Correction Baccalauréat STG Mercatique - CFE
Métropole - Jeudi 20 Juin 2013

www.math93.com / www.mathexams.fr

La calculatrice (conforme à la circulaire N°99-186 du 16-11-99) est autorisée.
Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 1. 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

1. $\boxed{\textbf{Réponse b}}$.
   L'équation $\ln(3x) - 1 = 0$ admet pour solution $x = \dfrac{e}{3}$ dans l'intervalle $]0\,;\,\infty[$.

2. $\boxed{\textbf{Réponse d}}$.
   Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3e^{2x+1}$, alors $f'(x) = 6e^{2x+1}$.

Pour les questions suivantes, g est une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-5\,;\,6]$ dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

x	-5		-1		2		6
variations de g	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	-4

3. $\boxed{\textbf{Réponse a}}$. On a $g(-3) \leqslant g(-5)$.

4. $\boxed{\textbf{Réponse a}}$. L'inéquation $g'(x) \geqslant 0$ a pour ensemble de solutions l'intervalle : $[-1\,;\,2]$.

Exercice 2. 5 points

Le tableau ci-dessous indique la production mondiale de voitures particulières de marque française entre 2004 et 2011.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Nombre de voitures particulières produites (en milliers)	5 168	5 178	5 047	5 301	4 901	4 807	5 610	5 605

Source : comité des constructeurs français d'automobiles (CCFA)

1. **Entre 2003 et 2004, la production a augmenté de 2,46 %. Déterminer le nombre de voitures particulières produites en 2003, au millier près.**
   Soit N le nombre de voitures (en milliers) produites en 2003, on a alors : $N \times (1 + 2,46\,\%) = 5\,168$.
   Le nombre de voitures particulières produites en 2003 est donc :

$$\boxed{N = \frac{5\,168}{(1+2,46\,\%)} \approx 5\,044\text{milliers}}$$

.

2. **a. Calculer le taux d'évolution global de la production entre 2004 et 2011**.
   Le taux d'évolution global de la production entre 2004 et 2011 est :

$$\boxed{T = \frac{5605 - 5168}{5168} \approx 8,46\,\%}$$

   b. En déduire le taux d'évolution annuel moyen de la production entre 2004 et 2011.
   On cherche la valeur de t telle que $(1+t)^7 = 1 + T$ et donc

$$\begin{aligned} (1+t)^7 &= 1+T \\ 1+t &= \sqrt[7]{1+T} \\ t &= \sqrt[7]{1+T}-1 \end{aligned}$$

   et donc $\boxed{t = \sqrt[7]{1+8,46\,\%} - 1 \approx 1,17\,\%}$.

3. **On choisit l'indice de référence 100 pour la production de l'année 2004. Calculer l'indice, arrondi à 0,01 près, de la production en 2009.**
   L'indice, arrondi à 0,01 près, de la production en 2009 est donné par :

$$\boxed{i = \frac{100 \times 4807}{5168} \approx 93,01}$$

Dans une feuille de calcul d'un tableur, reproduite ci-dessous, on a recopié ces données afin de calculer les taux d'évolution annuels de la production.
Les cellules de la plage C3 :I3 sont au format pourcentage à deux décimales.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
2	Production (en milliers)	5 168	5 178	5 047	5 301	4 901	4 807	5 610	5 605
3	Taux d'évolution annuel		0,19 %	−2,53 %	5,03 %	−7,55 %	−1,92 %	16,70 %	−0,09 %

4. **Quelle formule peut-on saisir dans la cellule C3 pour obtenir, par recopie vers la droite, le contenu des cellules de la plage C3 :I3** ?
   Le formule de la cellule C3 est : $\boxed{=(C2-B2)/B2}$

5. **Au vu des résultats obtenus, peut-on considérer que le taux d'évolution annuel moyen calculé dans la question 2.b. modélise de façon pertinente l'évolution de la production ? Justifier la réponse**.
   Le taux d'évolution annuel prend des valeurs trop différentes, parfois même négatives, et bien éloignées du taux d'évolution moyen $t \approx 1,17\,\%$. Le taux d'évolution moyen ne modélise donc pas l'évolution de la production de façon pertinente.

