BREVET BLANC
SESSION 2019
MATHÉMATIQUES

CORRECTION

BARÈME (sur 100 points)					
Exercice 1	:	$3+3$	=	6	points
Exercice 2	:	$3+3+3+4+3$	=	16	points
Exercice 3	:	$2+3+3+2+2+4$	=	16	points
Exercice 4	:	$2+2+2+4+1+2+2+2$	=	17	points
Exercice 5	:	$3+2+3+3$	=	11	points
Exercice 6	:	$4+5+4$	=	13	points
Exercice 7	:	$3+4+5$	=	12	points
Exercice 8	:	$4+3+2$	=	9	points

EXERCICE 1 : $3+3=6$ points

Questions	Affirmations			
	A	B	C	D
1. Les solutions de l'équation $(2x-1)(1-3x)=0$ sont	2 et 3	$\boxed{\frac{1}{2} \text{ et } \frac{1}{3}}$	$0,5$ et $0,33333$	$-\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{3}$
2. Un article est affiché au prix soldé de 38,25 euros après avoir subi une baisse de 15%. Le prix avant les soldes était de :	42 euros	43 euros	44 euros	$\boxed{\text{45 euros}}$

EXERCICE 2 $3+3+3+4+3=16$ points

1. **Décomposer les nombres 162 et 108 en produits de facteurs premiers**.

$$\begin{cases} 162 = 2\times 81 = 2\times 9\times 9 = 2\times 3^2\times 3^2 = \underline{2\times 3^4} \\ 108 = 2\times 54 = 2\times 2\times 27 = \underline{2^2\times 3^3} \end{cases}$$

2. **Déterminer deux diviseurs communs aux nombres 162 et 108 plus grands que 10**.
Les diviseurs communs à 162 et 108 sont :

$$1\,;2\,;3\,;6\,;9\,;18\,;27 \text{ et } 54\,.$$

Et donc ceux plus grands que 10 sont :

$$\boxed{18\,;27 \text{ et } 54}.$$

3. **a. Le cuisiner peut-il réaliser 36 barquettes ?**
le nombre de barquette doit être un diviseur commun de 162 et 108.
Le cuisiner ne peut pas réaliser 36 barquettes car 36 ne divise pas 162. En effet, le reste de la division euclidienne de 162 par 36 n'est pas nul.

$$162 = 36\times 4+18$$

b. Quel nombre maximal de barquettes pourra-t-il réaliser ?
— Puisque le nombre de barquettes doit diviser 162 et 108 et que l'on cherche le plus grand possible, il faut déterminer le PGCD de ces deux entiers. On utilise les décompositions de la question 1).

$$\begin{cases} 162 = 2\times 3^4 = \left(2\times 3^3\right)\times 3 = 54\times 3 \\ 108 = 2^2\times 3^3 = \left(2\times 3^3\right)\times 2 = 54\times 2 \end{cases}$$

— Le plus grand commun diviseur à 162 et 108 est 54 .
— Le cuisinier peut donc préparer <u>54 barquettes</u>.

c. Dans ce cas, combien y aura-t-il de nems et de samossas dans chaque barquette ?
Puisque

$$162 = 54\times 3 \;\text{ et }\; 108 = 54\times 2$$

Chaque barquette contiendra alors <u>3 nems et 2 samoussas</u>.

EXERCICE 3 $2+3+3+2+2+4=16$ points

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 3 • Calculer le carré du résultat obtenu	• Choisir un nombre • Calculer le carré de ce nombre • Ajouter le triple du nombre de départ • Ajouter 7

1. **Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A. Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.**

Programme A	
Choix	1
Soustraire 3	$1-3=-2$
Carré du résultat	$(-2)^2=4$

2. **Tidjane choisit le nombre -5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?**

Programme B	
Choix	-5
Carré	$(-5)^2=25$
Ajouter le triple du nombre de départ	$25+3\times(-5)=25-15=10$
Ajouter 7	$10+7=17$

Tidjane va donc obtenir 17 en partant de (-5) avec le programme B.

