'assurance, une étude est réalisée sur la fréquence des sinistres déclarés par les clients ainsi que leur coût. Une enquête affirme que 20 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année. Un expert indépendant interroge un échantillon de 200 clients choisis au hasard dans l'ensemble des clients du cabinet d'assurance.
L'expert constate que 28 clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année. Déterminer, en justifiant, si l'affirmation du cabinet d'assurance : « 20 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année » peut être validée par l'expert.

Deuxième partie

Intervalle de confiance

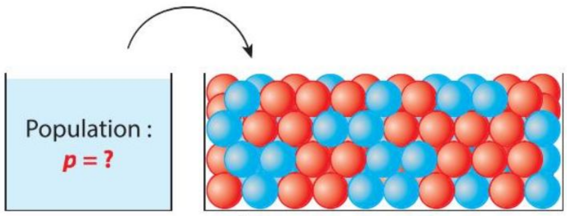
Exercice 5. Intervalle de confiance et précision (c)

ÉNONCÉ

Dans une urne contenant des boules rouges et bleues en proportions inconnues, on effectue des tirages au hasard avec remise.

1. Après avoir effectué 100 tirages, on compte 52 boules rouges et 48 boules bleues. Donner un intervalle de confiance à 95 % de la proportion p de boules rouges dans l'urne.

2. Combien faudrait-il, au minimum, effectuer de tirages pour obtenir un intervalle de confiance à 95 % de longueur inférieure ou égale à 0,02 (c'est-à-dire une précision d'au moins 0,02) ?



Échantillon de taille $n = 100$:
$f = 0{,}52$

Exercice 6. Intervalle de confiance et rayon (c)

On veut estimer la proportion p de personnes immunisées contre un certain virus parmi la population d'une ville. On prélève un échantillon aléatoire de 500 personnes parmi cette population. La population est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage au hasard avec remise.

1. Après analyses, on dénombre 241 personnes immunisées contre ce virus, parmi les 500 de l'échantillon. Donner un intervalle de confiance de la proportion de personnes immunisées contre ce virus parmi la population de la ville, avec un niveau de confiance de 95 %.

2. Quelle est la taille minimale de l'échantillon qui aurait permis d'obtenir un intervalle de confiance à 95 % de rayon inférieur ou égal à 0,01 ?

Exercice 7. Intervalle de confiance et représentation (c)

Pour comparer les cotes de popularité de trois personnalités politiques, un journal a réalisé un sondage auprès de 1 320 personnes. Dans ce sondage :

- 27 % ont voté pour X ;
- 38,5 % ont voté pour Y ;
- 34,5 % ont voté pour Z.

1. Estimer par un intervalle de confiance la cote de popularité de X, Y et Z au niveau de confiance de 95% dans la population française.
2. Un classement peut-il être publié ?
3. Avec ces même taux, pour quelle taille du sondage, un classement aurait été statistiquement fondé au niveau de confiance de 95% ?

Troisième partie
Compléments et problèmes

Exercice 8. Intervalles de confiance et de fluctuation : TS Métropole Septembre 2017 (c)

Tous les résultats demandés seront arrondis au millième
Une étude est effectuée sur une population d'hommes âgés de 35 à 40 ans sur le taux de cholestérol.
Un laboratoire qui produit un médicament annonce que 30 % des patients qui l'utilisent présentent des effets secondaires.
Afin de tester cette hypothèse, un cardiologue sélectionne de manière aléatoire 100 patients traités avec ce médicament.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de patients suivant ce traitement et présentant des effets secondaires.
2. L'étude réalisée auprès des 100 patients a dénombré 37 personnes présentant des effets secondaires.

   Que peut-on en conclure ?
3. Pour estimer la proportion d'utilisateurs de ce médicament présentant des effets secondaires, un organisme indépendant réalise une étude basée sur un intervalle de confiance au niveau de confiance 95 %.

   Cette étude aboutit à une fréquence observée de 37 % de patients présentant des effets secondaires, et à un intervalle de confiance qui ne contient pas la fréquence 30 %.

   Quel est l'effectif minimal de l'échantillon de cette étude ?

