

Devoir Surveillé n°1A



Math93.com

Maths Expertes Complexes 2 Durée 50 min - Coeff. 1 Noté sur 21 points

La calculatrice en mode examen est autorisée.

Exercice 1. Ensemble de points

5 points

Dans le plan complexe, sans justifications, représenter l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

- | | | |
|-------------------------------|---|---|
| 1. $\arg(z) = 0 \quad (2\pi)$ | 3. $\arg(z) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi)$ | 5. $\arg(z) = \frac{\pi}{4} \quad (2\pi)$ |
| 2. $\arg(z) = 0 \quad (\pi)$ | 4. $\arg(z) = \frac{\pi}{2} \quad (\pi)$ | |

Exercice 2. Ensemble de points 2

5 points

Soit f l'application du plan qui à tout point M d'affixe z , privé du point O d'affixe 0, associe le point M' d'affixe

$$z' = \frac{i}{z}$$

1. Quelles relations lient les modules de z et z' ainsi que les arguments de z et z' ?
2. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que z' soit un réel strictement positif.
3. Dans le plan complexe, quel est l'ensemble des points M' d'affixe z' lorsque M appartient au disque de centre O, de rayon 2, privé de O.

Exercice 3. Formes trigonométriques et exponentielles

7 points

1. Déterminer une forme exponentielle des nombres complexes suivants.
 1. a. $z_1 = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$
 1. b. $z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$
 1. c. $z_3 = -z_1$
2. Déterminer une forme exponentielle et une forme algébrique des nombres complexes suivants.
 2. a. $z_4 = \frac{z_1}{z_2}$
 2. b. $z_5 = z_1^{11}$

Exercice 4. Applications

4 points

En utilisant les formules d'Euler et de Moivre, montrer que pour tout réel x on a :

$$\cos^3 x = \frac{1}{4} \cos 3x + \frac{3}{4} \cos x$$

↵ **Fin du devoir** ↘