3. **Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?**

B2	= (B1−3)^ 2							
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	−3	−2	−1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

La formule, copiée à droite dans les cellules C3 à H3, saisie dans la cellule B3 est :

$\boxed{=B1\wedge 2+3*B1+7}$ ou $\boxed{=B1*B1+3*B1+7}$

4. **Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.**

   a. **Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : x^2-6x+9.**

Programme A	
Choix	x
Soustraire 3	$x-3$
Carré du résultat	$(x-3)^2=x^2-6x+9$

   b. **Écrire le résultat du programme B.**

Programme B	
Choix	x
Carré	x^2
Ajouter le triple du nombre de départ	x^2+3x
Ajouter 7	x^2+3x+7

c. Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat ? Si oui, lequel ?

On cherche si il existe des valeurs de x telles que les deux programmes donnent le ,même résultat soit :

$$x^2-6x+9=x^2+3x+7 \iff -6x-3x=7-9$$
$$\iff -9x=-2$$
$$\iff \boxed{x=\frac{-2}{-9}=\frac{2}{9}}$$

Seule la valeur de départ $x=\dfrac{2}{9}$ donnera le même résultat pour les deux programmes.

— **Remarque (facultatif)**.

Le résultat commun au deux programmes sera, pour $x=\dfrac{2}{9}$ dans le programme A :

$$\left(\frac{2}{9}\right)^2-6\times\left(\frac{2}{9}\right)+9=\frac{4}{81}-\frac{12\times 9}{9\times 9}+\frac{81\times 9}{81}$$
$$=\frac{4-108+729}{81}$$
$$=\boxed{\frac{625}{81}}$$

EXERCICE 4 — $2+2+2+4+1+2+2+2=17$ points

Le 17 juillet 2016, une spectatrice regarde l'étape « Bourg-en-Bresse / Culoz » du Tour de France. Elle note, toutes les demi-heures, la distance parcourue par le cycliste français Thomas Vœckler qui a mis 4 h 30 min pour parcourir cette étape de 160 km ; elle oublie seulement de noter la distance parcourue par celui-ci au bout de 1 h de course. Elle obtient le tableau suivant :

Temps en heure	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Distance en km	0	15	…	55	70	80	100	110	135	160

1. **Quelle distance a-t-il parcourue au bout de 2 h 30 min de course ?**
   2 h 30 min ou 2,5 h : la distance parcourue est égale à 80 km.
2. **Montrer qu'il a parcouru 30 km lors de la troisième heure de course.**
   De la 2^{e} à la 3^{e} heure il a parcouru $100-70=30$ km.
3. **A-t-il été plus rapide lors de la troisième ou bien lors de la quatrième heure de course ?**
   De la 3^{e} à la 4^{e} heure il a parcouru $135-100=35$ km, soit plus que pendant la 3^{e} heure.
4. **Répondre aux questions qui suivent sur la feuille ANNEXE , qui est à rendre avec la copie.**
   a. Placer les 9 points du tableau dans le repère.
   On ne peut pas placer le point d'abscisse 1 puisque l'on ne connaît pas son ordonnée.
   b. En utilisant votre règle, relier les points consécutifs entre eux.
5. **En considérant que la vitesse du cycliste est constante entre deux relevés, déterminer, par lecture graphique, le temps qu'il a mis pour parcourir 75 km.**
   On lit environ 2,25 h soit 2 h 15 min.
6. **On considère que la vitesse du cycliste est constante entre le premier relevé effectué au bout de 0,5 h de course et le relevé effectué au bout de 1,5 h de course ; déterminer par lecture graphique la distance parcourue au bout de 1 h de course.**
   Si la vitesse est constante pendant cette heure, la représentation sur cet intervalle est affine ; on trace donc la verticale ($x=1$) qui coupe la représentation en un point dont l'ordonnée est environ 35 (km).
7. **Soit f la fonction, qui au temps de parcours du cycliste Thomas Vœckler, associe la distance parcourue. La fonction f est-elle linéaire ?**
   La fonction n'est pas linéaire puisque les points associés ne sont pas alignés.
   La courbe représentative de cette fonction n'est pas une droite passant par l'origine du repère.

