

Devoir Surveillé n°1A



Math93.com

Maths Expertes Complexes Durée 50 min - Coeff. 1 Noté sur 26 points

La calculatrice en mode examen est autorisée.

Exercice 1. Forme algébrique, Module et conjugué 5 points

Déterminer la forme algébrique puis le module et le conjugué des nombres complexes suivants :

$$1. z_1 = (-5 + 7i)(-2 + 3i) \quad \left| \quad 2. z_2 = \frac{1}{3 - 2i} \quad \left| \quad 3. z_3 = i^{10}$$

Exercice 2. Équations 9 points

1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation :

$$z + 3i = \frac{z + 2}{1 + i}$$

2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation :

$$i\bar{z} - 1 = 2z + i$$

3.

3. a. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation :

$$Z^2 - Z + 1 = 0$$

3. b. Montrer que pour tout complexe z on a :

$$(z - i)^2 - (z - i) + 1 = z^2 + (-2i - 1)z + i$$

3. c. En déduire les solutions dans \mathbb{C} de l'équation .

$$z^2 + (-2i - 1)z + i = 0$$

Exercice 3. Racines d'un polynôme 6 points

On cherche à déterminer toutes les racines dans \mathbb{C} du polynôme P définie par :

$$P(z) = 2z^3 - 8z^2 + 12z - 8$$

1. Calculer $P(2)$.

2. En déduire une factorisation de P de la forme :

$$P(z) = (z - \alpha)(az^2 + bz + c)$$

3. Déterminer les racines du polynôme P en précisant leur ordre de multiplicité.

4. Factoriser P en produit de polynôme de degré 1.

←P **Tournez la page ...**

Exercice 4. Une équation de degré 4**6 points**

Soit $P(X) = 2X^4 + 3X^3 - X^2 + 3X + 2$. On pose $Y = X + \frac{1}{X}$.

1. On admet que 0 n'est pas racine de P , exprimer $Y^2 - 2$ en fonction de X .
2. Montrer qu'il existe un polynôme Q , de degré 2 tel que $Q(Y) = \frac{P(X)}{X^2}$.
3. Calculer les racines de Q .
4. En déduire les racines de P dans \mathbb{C} .

↵ **Fin du devoir** ↵