Exercice 3. **5 points**

Dans une parfumerie, on remet à chaque client un échantillon de parfum gratuit lors du passage en caisse. Parmi les échantillons disponibles :

- 55 % sont des parfums pour femme, les autres sont pour homme ;
- 48 % des parfums pour homme sont de la marque Alpha ;
- 12 % des parfums pour femme sont de la marque Alpha.

L 'hôtesse de caisse choisit un échantillon de parfum au hasard. On admet que chaque échantillon a la même probabilité d'être choisi. On définit les événements suivants :

- F : « l'échantillon choisi est un parfum pour femme » ;
- H : « l'échantillon choisi est un parfum pour homme » ;
- A : « l'échantillon choisi est de la marque Alpha ».

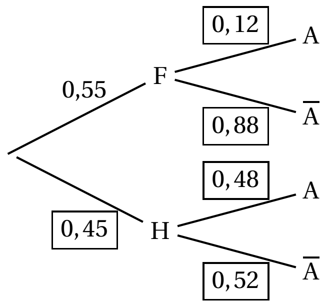
On note $\overline{A}$ l'événement contraire de A.
Les probabilités demandées seront données sous forme décimale.

1. Donner, à partir des informations de l'énoncé :

a. la probabilité $P(\text{F})$ de l'événement F ;
On a $\boxed{P(F) = 55\,\% = 0,55}$.

b. la probabilité $P_{\text{F}}(\text{A})$ de l'événement A sachant que l'événement F est réalisé.
On a $\boxed{P_{\text{F}}(A) = 12\,\% = 0,12}$.

2. Reproduire et compléter sur la copie l'arbre de probabilités ci-dessous.



3. a. Définir par une phrase l'événement H ∩ A.
H ∩ A désigne l'événement : $\boxed{\text{H} \cap \text{A : « l'échantillon choisit est pour les hommes et de la marque Alpha »}}$;

b. Calculer la probabilité de l'événement H ∩ A.
$P(H \cap A) = P_{\text{H}}(A) \times P(H)$
$P(H \cap A) = 0,48 \times 0,45$
$\boxed{P(H \cap A) = 0,216}$

4. Montrer que la probabilité de l'événement A est égale à 0,282.
D'après la formule des probabilités totales :
$P(A) = P(H \cap A) + P(F \cap A)$
$P(A) = P(H \cap A) + P_{\text{F}}(A) \times P(F)$
$P(A) = 0,216 + 0,55 \times 0,12$
$\boxed{P(A) = 0,282}$

5. Calculer la probabilité que l'échantillon soit un parfum pour homme sachant qu'il est de la marque Alpha. On arrondira le résultat au millième.
On cherche $P_{\text{A}}(H)$ or on a :
$$P_{\text{A}}(H) = \frac{P(A \cap H)}{P(A)} = \frac{0,216}{0,282} \approx 0,7659$$
Donc $\boxed{P_{\text{A}}(H) \approx 0,766}$.

Exercice 4. **6 points**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

On s'intéresse à l'évolution du nombre de licences sportives en France.

Partie A

Le tableau ci-dessous indique le nombre de licences sportives, toutes pratiques confondues, entre 2004 et 2010.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de licences sportives (en millions) y_i	15,23	15,78	15,91	16,25	16,78	17,27	17,42

Source : mission des études, de l'observation et des statistiques (Meos)

Le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ pour i variant de 0 à 6 est représenté en **annexe**.

1. **À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au millième).**
L'équation de la droite est $\boxed{y = 0,372x + 15,261}$.