EXERCICE 5 — $3+2+3+3=11$ points

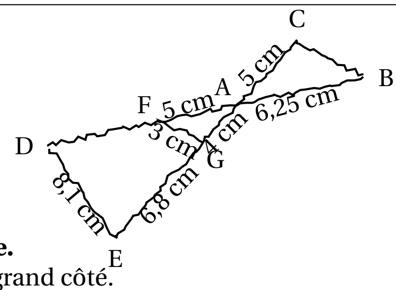
Un sac opaque contient 120 *boules toutes indiscernables au toucher, dont 30 sont bleues. Les autres boules sont rouges ou vertes. On considère l'expérience aléatoire suivante : On tire une boule au hasard, on regarde sa couleur, on repose la boule dans le sac et on mélange.*

1. **Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue? Écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.**
   Il y a 30 boules bleues sur un total de 120. Donc en supposant l'équiprobabilité des tirages, la probabilité de tirer une boule bleue est :
   $$\boxed{\frac{30}{120}=\frac{1}{4}}$$
2. **Cécile a effectué 20 fois cette expérience aléatoire et elle a obtenu 8 fois une boule verte. Choisir, parmi les réponses suivantes, le nombre de boules vertes contenues dans le sac (aucune justification n'est demandée)** :

   a. 48 **b.** 70 $\boxed{\textbf{c.}}$ On ne peut pas savoir **d.** 25

   Le nombre de tirages est trop faible pour pouvoir effectuer une quelconque estimation.
3. **La probabilité de tirer une boule rouge est égale à 0,4.**
   a. Quel est le nombre de boules rouges dans le sac?
   Il y a R boules rouges sur un total de 120. Donc en supposant l'équiprobabilité des tirages, la probabilité de tirer une boule rouge étant de 0,4 on a :
   $$\frac{R}{120}=0,4\Longrightarrow R=120\times 0,4=48$$
   Il y a <u>48 boules rouges</u>.
   b. Quelle est la probabilité de tirer une boule verte?
   D'après ce qui précède, le nombre de boules vertes est :
   $$120-48-20=42$$
   La probabilité de tirer une boule verte est :
   $$\boxed{\frac{42}{120}=0,35}$$
   <u>Remarque</u> : la somme des probabilités des issues élémentaires étant égale à 1 on avait aussi la probabilité de tirer une boule verte par :
   $$p(Verte)=1-p(Rouge)-p(Bleue)=1-0,4-0,25=0,35$$

EXERCICE 6 $4+5+4=13$ points



Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C. De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

1. **Montrer que le triangle AFG est un triangle rectangle.**
   — Si AFG est rectangle c'est en G car [AF] est le plus grand côté.
   — On a :
   $$\begin{cases} AF^2 = 5^2 = 25 \\ AG^2 + GF^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \end{cases}$$
   — Donc $AF^2 = AG^2 + GF^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore AGF est rectangle en G.
2. **Calculer la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].**
   - **Méthode 1**.
     — Les droites (FG) et (DE) sont parallèles; comme la droite (AG) est perpendiculaire à la droite (FG), elle est aussi perpendiculaire à la droite (ED) : le triangle AED est donc rectangle en E.
     — Le théorème de Pythagore appliqué à ce triangle AED est rectangle en E s'écrit :
     $$AD^2 = AE^2 + ED^2 = 116,64 + 65,61 = 182,25$$
     or AD est positif (c'est une longueur) donc on a :
     $$\boxed{AD = \sqrt{182,25} = 13,5 \text{ cm}}$$
     — On a donc puisque F appartient au segment [AD] :
     $$FD = AD - AF = 13,5 - 5 = \underline{8,5 \text{ cm}}$$
     $$\boxed{FD = 8,5 \text{ cm}}$$
   - **Méthode 2**. On pouvait aussi appliquer le théorème de Thalès pour calculer AD.
     — **Données** : ❑ Les points A,F, D et A, G, E sont alignés sur deux droites sécantes en A; ❑ Les droites (FG) et (DE) sont parallèles .
     — Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :
     $$\frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$$
     Puis en remplaçant par les valeurs
     $$\frac{5}{AD} = \frac{4}{4+6,8} = \frac{3}{8,1}$$
     $$\boxed{AD = \frac{5 \times 10,8}{4} = 13,5 \text{ cm}}$$
3. **Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.**
   — **Données**.
   Les points G, A, C d'une part, F, A et B sont alignés dans cet ordre sur deux droites sécantes en A.
   — **Le test**.
   $$\begin{cases} \dfrac{AG}{AC} = \dfrac{4}{5} = 0,8 \\ \dfrac{AF}{AB} = \dfrac{5}{6,25} = 0,8 \end{cases}$$
   — **Conclusion**.
   On a donc égalité, $\frac{AG}{AC} = \frac{AF}{AB}$. De ce fait, d'après la *réciproque du théorème de Thalès*, Les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

