Correction BREVET BLANC

SESSION 2022

Épreuve de :

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

Le Lycée Français de New York

SUJET

Durée de l'épreuve : 2 heures

Le sujet comporte 15 pages numérotées de 1/15 à 15/15
Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée (*circulaire n^o 99-186 du 16 novembre 1999*)

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé

Le sujet est composé de 5 exercices indépendants
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient

BARÈME (sur 100 points)			
Exercice 1	:	24	points
Exercice 2	:	20	points
Exercice 3	:	20	points
Exercice 4	:	20	points
Exercice 5	:	16	points

Vous rendrez le sujet et l'annexe avec votre copie
en précisant le nom de votre professeur.e de Mathématiques

Exercice 1 — 24 points

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer sur la copie, si elle est vraie ou fausse.

On rappelle qu' une réponse non justifiée ne rapportera aucun point.

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 7$

Affirmation 1

« L'image par f du nombre -1 est 2 ».

Corrigé (4 pts)

- L'image par f du nombre -1 est donnée par $f(-1)$.
- Or on a :

$$f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$$

- L'affirmation 1 est donc fausse.

2. On considère l'expression $\mathrm{E} = (x-5)(x+1)$.

Affirmation 2

« L'expression E a pour forme développée et réduite $x^2 - 4x - 5$ ».

Corrigé (4 pts)

$$\begin{aligned} E &= (x-5)(x+1) \\ &= x^2 + x - 5x - 5 \\ E &= \underline{x^2 - 4x - 5} \end{aligned}$$

L'affirmation 2 est donc vraie.

3. n est un nombre entier positif.

Affirmation 3

« Lorsque n est égal à 5, le nombre $2^n + 1$ est un nombre premier ».

Corrigé (4 pts)

- Lorsque n est égal à 5, le nombre $2^n + 1$ est égal à :

$$2^n + 1 = 2^5 + 1 = 33$$

- Or $33 = 3 \times 11$ donc il est divisible par 3 et 11, en plus de lui-même et de 1.
  Il admet donc plus de 2 diviseurs (1, 3, 11 et 33), de ce fait il n'est pas premier.
- L'affirmation 3 est donc fausse.

4. On a lancé 15 fois un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et on a noté les fréquences d'apparition dans le tableau ci-dessous :

Numéro de la face apparente	1	2	3	4	5	6
Fréquence d'apparition	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\dots$

Affirmation 4

« La fréquence d'apparition du 6 est 0 ».

Corrigé (4 pts)

- On sait que la somme des fréquences d'apparition des faces du dé est égale à 1.
- Donc si f_6 est la fréquence d'apparition du 6, on a :

$$\frac{3}{15}+\frac{4}{15}+\frac{5}{15}+\frac{2}{15}+\frac{1}{15}+f_6=1$$

ou

$$\frac{15}{15}+f_6=1$$

- Donc $f_6=0$ et l'affirmation 4 est donc vraie.

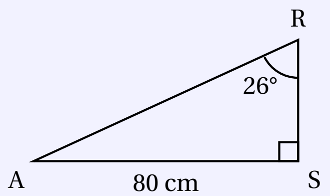
5. On considère un triangle RAS rectangle en S.
Le côté [AS] mesure 80 cm et l'angle $\widehat{ARS}$ mesure 26°.

Affirmation 5

Le segment [RS] mesure environ 164 cm.

Corrigé (4 pts)

- Le triangle RAS rectangle en S :



- D'après les relations trigonométriques on a :

$$\tan\widehat{ARS}=\frac{AS}{RS}$$

- Soit

$$\tan 26°=\frac{80}{RS}\iff RS=\frac{80}{\tan 26°}\approx 164{,}024$$

- L'affirmation 5 est donc vraie .

6. Voici les températures relevées en degré Celsius (noté °C) pendant sept jours dans une même ville :

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Température en °C	5 °	7 °	11 °	8 °	5 °	6 °	12 °

Affirmation 6

La médiane de ces sept températures est égale à 8 °C.

