

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2013

MATHÉMATIQUES

Série STG

Spécialité : Communication et Gestion des Ressources Humaines

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

**Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.
L'annexe en page 5/5 est à rendre avec la copie.**

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Une feuille de papier millimétré est distribuée avec le sujet.

*Le sujet est composé de 3 exercices indépendants.
Le candidat doit traiter tous les exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

EXERCICE 1 (8 points)

La société Bonbon.com commercialise des confiseries.

On utilise une feuille de calcul d'un tableur pour observer l'évolution du chiffre d'affaires en milliers d'euros de la société Bonbon.com depuis 2006.

	A	B	C	D
1	Année	Rang de l'année	Chiffre d'affaires (en milliers d'euros)	Taux d'évolution annuel du chiffre d'affaires
		x_i	y_i	
2	2006	0	166	
3	2007	1	164	-1,20 %
4	2008	2	170	
5	2009	3		
6	2010	4	186	
7	2011	5	191	
8	2012	6	199	

Partie A Les taux d'évolution seront exprimés en pourcentages et arrondis à 0,01 % près

1. Calculer le taux d'évolution du chiffre d'affaires entre 2007 et 2008.
2. Sachant que le chiffre d'affaires entre 2009 et 2010 a augmenté de 8,14 %, calculer le chiffre d'affaires en 2009 arrondi au millier d'euros.
3. Dans la feuille de calcul reproduite ci-dessus, les cellules de la colonne D sont au format pourcentage. Donner une formule à saisir dans la cellule D3 pour obtenir, par recopie vers le bas, les taux d'évolution successifs.
4. (a) Calculer le taux d'évolution du chiffre d'affaires entre 2006 et 2012.
(b) En déduire le taux moyen annuel d'évolution du chiffre d'affaires de 2006 à 2012.

Partie B

La société souhaite estimer le chiffre d'affaires pour les prochaines années au moyen d'une approximation affine.

On admet dans cette partie que le chiffre d'affaires de l'année 2009 s'élevait à 172 milliers d'euros.

1. Tracer le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ correspondant aux colonnes B et C du tableau ci-dessus sur une feuille de papier millimétré.
Unités graphiques : en abscisse 1 cm pour 1 unité, en ordonnée 1 cm pour 5 milliers d'euros en commençant la graduation à 160 milliers d'euros.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients à 0,01 près.
3. Dans les questions suivantes on choisit comme droite d'ajustement la droite Δ d'équation

$$y = 6x + 160.$$

- (a) À l'aide de cet ajustement, calculer une estimation du chiffre d'affaires en 2014.
- (b) Tracer la droite Δ dans le repère de la **question 1**.
- (c) Par lecture graphique, estimer l'année à partir de laquelle le chiffre d'affaires dépassera 210 milliers d'euros.

EXERCICE 2 (7 points)

Une entreprise fabrique et commercialise un alliage métallique. Chaque mois, elle peut produire jusqu'à 10 tonnes de cet alliage et en vend toute la production.

Partie A. Étude du coût total et de la recette

Le coût total de production de x tonnes de l'alliage, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C dont l'expression est

$$C(x) = x^3 - 6x^2 + 24x + 135$$

où x appartient à l'intervalle $[0 ; 10]$.

La courbe Γ , représentant la fonction C dans un repère du plan, est donnée en **annexe**.

1. Donner par lecture graphique :
 - (a) le coût total d'une production de 4 tonnes ;
 - (b) la quantité correspondant à un coût total de production de 600 milliers d'euros.
2. Déterminer par le calcul :
 - (a) le coût total de production de 6 tonnes de l'alliage.
 - (b) le coût moyen de production d'une tonne lorsque l'entreprise produit 6 tonnes.
3. Après une étude de marché, le prix de vente de l'alliage produit a été fixé à 60 milliers d'euros la tonne.
 - (a) Calculer la recette pour la vente de 5 tonnes d'alliage.
 - (b) On note R la fonction qui modélise la recette, exprimée en milliers d'euros, pour x tonnes vendues.
Donner une expression de $R(x)$ en fonction de x .
 - (c) Représenter graphiquement la fonction R sur l'intervalle $[0 ; 10]$, dans le même repère que la courbe Γ sur l'**annexe**.
 - (d) Pour quelles valeurs de x l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?

Partie B. Étude algébrique du bénéfice

On note B la fonction qui modélise le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, sur l'intervalle $[0 ; 10]$.

1. Montrer que l'expression de $B(x)$, lorsque x appartient à l'intervalle $[0 ; 10]$ est :

$$B(x) = -x^3 + 6x^2 + 36x - 135.$$

2. On note B' la fonction dérivée de la fonction B . Calculer $B'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; 10]$.
3. On admet que $B'(x)$ peut s'écrire

$$B'(x) = (x + 2)(18 - 3x).$$

Étudier le signe de B' et en déduire les variations de B sur l'intervalle $[0 ; 10]$.

4. Déterminer la quantité d'alliage à produire pour réaliser un bénéfice maximal.

EXERCICE 3 (5 points)

Une plateforme de téléchargement légal propose des films et des albums de musique que les internautes peuvent acquérir soit par souscription à un abonnement, soit par achat occasionnel.

Lors de son bilan annuel le gérant de la plateforme constate que :

- 35 % des téléchargements ont été effectués par des abonnés ;
- parmi les téléchargements effectués par des abonnés, 28 % concernent un film ;
- parmi les téléchargements effectués lors d'achats occasionnels, 56 % concernent un album de musique.

Le gérant de la plateforme choisit au hasard le relevé d'un téléchargement dans le bilan annuel.

On note :

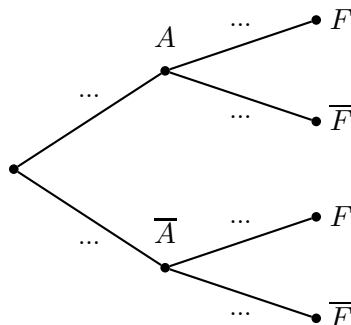
A l'événement « le téléchargement a été effectué par un abonné »

F l'événement « le téléchargement concerne un film »,

$\overline{A}$ l'événement contraire de A

$\overline{F}$ l'événement contraire de F .

1. Donner la valeur de la probabilité $P_A(F)$.
2. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



3. Calculer la probabilité de l'événement « le téléchargement a été effectué par un abonné et concerne un film. »
4. Montrer que la probabilité que le téléchargement concerne un film est égale à 0,384.
5. Calculer la probabilité que le téléchargement ait été effectué par un abonné, sachant qu'il concerne un film. Le résultat sera arrondi au millième.
6. Les événements A et F sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.

ANNEXE DE L'EXERCICE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE

Coût en milliers d'euros

