

Correction BREVET BLANC

SESSION 2021

Épreuve de:

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

Collège Victor Duruy
75007 Paris

SUJET

Durée de l'épreuve : 2 heures

Le sujet comporte 9 pages numérotées de 1/9 à 9/9
Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée (*circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999*)

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé

Le sujet est composé de 7 exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

BARÈME (sur 100 points)		
Exercice 1	:	6 points
Exercice 2	:	14 points
Exercice 3	:	23 points
Exercice 4	:	14 points
Exercice 5	:	17 points
Exercice 6	:	9 points
Exercice 7	:	17 points

EXERCICE 1 (3 × 2 PTS)**6 points**

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiple).
Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste.

Indiquer le numéro de la question et recopier l'affirmation juste sur votre copie.
Aucune justification n'est attendue. Aucun point n'est retiré en cas de mauvaise réponse.

Questions	Affirmations			
	A	B	C	D
1. La notation scientifique de $A = \frac{21 \times 10^{2021} \times 15}{10^{-59} \times 35 \times 30}$ est :	3×10^{2079}	3×10^{1961}	$0,3 \times 10^{2080}$	1×10^{1960}
2. La solution de l'équation suivante : $2x+3 = 5x-7$ est :	$x = \frac{4}{3}$	$x = -\frac{4}{3}$	$x = \frac{10}{3}$	$x = -7$
3. Un prix subit deux augmentations successives de 10%. L'évolution globale en pourcentage est de :	20%	moins de 20%	21%	On ne peut pas savoir car cela dépend du prix initial

**Corrigé**

1. A
2. C
3. C

EXERCICE 2**14 points**

1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.
2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 :

$$85 = 5 \times 17$$

Décomposer 102 en produits de facteurs premiers.

3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm sur 102 cm.
Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées.
Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

4. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté? Justifier.
5. Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté.
Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas?

Corrigé

- Comme $1 + 0 + 2 = 3$, 102 est un multiple de 3 (critère de divisibilité par 3);
 • $102 = 90 + 12 = 3 \times 30 + 3 \times 4 = 3 \times (30 + 4) = 3 \times 34$.
 102 est un multiple de 3 : il est divisible par 3.
- On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$.
 On a vu que $102 = 3 \times 34 = 3 \times 2 \times 17 = 2 \times 3 \times 17$.
- Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.
 $2 \times 3 = 6$; $2 \times 17 = 34$; $3 \times 17 = 51$ sont trois diviseurs de 102 non premiers.
- Si toute la feuille est utilisée c'est que la longueur et la largeur sont des multiples des côtés du carré.
 Ces côtés ont donc une longueur c qui divise à la fois 102 et 85.
 Or 34 ne divise pas 85 (car 2 divise 34 mais ne divise pas 85). les étiquettes ne peuvent pas faire 34cm de côté.
- Par contre 17 divise 85 ($85 = 5 \times 17$) et 17 divise 102 ($102 = 17 \times 6$).
 Les étiquettes rentrent 5 fois en largeur et 6 fois en longueur : il y en aura donc $5 \times 6 = 30$ par feuille.

EXERCICE 3

23 points

On dispose de deux urnes :

- une urne bleue contenant trois boules bleues numérotées : ②, ③ et ④.
- une urne rouge contenant quatre boules rouges numérotées : ②, ③, ④ et ⑤.

Dans chaque urne, les boules sont indiscernables au toucher et ont la même probabilité d'être tirées.

Urne bleue ② ③ ④	Urne rouge ② ③ ④ ⑤
---------------------	-----------------------

On s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante :

« On tire au hasard une boule bleue et on note son numéro, puis on tire au hasard une boule rouge et on note son numéro. »

Exemple : si on tire la boule bleue numérotée ③, puis la boule rouge numérotée ④, le tirage obtenu sera noté (3 ; 4).

On précise que le tirage (3 ; 4) est différent du tirage (4 ; 3).

- On définit les deux évènements suivants :
 « On obtient deux nombres premiers » et « La somme des deux nombres est égale à 12 »
 (a) Pour chacun des deux évènements précédents, dire s'il est possible ou impossible lorsqu'on effectue l'expérience aléatoire.
 (b) Déterminer la probabilité de l'évènement « On obtient deux nombres premiers ».
- On obtient un « double » lorsque les deux boules tirées portent le même numéro.
 Justifier que la probabilité d'obtenir un « double » lors de cette expérience, est $\frac{1}{4}$.
- Dans cette question, aucune justification n'est attendue.

On souhaite simuler cette expérience 1 000 fois.