Corrigé (4 pts)

On classe les valeurs par ordre croissant :

	1$^{\text{re}}$	2$^{\text{e}}$	3$^{\text{e}}$	4$^{\text{e}}$	5$^{\text{e}}$	6$^{\text{e}}$	7$^{\text{e}}$
Température en °C	5 °	5 °	6 °	7 °	8 °	11 °	12 °

- Méthode 1 :
  - Il y a 7 valeurs donc la médiane est la 4$^{\text{e}}$ valeur soit 7 °C
  - L'affirmation 6 est donc fausse.
- Méthode 2 :
  On peut aussi dire qu'il y a seulement 3 valeurs sur 7 qui sont supérieures ou égales à 8, donc 8 ne peut pas être une médiane de la série.

EXERCICE 2 — 20 points

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

Programme A

```
quand [drapeau] est cliqué
demander (choisir un nombre) et attendre
mettre [nombre choisi] à (réponse)
mettre [Valeur 1] à ((1) + (nombre choisi))
mettre [Valeur 2] à ((3) * (Valeur 1))
mettre [résultat] à ((Valeur 2) - (3))
dire (regrouper (On obtient) et (résultat)) pendant (2) secondes
```

Programme B

```
quand [drapeau] est cliqué
demander (choisir un nombre) et attendre
mettre [nombre choisi] à (réponse)
mettre [Valeur 1] à ((nombre choisi) + (3))
mettre [Valeur 2] à ((nombre choisi) - (5))
mettre [résultat] à ((Valeur 1) * (Valeur 2))
dire (regrouper (On obtient) et (résultat)) pendant (2) secondes
```

Programme C

- Choisir un nombre
- Multiplier par 7
- Ajouter 3
- Soustraire le nombre de départ

1.

(a) Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ alors le programme A affiche pendant 2 secondes « On obtient 3 ».

Corrigé (2 pts)

On obtient successivement :

Programme A

Étape 1	nombre choisi $= 1$
Étape 2	valeur 1 $= 1 + 1 = 2$
Étape 3	valeur 2 $= 3 \times 2 = 6$
Étape 4	résultat $= 6 - 3 = 3$

(b) Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ alors le programme B affiche pendant 2 secondes « On obtient -15 ».

Corrigé (3 pts)

On obtient successivement :

Programme B

Étape 1	nombre choisi $= 2$
Étape 2	valeur 1 $= 2 + 3 = 5$
Étape 3	valeur 2 $= 2 - 5 = -3$
Étape 4	résultat $= 5 \times (-3) = -15$

2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C ?

Corrigé (3 pts)

On obtient successivement :

Programme C

Étape 1	nombre choisi $= x$
Étape 2	$7x$
Étape 3	$7x+3$
Étape 4	$7x+3-x=6x+3$

3. Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison ?

Corrigé (3 pts)

- Avec le programme B cette affirmation est fausse puisque dans la question 1b, on a montré qu'avec 2 au départ on obtenait -15. On n'obtient donc pas le triple de 2 qui est 6.

- Avec le programme A, partons d'un nombre x quelconque :

  Programme A

Étape 1	nombre choisi $= x$
Étape 2	valeur 1 $= 1+x$
Étape 3	valeur 2 $= 3\times(1+x)=3x+3$
Étape 4	résultat $= 3x+3-3=3x$

  On obtient bien $3x$ qui est le triple du nombre de départ avec le programme A, donc l'élève a raison.
- On peut s'arrêter ici et ne pas étudier le programme C.
  Pour le discréditer cependant, un contre-exemple suffit.
  Avec $x=0$, on obtient $6\times 0+3$ qui n'est pas le triple de 0.

4.
   (a) Résoudre l'équation $(x+3)(x-5)=0$.

Corrigé (3 pts)

Soit l'équation :

$$(x+3)(x-5)=0$$

C'est une équation produit nul donc pat théorème, ce produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul :

$$x+3=0 \quad \text{ou} \quad x-5=0$$

Soit

$$\boxed{x=-3 \text{ ou } x=5}$$

Les solutions de l'équation sont donc -3 et 5.