EXERCICE 7 $3+4+5=12$ points

Pour la course à pied en montagne, certains sportifs mesurent leur performance par la ***vitesse ascensionnelle****, notée V_a. V_a est le quotient du dénivelé de la course, exprimé en mètres, par la durée, exprimée en heure. Un coureur souhaite atteindre une vitesse ascensionnelle d'au moins 1 400 m/h lors de sa prochaine course.*

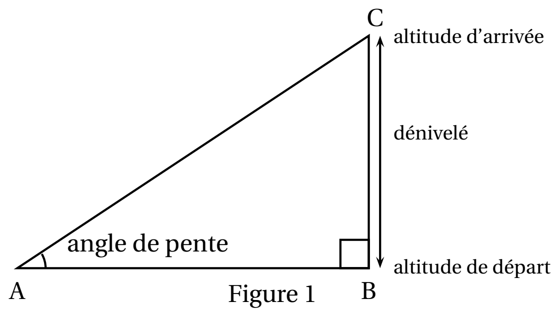


Figure 1

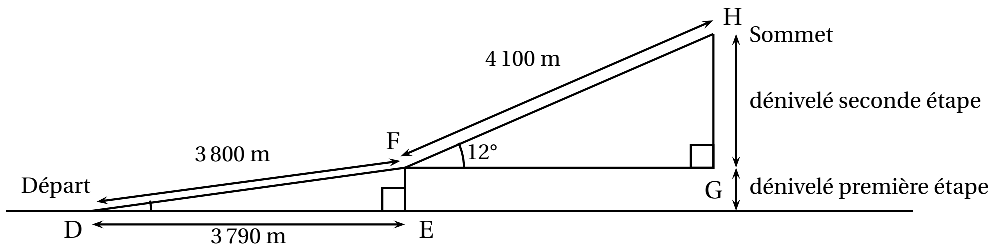


Figure 2

Le parcours se décompose en deux étapes (voir figure 2) : Première étape de 3 800 m pour un déplacement horizontal de 3 790 m. Seconde étape de $4,1$ *km avec un angle de pente d'environ* $12°$.