Pour cela, on a commencé à écrire un programme, à ce stade, encore incomplet. Voici des copies d'écran :

Script principal

Bloc « Tirer deux boules »

Boule bleue, Boule rouge et Nombre de doubles sont des variables.
 Le bloc **Tirer deux boules** est à insérer dans le script principal.

- (a) Par quels nombres faut-il remplacer les lettres A, B et C?
- (b) Dans le script principal, indiquer où placer le bloc **Tirer deux boules**
- (c) Dans le script principal, indiquer où placer le bloc **mettre Nombre de doubles** à **0**
- (d) On souhaite obtenir la fréquence d'apparition du nombre de « doubles » obtenus.
Parmi les instructions ci-dessous, laquelle faut-il placer à la fin du script principal après la boucle « répéter »?

Proposition ①	Proposition ②	Proposition ③
dire Nombre de doubles	dire Nombre de doubles / 1000	dire Nombre de doubles / 2

Corrigé

- On définit les deux évènements suivants : « On obtient deux nombres premiers » et « La somme des deux nombres est égale à 12 »
 - [2 points]** Il est possible de tirer deux nombres premiers :

$$(2; 2), (2;3), (2; 5), (3; 2), (3; 3), (3; 5).$$
 - [2 points]** La somme la plus grande est $4 + 5 = 9$. De ce fait, 12 est donc impossible à atteindre.
 - [6 points]** Déterminer la probabilité de l'évènement « On obtient deux nombres premiers ». Il y a $3 \times 4 = 12$ tirages différents et on a vu qu'il y en avait 6 donnant deux nombres premiers. La probabilité est donc égale à $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0,5$.
- [4 points]** Justifier que la probabilité d'obtenir un « double » lors de cette expérience, est $\frac{1}{4}$.
On peut obtenir les doubles (2; 2), (3; 3) et (4; 4), donc 3 doubles sur 12 tirages possibles. La probabilité de tirer un double est donc égale à $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.
- [3 points]** Par quels nombres faut-il remplacer les lettres A, B et C?
Il faut remplacer A par 1 000, B par 4 et C par 5.
 - Dans le script principal, indiquer où placer le bloc Tirer deux boules**
[2 points] Il faut insérer le bloc après répéter 1 000 fois (ou avant le test Si).
 - Dans le script principal, indiquer où placer le bloc mettre Nombre de doubles** à **0**
[2 points] Il faut insérer le bloc avant répéter 1 000 fois (ou après quand le drapeau est cliqué).
 - [2 points]** Il faut placer à la fin la proposition ②.

EXERCICE 4

14 points

Soit f la fonction définie pour tout nombre x par :

$$f(x) = (2 - 3x)^2 - (x + 1)^2$$

- Calculer l'image de 1 par f .
- Développer et réduire $f(x)$.
- En utilisant une factorisation, montrer que :

$$f(x) = (3 - 2x)(1 - 4x)$$

- Déterminer les antécédents de 0 par f .



Corrigé

1. [2 points] L'image de 1 par f est $f(1) = -3$

2. [4 points] On développe et réduit $f(x)$ ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} f(x) &= (2 - 3x)^2 - (x + 1)^2 \\ f(x) &= 4 - 12x + 9x^2 - (x^2 + 2x + 1) \\ f(x) &= 4 - 12x + 9x^2 - x^2 - 2x - 1 \end{aligned}$$

$$f(x) = 8x^2 - 14x + 3$$

3. [4 points] En utilisant une factorisation, on obtient :

$$\begin{aligned} f(x) &= (2 - 3x)^2 - (x + 1)^2 \\ &= ((2 - 3x) - (x + 1))((2 - 3x) + (x + 1)) \\ &= (2 - 3x - x - 1)(2 - 3x + x + 1) \end{aligned}$$

$$f(x) = (3 - 2x)(1 - 4x)$$

4. [4 points] Les antécédents de 0 par f sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$ soit :

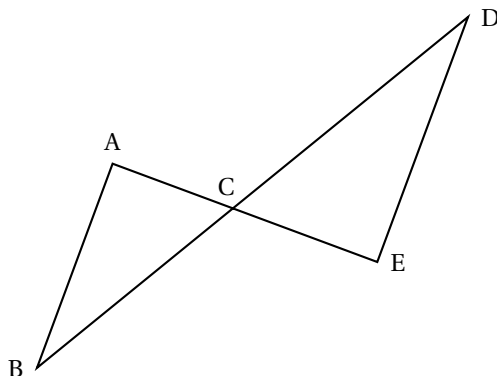
$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff (3 - 2x)(1 - 4x) = 0 \text{ C'est une EPN, donc par théorème} \\ &\iff (3 - 2x = 0) \text{ ou } (1 - 4x = 0) \\ &\iff \left(x = \frac{3}{2}\right) \text{ ou } \left(x = \frac{1}{4}\right) \end{aligned}$$

Les antécédents de 0 par f sont : $\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{4}$.