   (b) Pour quelles valeurs de départ le programme B affiche-t-il « On obtient 0 » ?

Corrigé (3 pts)

- On part de x avec le programme B :

Programme B

Étape 1	nombre choisi $= x$
Étape 2	valeur 1 $= x+3$
Étape 3	valeur 2 $= x-5$
Étape 4	résultat $= (x+3)\times(x-5)$

- Chercher les valeurs de départ pour que le programme B affiche « On obtient 0 » revient donc à résoudre l'équation $(x+3)\times(x-5)=0$.
  Cette équation a été résolue lors de la question 4a, les solutions du problème sont donc -3 et 5.
- Donc le programme B donne à partir de -3 et à partir de 5 le nombre 0.

5. Pour quelle(s) valeur(s) de départ le programme C affiche-t-il le même résultat que le programme A ?

Corrigé (3 pts)

- En partant de x, le programme A donne $3x$ et le programme C donne $6x+3$.
- Il faut donc trouver une valeur de x telle que :

$$6x+3=3x$$

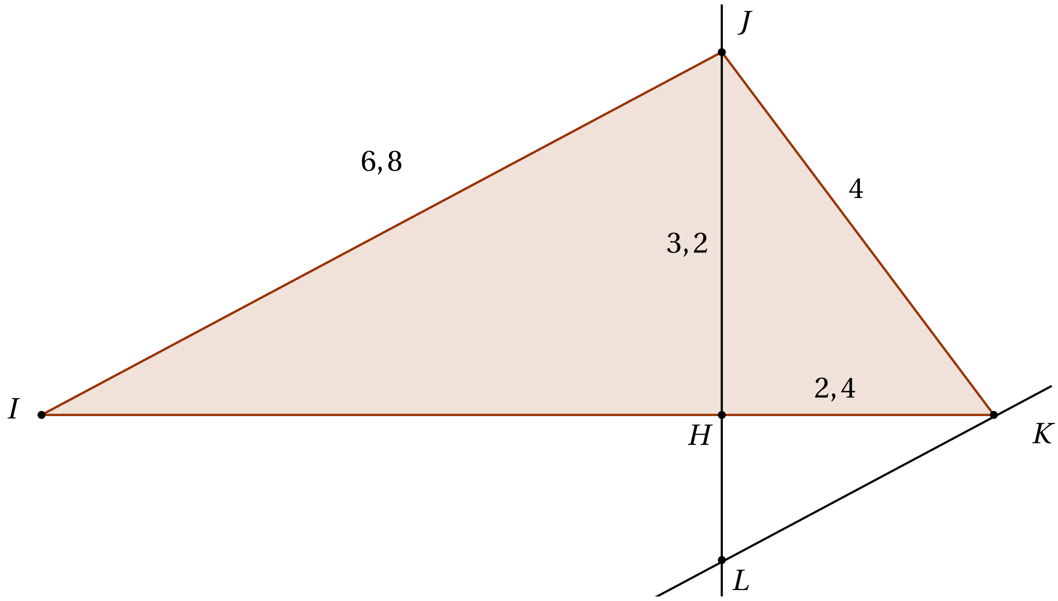
- En utilisant la résolution par équivalences successives :

$$\begin{aligned} 6x+3=3x &\iff 6x+3-3x=3x-3x \\ &\iff 3x+3=0 \\ &\iff 3x+3-3=0-3 \\ &\iff 3x=-3 \\ &\iff \frac{3x}{3}=\frac{-3}{3} \\ &\iff x=-1 \end{aligned}$$

- Le nombre -1 donne par A ou C le même résultat.
- *Non demandé : ce résultat est :* $3\times(-1)=-3$.

EXERCICE 3 **20 points**

On considère la figure ci-dessous qui n'est pas réalisée en vraie grandeur.
L'unité utilisée est le centimètre. Les points I, H et K sont alignés.
On a en cm : $IJ = 6,8$; $JK = 4$; $JH = 3,2$ et $HK = 2,4$.