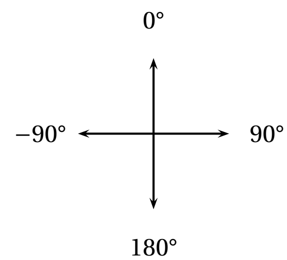
1. **Vérifier que le dénivelé de la première étape est environ 275, 5 m.**
   Le triangle DEF étant rectangle en E, le théorème de Pythagore permet d'écrire :
   $$\mathrm{DF}^2 = \mathrm{DE}^2 + \mathrm{EF}^2$$
   ou
   $$\mathrm{EF}^2 = \mathrm{DF}^2 - \mathrm{DE}^2 = 3\,800^2 - 3\,790^2 = 75\,900$$
   d'où puisque EF est positif
   $$\boxed{\mathrm{EF} = \sqrt{75\,900} \approx 275,5 \text{ m (au dixième)}}$$
2. **Quel est le dénivelé de la seconde étape?**
   Dans le triangle DEF rectangle en E, on a
   $$\sin\widehat{\mathrm{GFH}} = \frac{\mathrm{GH}}{\mathrm{FH}} \iff \sin 12° = \frac{GH}{4\,100}$$
   $$\boxed{\mathrm{GH} = 4\,100 \times \sin 12° \approx \underline{852,4\text{m}}}$$
3. **Depuis le départ, le coureur met 48 minutes pour arriver au sommet. Le coureur atteint-il son objectif?**
   Le dénivelé total est donc d'environ : $275,5 + 852,4 = 1\,127,9$ m pour un temps de :
   $$48 \text{ min} = \frac{48}{60} \text{ h} = 0,8 \text{ heure.}$$
   La vitesse ascensionnelle est donc égale à :
   $$\boxed{v \approx \frac{1\,127,9 \text{ m}}{0,8 \text{ h}} \approx 1\,409,9 > 1\,400 \text{ m/h}}$$
   Le coureur a atteint son objectif.

   <u>Remarque</u> : pour plus de rigueur, on pouvait utiliser les valeurs exactes, dans ce cas :
   $$v = \frac{\sqrt{75\,900} + 4\,100 \times \sin 12°}{0,8} \approx 1\,409,922$$

EXERCICE 8 : ALGORITHMIQUE $4+3+2=9$ **points**

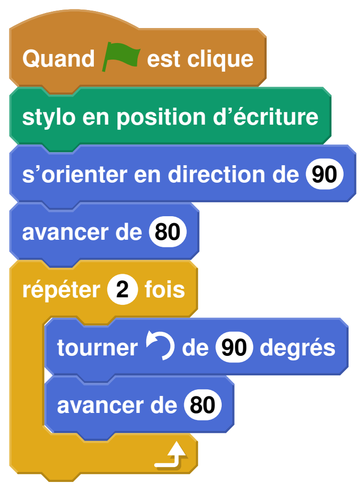
Rappel :

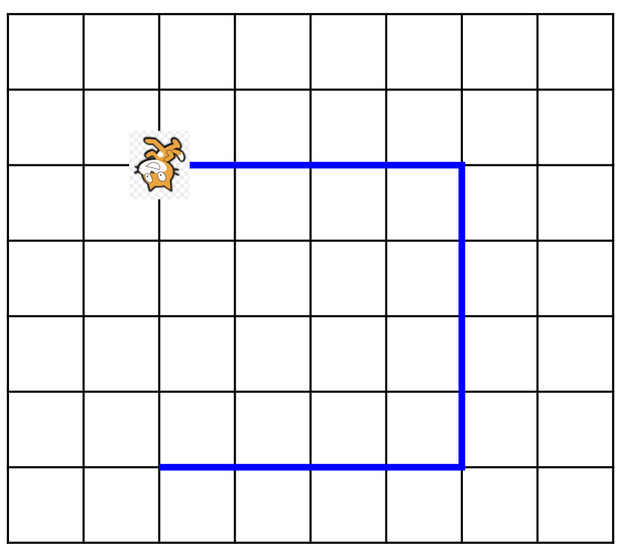
Orientation du lutin :
S'orienter en direction de 90° : pour se déplacer vers la droite
S'orienter en direction de 0° : pour se déplacer vers le haut
S'orienter en direction de −90° : pour se déplacer vers la gauche
S'orienter en direction de 180° : pour se déplacer vers le bas



Le chat  indique la position de départ.

1. **On exécute le script 1 ci-contre. Représenter dans l'annexe le chemin parcouru par le chat. Le côté d'un carreau mesure 20 unités**.