EXERCICE 5

17 points

Dans cet exercice, les distances sont exprimées en mètres.
 $AB = 400$, $AC = 300$, $BC = 500$ et $CD = 700$.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles

1. Calculer la longueur DE.
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle,
3. Calculer la mesure de l'angle \widehat{ABC} . Arrondir au degré.

Lors d'une course les concurrents doivent effectuer plusieurs tours du parcours représenté ci-dessus. Ils partent du point A, puis passent par les points B, C, D et E dans cet ordre puis de nouveau par le point C pour ensuite revenir au point A.

Evariste, le vainqueur, a mis 1 h 48 min pour effectuer les 5 tours du parcours. La distance parcourue pour faire un tour est 2 880 m.

4. Calculer la distance totale parcourue pour effectuer les 5 tours du parcours.
5. Calculer la vitesse moyenne d'Evariste en km/h. Arrondir au dixième.



Corrigé

1. [4 points] Calculer la longueur DE.

Les droites (AB) et (DE) étant parallèles, les points A, C, E et B, C, D étant alignés, on peut écrire d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{BC}$$

soit

$$\frac{DE}{400} = \frac{700}{500}$$

D'où

$$DE = 400 \times \frac{700}{500} = 560 \text{ m}$$

2. [3 points] On a

$$\begin{cases} BC^2 = 500^2 = 25000 \\ AB^2 + AC^2 = 400^2 + 300^2 = 16000 + 9000 = 25000 \end{cases}$$

On a donc $AB^2 + AC^2 = BC^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

3. [4 points] Par définition du cosinus d'un angle aigu, dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{400}{500} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\widehat{ABC} = \arccos(0,8) \approx 37^\circ$$

La calculatrice donne, en mode degré : $\widehat{ABC} \approx 36,8$, soit $\underline{37^\circ}$ au degré près.

4. [1 point] Les 5 tours représentent donc une longueur de $5 \times 2880 = 14400$ (m) ou 14,4 (km).

5. [5 points] Calculer la vitesse moyenne de Maltéo. Arrondir à l'unité.

On a :

$$1 \text{ h } 48 \text{ min} = 60 + 48 = 108 \text{ min} = \frac{108}{60} \text{ h} = 1,8 \text{ h.}$$

La vitesse moyenne est égale au quotient de la distance parcourue par le le temps mis pour faire les 5 tours :

$$v = \frac{14400 \text{ m}}{108 \text{ min}} = \frac{14,400 \text{ km}}{1,8 \text{ h}}$$

Soit

$$v = 8 \text{ km/h}$$

La vitesse moyenne de Maltéo, arrondie à l'unité est de 8 (km/h).



Remarque

Remarque : non demandé :

Pour calculer la longueur d'un parcours, il reste à calculer CE.

Or les droites (AB) et (DE) étant parallèles, la droite (AC) perpendiculaire à (AB) est aussi perpendiculaire à (DE), donc le triangle CDE est rectangle en E.

D'après le théorème de Pythagore :

$$CE^2 + ED^2 = CD^2 \text{ ou } CE^2 + 560^2 = 700^2, \text{ soit } CE^2 = 700^2 - 560^2 = (700 + 560) \times (700 - 560) = 1260 \times 140 = 176400.$$

$$\text{D'où } CE = \sqrt{176400} = 420 \text{ (m).}$$

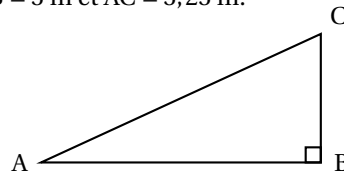
$$\text{Longueur d'un parcours : } AB + BC + CD + DE + EC + CA = 400 + 500 + 700 + 560 + 420 + 300 = 2880.$$

EXERCICE 6

9 points

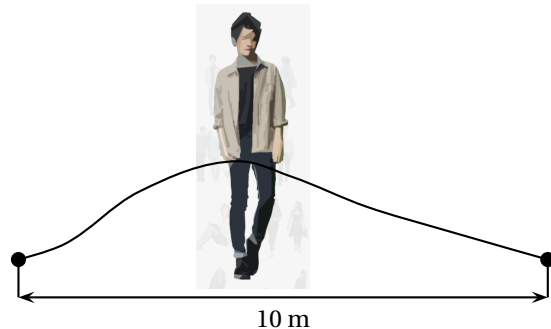
1. Le triangle ABC rectangle en B ci-dessous est tel que $AB = 5$ m et $AC = 5,25$ m.