1. Démontrer que les droites (IK) et (JH) sont perpendiculaires.

Corrigé (5 pts)

Si le triangle JKH est rectangle, c'est forcément en H car $[JK]$ est le plus grand côté. On a :

D'une part :	et	D'autre part :
$JK^2 = 4^2$		$JH^2 + KH^2 = 3,2^2 + 2,4^2$
$JK^2 = 16$		$JH^2 + KH^2 = 10,24 + 5,76$
		$JH^2 + KH^2 = 16$

Conclusion : $JK^2 = JH^2 + KH^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle JKH est rectangle en H.

2. Démontrer que IH = 6 cm.

Corrigé (5 pts)

Dans le triangle HIJ rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$IJ^2 = HI^2 + HJ^2$$
$$6{,}8^2 = HI^2 + 3{,}2^2$$
$$HI^2 = 6{,}8^2 - 3{,}2^2$$
$$HI^2 = 46{,}24 - 10{,}24$$
$$HI^2 = 36$$

Or HI est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$HI = \sqrt{36}$$
$$HI = \underline{6 \text{ cm}}$$

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{HJK}}$, arrondie au degré.

Corrigé (5 pts)

Le triangle HKJ est rectangle en H donc :

$$\sin\widehat{\text{HJK}} = \frac{HK}{JK} \quad \text{soit} \quad \sin\widehat{\text{HJK}} = \frac{2,4}{4}$$

Donc arrondie au degré

$$\boxed{\widehat{\text{HJK}} = \arcsin\left(\frac{2,4}{4}\right) \approx \underline{37°}}$$

Remarque : les calculatrices anglo-saxonnes utilisent la notation $\sin^{-1}$ *pour* arcsin *. Cette notation n'est plus utilisée en France depuis quelques années. On peut donc aussi écrire :*

$$\boxed{\widehat{\text{HJK}} = \sin^{-1}\left(\frac{2,4}{4}\right) \approx \underline{37°}}$$

4. On a construit un point L sur la droite (JH) tel que $HL = 1,28$ cm, comme sur la figure ci-dessus. Les droites (IJ) et (KL) sont-elles parallèles ?

Corrigé (5 pts)

- D'une part :

$$\frac{HK}{HI} = \frac{2,4}{6} = 0,4$$

D'autre part part :

$$\frac{HL}{HJ} = \frac{1,28}{3,2} = 0,4$$

- Données : Les points I, H, K et J, H, L sont alignés sur deux droites sécantes en H dans cet ordre.
- Conclusion.
  On a donc égalité, $\frac{HK}{HI} = \frac{HL}{HJ}$. De ce fait, d'après la *réciproque du théorème de Thalès*, Les droites (KL) et (IJ) sont parallèles.

EXERCICE 4 — 20 points

PARTIE 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1. Donner sans justification les issues possibles.

> **Corrigé (2 pts)**
>
> Les issues sont : $\boxed{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 6}$.
>
> *Non demandé : on notant Ω, l'univers associé à cette expérience aléatoire, c'est à dire l'ensemble des issues possibles on a :*
>
> $$\Omega = \{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 6\}$$

2. Quelle est la probabilité de l'évènement A : " On obtient 2 " (pas de justification attendue) ?

> **Corrigé (1 pt)**
>
> Puisque le dé est bien équilibré, on suppose l'équiprobabilité des tirages. Chaque issue à la même probabilité de se réaliser.
>
> La probabilité d'obtenir le 2 (comme les autres nombres) est donc :
>
> $$\boxed{P(A) = \frac{1}{6}}$$

3. Quelle est la probabilité de l'évènement B : " On obtient un nombre impair " ?

> **Corrigé (2 pts)**
>
> Il y a 3 nombres impairs (ou pairs) sur un total de 6. Puisqu'il y a équiprobabilité, la probabilité de l'évènement B est donc égale à
>
> $$\boxed{P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}}$$

PARTIE 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle " score " la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement C : " le score est 13 " ?

   Comment appelle-t-on un tel évènement ?

> **Corrigé (3 pts)**
>
> La plus grande somme possible étant 12, l'évènement C est l'évènement impossible et sa probabilité est nulle.