Exercice 9. Bac S Antilles, septembre 2019 (c)

Depuis plusieurs années, les associations distribuant des produits frais à leurs adhérents se développent dans tout le pays et connaissent un succès grandissant.
Lors d'une émission de radio consacrée à ce sujet, un journaliste annonce que 88% des adhérents de ces associations sont satisfaits.
Un auditeur intervient dans l'émission pour contester le pourcentage avancé par le journaliste.
A l'appui de son propos, l'auditeur déclare avoir réalisé un sondage auprès de 120 adhérents de ces associations et avoir constaté que, parmi eux, seuls 100 ont indiqué être satisfaits.
La contestation de l'auditeur est-elle fondée ?

Quatrième partie
Corrections : Intervalles de fluctuation asymptotique

Correction de l'exercice 1 : TS- Antilles mai 2018

L'exploitant affirme que la densité de sapins dans cette forêt communale est de 1 sapin pour 2 arbres. Sur une parcelle, on a compté 106 sapins dans un échantillon de 200 arbres. Ce résultat remet-il en cause l'affirmation de l'exploitant ?

- **Analyse des données** :
  - « Sur un échantillon de $n = 200$ arbres. Il est constaté que 106 d'entre eux sont de type sapin. ». Donc la fréquence observée d'arbres de type sapin est

$$f = 106 \div 200 = 0{,}53 \text{ soit } \underline{f = 0{,}53}$$

  - On veut tester l'hypothèse : « la proportion d' arbres de type sapin est $\underline{p = 50\%}$ ».

- **Intervalle de fluctuation** : d'application du théorème : On a pour le cas étudié, $n = 200$, $p = 50$ %. Vérifions les conditions

$$\begin{cases} \checkmark & n = 200 \geqslant 30 \\ \checkmark & np = 200 \times 0{,}5 = 100 \geqslant 5 \\ \checkmark & n(1-p) = 200 \times 0{,}5 = 100 \geqslant 5 \end{cases}$$

Un intervalle fluctuation asymptotique au seuil de confiance de 95% de la fréquence f dans un échantillon de taille $n = 200$: est alors :

$$I_n = \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\ ;\ p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right] = \left[0{,}5 - 1,96\ \frac{\sqrt{0{,}5 \times 0{,}5}}{\sqrt{200}}\ ;\ 0{,}5 + 1,96\ \frac{\sqrt{0{,}5 \times 0{,}5}}{\sqrt{200}}\right]$$

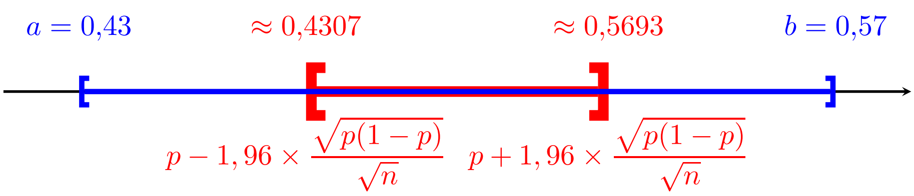
Soit puisque les borne sont :

- $p - 1,96\ \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0{,}4307$. On arrondit la borne inférieure par défaut à 10^{-3} près soit $\underline{0{,}43}$.
- $p + 1,96\ \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0{,}5693$. On arrondit la borne supérieure par excès à 10^{-3} près soit $\underline{0{,}57}$.

$$\boxed{I_{200} \approx [0{,}43\ ;\ \ 0{,}57]}$$

- **Conclusion**
La fréquence observée appartient à l'intervalle, $f = 0{,}53 \in I$ donc le résultat du contrôle ne remet pas en question l'hypothèse, au seuil de 95%.

- Remarque
Il faut toujours proposer un intervalle en valeurs approchées qui contient l'intervalle en valeurs exactes.



Correction de l'exercice 2 : TS- Nvlle Calédonie, Mars 2017

Des étudiants d'une université se préparent à passer un examen pour lequel quatre thèmes (A, B, C et D) sont au programme.