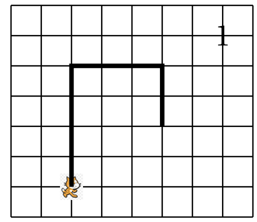


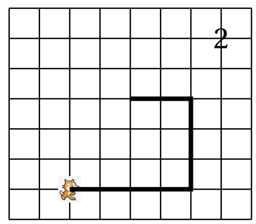
2. Indiquer sur la copie le numéro du dessin correspondant au script 2 ci-dessous.
On avance à droite de 4 carreaux, on tourne à gauche et on avance de $80-20=60$ carreaux, on tourne à gauche et on avance de $60-20=40$ carreaux; on a obtenu le <u>dessin 2</u>.

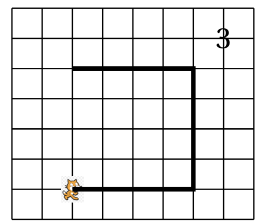
Script 2

Le côté d'un carreau mesure 20 unités.

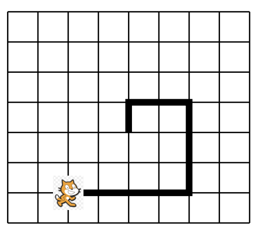
a.



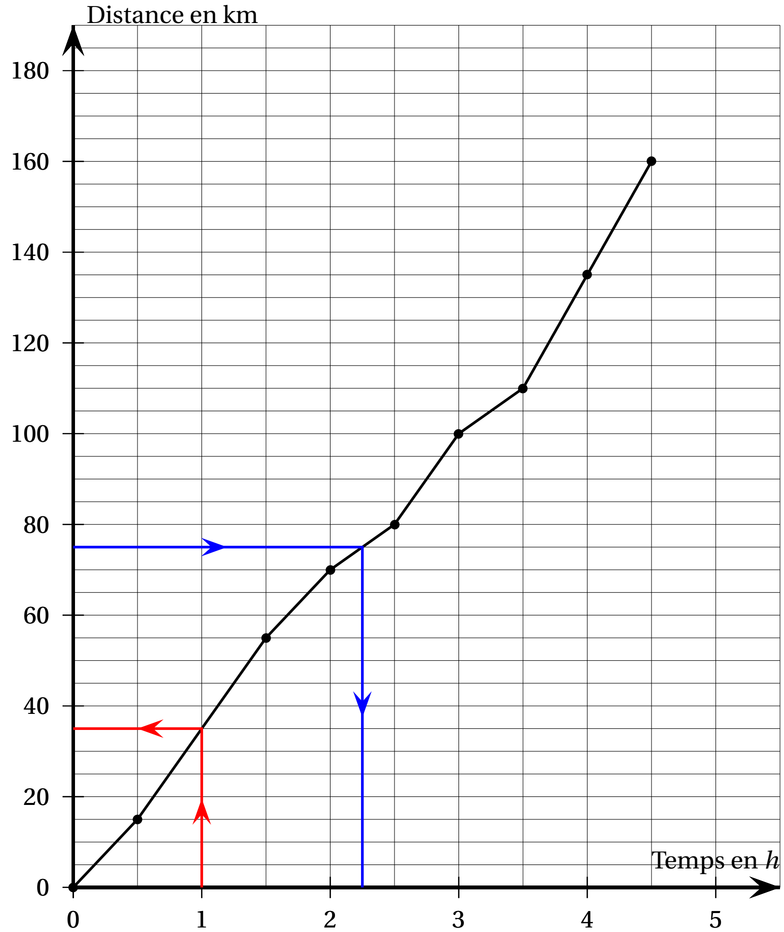




b. On souhaite modifier le script 2 pour parcourir le chemin suivant : Quelle(s) modification(s) peut-on apporter au script 2 pour parcourir ce chemin?
Il suffit de répéter un troisième fois la boucle « répéter ».



ANNEXE de l'exercice 4 (question 4)



ANNEXE de l'exercice 8 (question 1)

Le côté d'un carreau mesure 20 unités.