2. Dans le tableau à double entrée donné en ANNEXE, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

   (a) Compléter, sans justifier, le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie. Ce tableau nous donne les 36 issues possibles correspondant à l'expérience.

Corrigé (2 pts)

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

(b) Donner la liste des scores possibles.

Corrigé (2 pts)

Les 11 scores possibles sont :

$$\boxed{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}$$

3. (a) Déterminer la probabilité de l'évènement D : " le score est 10 ".

Corrigé (2 pts)

- Il y a 36 issues possibles dans cette expérience aléatoire.
- On a en utilisant le tableau :

$$10 = 4 + 6 = 5 + 5 = 6 + 4$$

Donc l'évènement D est réalisé par 3 issues sur 36, chaque issue ayant la même probabilité. De ce fait :

$$\boxed{P(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}}$$

(b) Déterminer la probabilité de l'évènement E : " le score est un multiple de 4 ".

Corrigé (3 pts)

- Il y a 36 issues possibles dans cette expérience aléatoire.
- Les multiples de 4 sont :

$$4\ ;\ 8 \text{ et } 12$$

- D'après le tableau :
  - le score 4 est réalisé par 3 issues : (3,1) ; (2,2) et (1,3).
  - le score 8 est réalisé par 5 issues : (6,2) ; (5,3) ...
  - le score 12 est réalisé par 1 issue : (6,6) .
- Donc l'évènement E est réalisé par 9 issues sur 36, chaque issue ayant la même probabilité. De ce fait :

$$\boxed{P(E) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}}$$

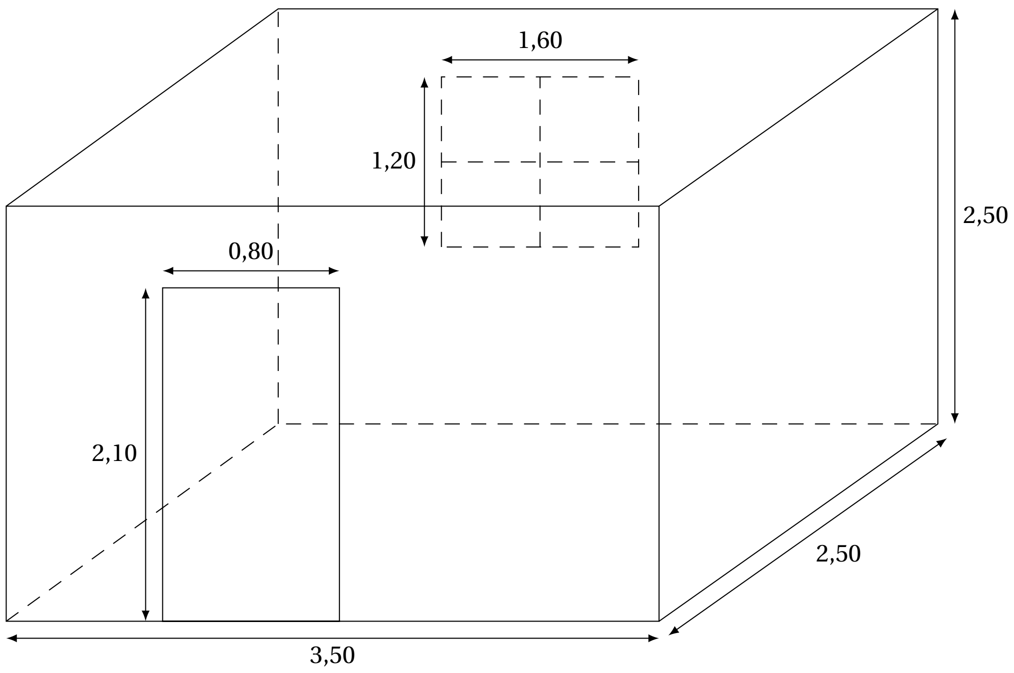
(c) Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

Corrigé (3 pts)