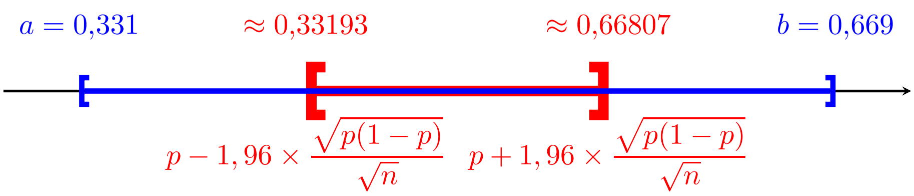
Sur les 34 sujets de l'examen déjà posés, 22 portaient sur le thème A. Peut-on rejeter au seuil de 95 % l'affirmation suivante : « *il y a une chance sur deux que le thème A soit évalué le jour de l'examen* » ?

- **Analyse des données** :
  - « Sur un échantillon de $n = 34$ sujets d'examen. Il est constaté que 22 d'entre eux sont du thème A. ». Donc la fréquence observée sujets d'examen du thème A est
  $$f = 22 \div 34 \approx 0{,}647058823 \text{ soit } \underline{f = 0{,}647}$$
  - On veut tester l'hypothèse : « la proportion de sujets d'examen du thème A est $\underline{p = 50\%}$ ».

- **Intervalle de fluctuation** : On a pour le cas étudié, $n = 34$, $p = 50$ %. Vérifions les conditions d'application du théorème :
$$\begin{cases} \checkmark & n = 34 \geqslant 30 \\ \checkmark & np = 34 \times 0{,}5 = 17 \geqslant 5 \\ \checkmark & n(1-p) = 34 \times 0{,}5 = 17 \geqslant 5 \end{cases}$$
Un intervalle fluctuation asymptotique au seuil de confiance de 95% de la fréquence f dans un échantillon de taille $n = 34$: est alors :
$$I_n = \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \; ; \; p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right] = \left[0{,}5 - 1,96\ \frac{\sqrt{0{,}5 \times 0{,}5}}{\sqrt{34}} \; ; \; 0{,}5 + 1,96\ \frac{\sqrt{0{,}5 \times 0{,}5}}{\sqrt{34}}\right]$$
Soit puisque les borne sont :
  - $p - 1,96\ \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0{,}33193$. On arrondit la borne inférieure par défaut à 10^{-3} près soit $\underline{0{,}331}$.
  - $p + 1,96\ \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0{,}66807$. On arrondit la borne supérieure par excès à 10^{-3} près soit $\underline{0{,}669}$.
$$\boxed{I_{34} \approx [0{,}331 \; ; \; 0{,}669]}$$

- **Conclusion**
La fréquence observée appartient à l'intervalle, $f = 0{,}647 \in I$ donc le résultat du contrôle ne remet pas en question l'hypothèse, au seuil de 95%.

- Remarque
Il faut toujours proposer un intervalle en valeurs approchées qui contient l'intervalle en valeurs exactes.



Correction de l'exercice 4 : Dans un cabinet d'assurance

Dans un cabinet d'assurance, une étude est réalisée sur la fréquence des sinistres déclarés par les clients ainsi que leur coût. Une enquête affirme que 20 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année. Un expert indépendant interroge un échantillon de 200 clients choisis au hasard dans l'ensemble des clients du cabinet d'assurance.
L'expert constate que 28 clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année. Déterminer, en justifiant, si l'affirmation du cabinet d'assurance : « 20 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année » peut être validée par l'expert.

- **Analyse des données** :
  - « Sur un échantillon de $n = 200$ clients. Il est constaté que 28 d'entre eux ont déclaré un sinistre. ». Donc la fréquence observée clients qui ont déclaré un sinistre est

$$f = 28 \div 200 = 0{,}14 \text{ soit } \underline{f = 0{,}14}$$

  - On veut tester l'hypothèse : « la proportion de clients qui ont déclaré un sinistre est $\underline{p = 20\%}$ ».