Calculer, en m, la longueur BC.
Arrondir au dixième.



2. Une corde non élastique de 10,5 m de long est fixée au sol par ses deux extrémités entre deux poteaux distants de 10 m.

Melvin qui mesure 1,55 m pourrait-il passer sous cette corde sans se baisser en la soulevant par le milieu?



Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans la notation.



Corrigé

1. [4 points] Le triangle ABC étant rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \iff 5^2 + BC^2 = 5,25^2$$

Donc

$$BC^2 = 5,25^2 - 5^2 = 2,5625$$

Puisque BC est positif (c'est une distance) la seule solution possible est :

$$BC = \sqrt{2,5625} \approx 1,60078$$

soit au dixième près.

$$\boxed{BC \approx 1,6 \text{ m}}$$

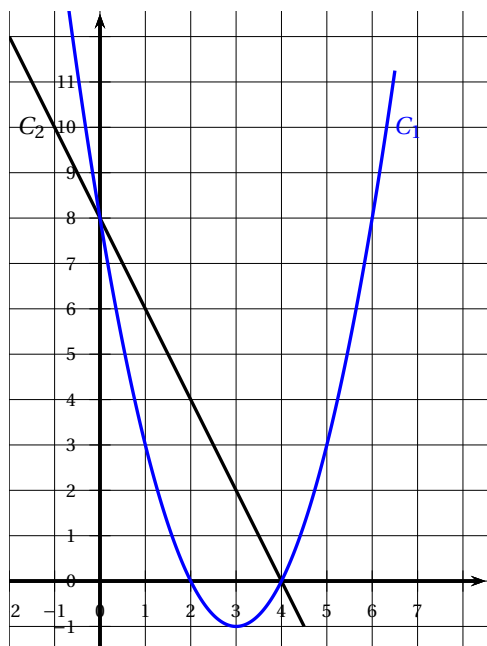
2. [5 points] Si la corde est tendue en son milieu on a la figure suivante composée de deux triangles rectangles identiques à celui de la question 1. :

Comme $1,55 < 1,60$, Melvin qui mesure 1,55 m pourra passer sous cette corde sans se baisser en la soulevant par le milieu.

EXERCICE 7

17 points

Les représentations graphiques C_1 et C_2 de deux fonctions sont données dans le repère ci-dessous. Une de ces deux fonctions est la fonction f définie par $f(x) = -2x + 8$ et l'autre une fonction g .



1. Justifier que la fonction f est représentée par la courbe C_2 .
2. Que vaut $f(3)$?
3. Calculer le nombre qui a pour image 6 par la fonction f .
4. Par lecture graphique, déterminer $g(6)$.
5. Par lecture graphique, déterminer les antécédents de 3 par g .

6.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$						

La feuille de calcul ci-dessus est destinée à calculer des valeurs de la fonction f . Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer vers la droite jusqu'à la cellule G2 afin d'obtenir ces valeurs?

↔ **Fin du devoir** ↔

Corrigé

1. [3 points] Justifier que la fonction f est représentée par la courbe C_2 .
 On sait que les représentations graphiques C_1 et C_2 sont celles de la fonction f définie par $f(x) = -2x + 8$ et l'autre d'une fonction g .

- Méthode 1.
 f est une fonction affine dont la représentation graphique est une droite qui est donc nécessairement la droite C_2 .
- Méthode 2.
 L'image de 1 par f est $f(1) = -2 \times 1 + 8 = 6$. Or sur le graphique, seule la courbe C_2 passe par le point de coordonnées (1 ; 6), c'est donc la courbe représentative de f .

2. [2 points] Que vaut $f(3)$?

$$f(3) = -2 \times 3 + 8 = -6 + 8 = 2$$

3. [4 points] Calculer le nombre qui a pour image 6 par la fonction f .

Il faut trouver x tel que $f(x) = 6$ soit :

$$f(x) = 6 \iff -2x + 8 = 6$$

$$\iff -2x = 6 - 8$$

$$\iff -2x = -2$$

$$\iff x = \frac{-2}{-2} = 1$$

Donc 1 a pour image 6 par f (lisible sur la représentation graphique).

4. [1 point] Par lecture graphique, déterminer $g(6)$.

Par lecture graphique $g(6) = 8$.

5. [3 points] Par lecture graphique, déterminer les antécédents de 3 par g .

Par lecture graphique, les antécédents de 3 par g sont 1 et 5.

6. [4 points] On peut écrire dans la cellule B2 : $= 8 - 2 * B1$.