- Les scores premiers sont : 2, 3, 5, 7 et 11 et ils sont réalisés par un total de 15 issues sur 36.
- Les scores strictement plus grand que 7 sont : 8, 9, 10, 11 et 12 et ils sont aussi réalisés par un total de 15 issues sur 36.
- Le score obtenu a donc autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

Exercice 5 — 16 points

On souhaite rénover une salle de bain qui a la forme d'un parallélépipède rectangle.
Il faut coller du papier peint sur les quatre murs. On n'en colle pas sur la porte, ni sur la fenêtre.
Voici un schéma de la salle de bain, les dimensions sont exprimées en mètre :



On dispose des informations suivantes :

Prix du papier peint :

- le papier peint est vendu au rouleau entier;
- un rouleau coûte 16,95 €;
- un rouleau permet de recouvrir 5,3 m^2.

Conseil du vendeur :
« *prévoir 1 rouleau de papier peint en plus afin de compenser les pertes liées aux découpes.* »

Prix de la colle :

- la colle est vendue au pot entier;
- un pot a une masse de 0,2 kg;
- un pot coûte 5,70 €.

Conseil du vendeur :
« *compter 1 pot de colle pour 4 rouleaux de papier peint .* »

1. Montrer que la surface à recouvrir de papier peint est de 26,4 m^2. Détaillez avec soin vos différents calculs.

Corrigé (5 pts)

Pour trouver l'aire de la surface à recouvrir de papier peint, nous allons calculer :

• Aire des deux faces avant et arrière :

$$2 \times 3,5 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} = 17,5 \text{ m}^2$$

• Aire des deux faces sur les côtés :

$$2 \times 2,5 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} = 12,5 \text{ m}^2$$

• Aire de la porte :

$$2,1 \text{ m} \times 0,8 \text{ m} = 1,68 \text{ m}^2$$

• Aire de la fenêtre :

$$1,6 \text{ m} \times 1,2 \text{ m} = 1,92 \text{ m}^2$$

Ainsi l'aire de la surface à recouvrir de papier peint :

$$7,5\text{ m}^2 + 12,5\text{ m}^2 - 1,68\text{ m}^2 - 1,92\text{ m}^2 = \underline{26,4\text{ m}^2}$$

2. Calculer le prix, en euro, d'un mètre carré de papier peint. Arrondir au centime d'euro.

Corrigé (4 pts)

16,95 € pour 5,3 m^2 donne un prix au m^2 de $\dfrac{16,95}{5,3} \approx 3,198$ soit <u>3,20 €</u> au centime près.

16,95 €	?
5,3 m^2	1 m^2

3. Si on suit les conseils du vendeur, combien coûtera la rénovation de la salle de bain ?

Corrigé (7 pts)

- <u>Calcul du nombre de rouleaux</u>.
  - La surface à recouvrir de papier est de 26,4 m^2. Or un rouleau coûte 16,95 € et permet de recouvrir 5,3 m^2.
  - Il faut donc en principe $\dfrac{26,4}{5,3} \approx 4,98$ soit 5 rouleaux à l'unité près.
  - Conseil du vendeur : « *prévoir 1 rouleau de papier peint en plus afin de compenser les pertes liées aux découpes.* »
  - Donc avec 1 rouleau de plus pour les pertes, il faudra donc acheter <u>6 rouleaux</u>.
  - Prix du papier peint :

$$6 \times 16,95€ = 101,70€$$

- <u>Calcul du nombre de pots de colle</u>.
  - la colle est vendue au pot entier, un pot coûte 5,70 €.
  - Conseil du vendeur : « *compter 1 pot de colle pour 4 rouleaux de papier peint* . »
  - Il faut donc 2 pots de colle.
  - Prix de la colle :

$$2 \times 5,70€ = 11,40€$$

- <u>Dépenses totales</u> :

$$\boxed{101,70€ + 11,40€ = 113,10€}$$

Fin du devoir

Nom, Prénom et professeur.e de maths

Nom : ....

Prénom : ....

Nom de votre professeur.e de Maths : ....

ANNEXE de l'exercice 4, Partie 2, question 2. a. à rendre avec votre copie et le sujet

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				7		
4		6				
5						
6						