- **Intervalle de fluctuation** :
On a pour le cas étudié, $n = 200$, $p = 20$ %. Vérifions les conditions d'application du théorème :

$$\begin{cases} \checkmark & n = 200 \geqslant 30 \\ \checkmark & np = 200 \times 0{,}2 = 40 \geqslant 5 \\ \checkmark & n(1-p) = 200 \times 0{,}8 = 160 \geqslant 5 \end{cases}$$

Un intervalle fluctuation asymptotique au seuil de confiance de 95% de la fréquence f dans un échantillon de taille $n = 200$: est alors :

$$I_n = \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \; ; \; p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right] = \left[0{,}2 - 1,96\ \frac{\sqrt{0{,}2 \times 0{,}8}}{\sqrt{200}} \; ; \; 0{,}2 + 1,96\ \frac{\sqrt{0{,}2 \times 0{,}8}}{\sqrt{200}} \right]$$

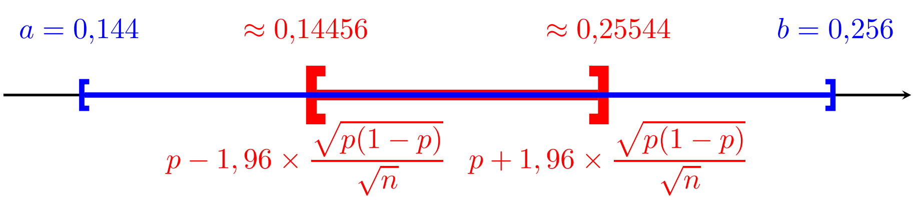
Soit puisque les borne sont :

  - $p - 1,96\ \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0{,}14456$. On arrondit la borne inférieure par défaut à 10^{-3} près soit $\underline{0{,}144}$.
  - $p + 1,96\ \dfrac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \approx 0{,}25544$. On arrondit la borne supérieure par excès à 10^{-3} près soit $\underline{0{,}256}$.

$$\boxed{I_{200} \approx [0{,}144 \; ; \; 0{,}256]}$$

- **Conclusion**
La fréquence observée $f = 0{,}14$ n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation asymptotique I_{200}, donc le résultat du contrôle remet en question l'hypothèse, avec un risque d'erreur de 5%.

- <u>Remarque</u>
Il faut toujours proposer un intervalle en valeurs approchées qui contient l'intervalle en valeurs exactes.



Cinquième partie

Corrections : Intervalles de confiance

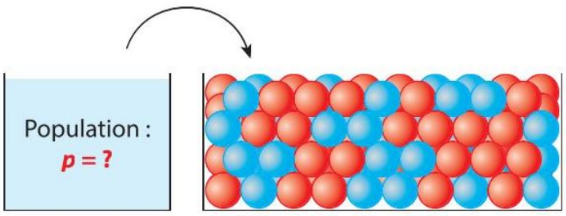
Correction de l'exercice 5 : Intervalle de confiance et précision

ÉNONCÉ

Dans une urne contenant des boules rouges et bleues en proportions inconnues, on effectue des tirages au hasard avec remise.

1. Après avoir effectué 100 tirages, on compte 52 boules rouges et 48 boules bleues. Donner un intervalle de confiance à 95 % de la proportion p de boules rouges dans l'urne.

2. Combien faudrait-il, au minimum, effectuer de tirages pour obtenir un intervalle de confiance à 95 % de longueur inférieure ou égale à 0,02 (c'est-à-dire une précision d'au moins 0,02) ?



Échantillon de taille $n = 100$:
$f = 0,52$

Les conditions sont vérifiées puisque : $\begin{cases} n = 100 \geqslant 30 \\ nf = 52 \geqslant 5 \\ n(1-f) = 48 \geqslant 5 \end{cases}$.

1. Avec $n = 100$ et $f = 0,52$, on a $f - \dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0,42$ et $f + \dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0,62$.

Un intervalle de confiance à 95 % de la proportion p de boules rouges dans l'urne est : [0,42 ; 0,62].

2. On cherche le plus petit entier naturel n tel que $\dfrac{2}{\sqrt{n}} \leqslant 0,02$. Or $\dfrac{2}{\sqrt{n}} \leqslant 0,02 \Leftrightarrow \sqrt{n} \geqslant 10^2 \Leftrightarrow n \geqslant 10^4$.

En prélevant au moins 10 000 boules, on obtient un intervalle de confiance à 95 % à la précision 0,02.

Correction de l'exercice 6 : Intervalle de confiance et rayon

On veut estimer la proportion p de personnes immunisées contre un certain virus parmi la population d'une ville. On prélève un échantillon aléatoire de 500 personnes parmi cette population. La population est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage au hasard avec remise.