2. On décide d'ajuster le nuage avec la droite D d'équation $y = 0,37x + 15,26$.

   a. **Tracer la droite D sur le graphique de l'annexe à rendre avec la copie.**
   Voir annexe.

   b. **Calculer le nombre de licences sportives prévu par ce modèle d'ajustement en 2013.**
   En 2013, $x = 9$ alors $\boxed{y = 0,37 \times 9 + 15,26 = 18,59}$, on peut prévoir 18,59 millions de licences sportives.

   c. **Selon ce modèle, en quelle année le nombre de licences sportives sera-t-il pour la première fois supérieur à 20 millions ?**
   On cherche la valeur de x telle que $0,37x + 15,26 \geq 20$, or
   $$\begin{aligned} 0,37x + 15,26 \geq 20 &\iff 0,37x \geq 20 - 15,26 \\ &\iff 0,37x \geq 4,74 \\ &\iff \boxed{x \geq \frac{4,74}{0,37} \approx 12,81} \end{aligned}$$
   Donc pour x entier, il faut $x \geq 13$ ce qui correspond à l'année $2004 + 13 = 2017$.
   On dépassera les 20 millions de licences sportives en 2017

Partie B

On étudie plus particulièrement le nombre de licences sportives délivrées par la Fédération Française de la Randonnée Pédestre. En 2004, on comptait 170 000 randonneurs licenciés. Entre 2004 et 2010, ce nombre a augmenté en moyenne de 4 % par an, et on suppose que cette évolution va se poursuivre au moins jusqu'en 2020.
Pour tout entier naturel n, u_n désigne une estimation du nombre de randonneurs licenciés, en milliers, pendant l'année (2004 + n). Ainsi, $u_0 = 170$.

1. **Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier et préciser sa raison.**
On a $\forall n \in \mathbb{N} : \left\{ \begin{array}{rcl} u_{n+1} & = & (1 + 4\,\%)\,u_n \\ u_0 & = & 170 \end{array} \right.$, soit $\left\{ \begin{array}{rcl} u_{n+1} & = & (1,04)\,u_n \\ u_0 & = & 170 \end{array} \right.$

   La suite (u_n) est donc une suite géométrique de $\boxed{\text{raison } q = 1,04}$ et de $\boxed{\text{premier terme } u_0 = 170}$.

2. **Donner l'expression de u_n en fonction de n.**
On a donc pour tout entier n : $\boxed{u_n = u_0 \times q^n = 170 \times (1,04)^n}$.

3. **Déterminer, au millier près, le nombre de randonneurs licenciés prévu par ce modèle en 2013.**
Le nombre de randonneurs licenciés prévu par ce modèle en 2013 est donné par u_9 puisque $2013 - 2004 = 9$.
$\boxed{u_9 = 170 \times (1,04)^9 \approx 241,963}$, on peut prévoir 242 milliers de randonneurs licenciés.

4. **Selon ce modèle, en quelle année le nombre de randonneurs licenciés sera-t-il pour la première fois supérieur à 300 000 ?**
On cherche la valeur de n telle que $170 \times 1,04^n \geq 300$.
$$\begin{aligned} 170 \times 1,04^n \geq 300 &\iff 1,04^n \geq \frac{300}{170} \\ &\iff \ln(1,04^n) \geq \ln\left(\frac{300}{170}\right) \quad \text{car la fonction ln est strictement croissante sur}\,]0\,;\,+\infty[\\ &\iff n \ln 1,04 \geq \ln\left(\frac{300}{170}\right) \\ &\iff \boxed{n \geq \frac{\ln\left(\frac{300}{170}\right)}{\ln 1,04} \approx 14,48} \quad \text{car } \ln 1,04 > 0 \end{aligned}$$

   Donc pour n entier, il faut $n \geq 15$ ce qui correspond à l'année $2004 + 15 = 2019$.

   On dépassera les 300 000 licenciés en 2019 .

Annexe à rendre avec la copie