1. Après analyses, on dénombre 241 personnes immunisées contre ce virus, parmi les 500 de l'échantillon. Donner un intervalle de confiance de la proportion de personnes immunisées contre ce virus parmi la population de la ville, avec un niveau de confiance de 95 %.

2. Quelle est la taille minimale de l'échantillon qui aurait permis d'obtenir un intervalle de confiance à 95 % de rayon inférieur ou égal à 0,01 ?

1. $f = 241/500 = 0,482$.

$$J = \left[0,482 - \frac{1}{\sqrt{500}} ; 0,482 + \frac{1}{\sqrt{500}}\right]$$
$$= [0,437 ; 0,527].$$

2. Le rayon, en fonction de n, est : $r_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$

$r_n \leqslant 0,01 \Leftrightarrow n \geqslant 100^2$, soit $n \geqslant 10\,000$.

Correction de l'exercice 7 : Intervalle de confiance et représentation

1. Les fréquences des votes favorables à X, Y et Z fournies par le sondage aléatoire portant sur 1 320 personnes sont respectivement :

$f_1 = 0{,}27$ $\quad f_2 = 0{,}385$ $\quad f_3 = 0{,}345$.

Les intervalles de confiance des cotes de popularité de X, Y et Z, au niveau de confiance de 95 %, sont alors :

$$\mathrm{I}_1 = \left[0{,}27 - \frac{1}{\sqrt{1\,320}}\,;\,0{,}27 + \frac{1}{\sqrt{1\,320}}\right] = [0{,}242\,;\,0{,}298]$$

$$\mathrm{I}_2 = \left[0{,}385 - \frac{1}{\sqrt{1\,320}}\,;\,0{,}385 + \frac{1}{\sqrt{1\,320}}\right] = [0{,}357\,;\,0{,}413]$$

$$\mathrm{I}_3 = \left[0{,}345 - \frac{1}{\sqrt{1\,320}}\,;\,0{,}345 + \frac{1}{\sqrt{1\,320}}\right] = [0{,}317\,;\,0{,}373].$$

Le journal, au vu de ces intervalles de confiance, ne peut pas publier un classement des trois personnalités.

Tout au plus, pourrait-il publier que X est distancé par Y et par Z, au niveau de confiance de 95 %, mais sans pouvoir départager Y et Z, puisque les intervalles I_2 et I_3 ne sont pas disjoints.

2. Avec ces mêmes taux et une taille n de sondage au moins égale à 1 320, il suffit de choisir n tel que

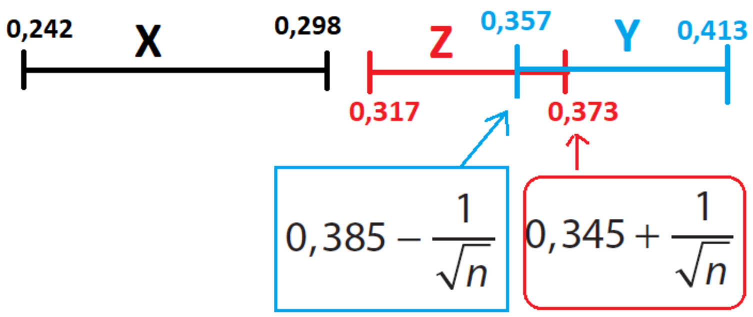
$$\boxed{\mathrm{I}'_2 = \left[0{,}385 - \frac{1}{\sqrt{n}}\,;\,0{,}385 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]} \text{ et}$$

$$\boxed{\mathrm{I}'_3 = \left[0{,}345 - \frac{1}{\sqrt{n}}\,;\,0{,}345 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]} \text{ soient disjoints.}$$

Pour cela, il suffit de prendre n tel que

$$\boxed{0{,}345 + \frac{1}{\sqrt{n}}} < \boxed{0{,}385 - \frac{1}{\sqrt{n}}} \text{ soit } \frac{2}{\sqrt{n}} < 0{,}04 \text{ soit } \sqrt{n} > 50$$

ou $n > 2\,500$.



Sixième partie

Corrections : Compléments

Correction de l'exercice 8 : TS Métropole Septembre 2017

Tous les résultats demandés seront arrondis au millième
Une étude est effectuée sur une population d'hommes âgés de 35 à 40 ans sur le taux de cholestérol. Un laboratoire qui produit un médicament annonce que 30 % des patients qui l'utilisent présentent des effets secondaires. Afin de tester cette hypothèse, un cardiologue sélectionne de manière aléatoire 100 *patients traités avec ce médicament.*

1. **Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de patients suivant ce traitement et présentant des effets secondaires.**
$n = 100 \geqslant 30$; $p = 30\,\% = 0,3$ donc $np = 100 \times 0,3 = 30 \geqslant 5$ et $n(1-p) = 100 \times 0,7 = 70 \geqslant 5$.
Les conditions sont vérifiées donc on peut déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de patients suivant ce traitement et présentant des effets secondaires :

$$I = \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\ ;\ p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,3 - 1,96\frac{\sqrt{0,3\times 0,7}}{\sqrt{100}}\ ;\ 0,3 + 1,96\frac{\sqrt{0,3\times 0,7}}{\sqrt{100}}\right]$$

Donc

$$\boxed{I \approx [0,210\ ;\ 0,390]}$$

2. **L'étude réalisée auprès des 100 patients a dénombré 37 personnes présentant des effets secondaires. Que peut-on en conclure ?**
$f = \dfrac{37}{100} = 0,37 \in I$ donc, au risque de 5 %, on peut dire que l'échantillon étudié ne contredit pas l'annonce du laboratoire.

3. **Pour estimer la proportion d'utilisateurs de ce médicament présentant des effets secondaires, un organisme indépendant réalise une étude basée sur un intervalle de confiance au niveau de confiance 95 %. Cette étude aboutit à une fréquence observée de 37 % de patients présentant des effets secondaires, et à un intervalle de confiance qui ne contient pas la fréquence 30 %. Quel est l'effectif minimal de l'échantillon de cette étude ?**

Un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % d'une fréquence f dans un échantillon de taille n est $\left[f - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ f + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$.

Il s'agit donc de trouver la plus petite valeur de n telle que $0,3 \notin \left[0,37 - \dfrac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ 0,37 + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$ donc telle que $0,3 < 0,37 - \dfrac{1}{\sqrt{n}}$; on résout cette inéquation :

$$0,3 < 0,37 - \frac{1}{\sqrt{n}} \iff \frac{1}{\sqrt{n}} < 0,07 \iff \sqrt{n} > \frac{1}{0,07} \iff n > \left(\frac{1}{0,07}\right)^2$$

$\left(\dfrac{1}{0,07}\right)^2 \approx 204,1$ donc il faut un échantillon d'au moins 205 personnes pour cette étude.

Correction de l'exercice 9 : Antilles septembre 2019

Depuis plusieurs années, les associations distribuant des produits frais à leurs adhérents se développent dans tout le pays et connaissent un succès grandissant.
Lors d'une émission de radio consacrée à ce sujet, un journaliste annonce que 88 % des adhérents de ces associations sont satisfaits ; la proportion d'adhérents satisfaits est donc supposée être de $p = 0,88$.
Un auditeur intervient dans l'émission pour contester le pourcentage avancé par le journaliste. à l'appui de son propos, l'auditeur déclare avoir réalisé un sondage auprès de 120 adhérents de ces associations et avoir constaté que, parmi eux, seuls 100 ont indiqué être satisfaits.
La contestation de l'auditeur est-elle fondée ?

On va teste l'hypothèse $p = 0,88$ sur un échantillon de taille $n = 120$.

$n = 120 \geqslant 30$, $np = 105,6 \geqslant 5$ et $n(1-p) = 14,4$ donc on peut utiliser un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

$$I = \left[p - 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\ ;\ p + 1,96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,88 - 1,96\frac{\sqrt{0,88 \times 0,12}}{\sqrt{120}}\ ;\ 0,88 + 1,96\frac{\sqrt{0,88 \times 0,12}}{\sqrt{120}}\right]$$
$$\approx \left[0,822\ ;\ 0,938\right]$$

La proportion d'adhérents satisfaits dans l'échantillon de taille 120 est $f = \dfrac{100}{120} \approx 0,833$.

$f \in I$ donc la contestation de l'auditeur n'est pas fondée.