Brevet Blanc de Mathématiques

Collège Victor Duruy

75007 Paris

Mars 2015

Durée de l'épreuve : 2 h 00

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4
Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée
(circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999)

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé

Prenez soin de justifier et de rédiger vos réponses

Exercice 1.

1. Calculer PGCD (78 ; 130), en précisant la méthode employée et vos calculs.
2. Victor est un pâtissier confiseur, il veut vendre tous ses chocolats et ses biscuits dans des boîtes identiques. Chaque jour il peut fabriquer 78 chocolats et 130 biscuits. Avec sa production du jour, il veut remplir des boîtes contenant chacune, d'une part le même nombre de chocolats et d'autre part le même nombre de biscuits.
   a. Justifier que 26 est le maximum de boîtes qu'il peut obtenir.
   b. Quel est alors le nombre de chocolats et le nombre de biscuits dans chaque boîte ?

Exercice 2.

On considère les deux programmes de calcul suivants :

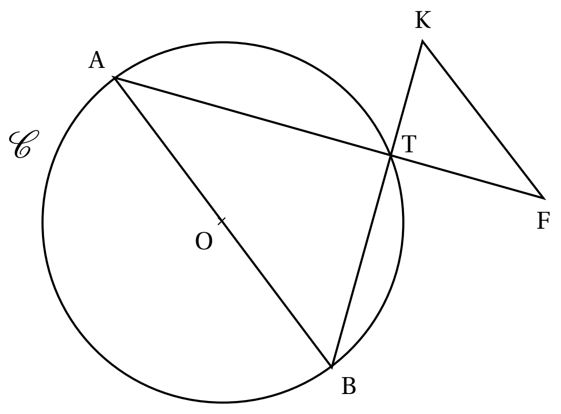
Programme A	**Programme B**
• Choisir un nombre de départ • Soustraire 1 au nombre choisi • Calculer le carré de la différence obtenue • Ajouter le double du nombre de départ au résultat • Écrire le résultat obtenu	• Choisir un nombre de départ • Calculer le carré du nombre choisi • Ajouter 1 au résultat • Écrire le résultat obtenu

1. Montrer que, lorsque le nombre de départ est 3, le résultat obtenu avec le programme A est 10.
2. Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on avec le programme B ?
3. Lorsque le nombre de départ est -2, quel résultat obtient-on avec le programme A ?
4. Quel(s) nombre(s) faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu avec le programme B soit 5 ?
5. Henri prétend que les deux programmes de calcul fournissent toujours des résultats identiques. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Exercice 3.

La figure ci-dessous, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, représente un cercle $\mathscr{C}$ et plusieurs segments. On dispose des informations suivantes :

- [AB] est un diamètre du cercle $\mathscr{C}$ de centre O.
- K et F sont deux points extérieurs au cercle $\mathscr{C}$.
- Les segments [AF] et [BK] se coupent en un point T situé sur le cercle $\mathscr{C}$.
- AT = 12 cm, BT = 9 cm, TF = 4 cm, TK = 3 cm.



1. Démontrer que le triangle ATB est rectangle.
2. Calculer la mesure du rayon [OA] du cercle $\mathscr{C}$.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAT}$ arrondie au degré près.
4. Les droites (AB) et (KF) sont-elles parallèles ?
5. Calculer l'aire du triangle TKF.

Exercice 4.

Voici trois calculs effectués à la calculatrice. Détailler ces calculs afin de comprendre les résultats donnés par la calculatrice :

Calcul n° 1 :

$$A = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} \div \frac{3}{4} = \frac{11}{18}$$

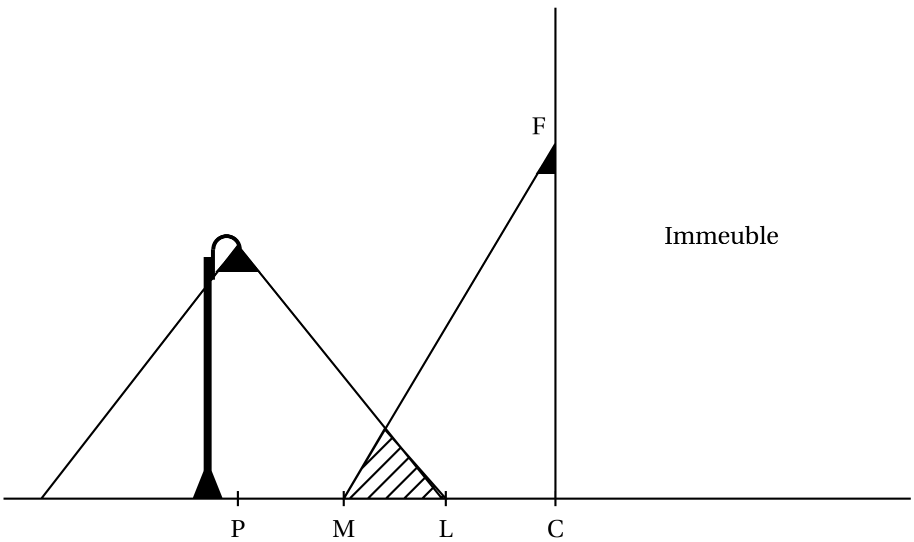
Calcul n° 2 :

$$B = \sqrt{18} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

Calcul n° 3 :

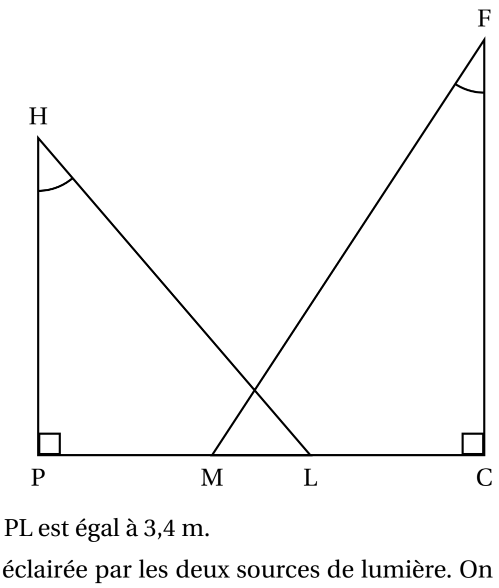
$$C = \frac{8 \times 10^{15} + 2 \times 10^{15}}{8 \times 10^{7} \times 2 \times 10^{8}} = \frac{5}{8}$$

Exercice 5.



On s'intéresse à la zone au sol qui est éclairée la nuit par deux sources de lumière : le lampadaire de la rue et le spot fixé en F sur la façade de l'immeuble.

On réalise le croquis ci-contre qui n'est pas à l'échelle, pour modéliser la situation :
On dispose des données suivantes :
PC = 5,5 m ; CF = 5 m ; HP = 4 m ;
$\widehat{MFC} = 33\ °$; $\widehat{PHL} = 40\ °$

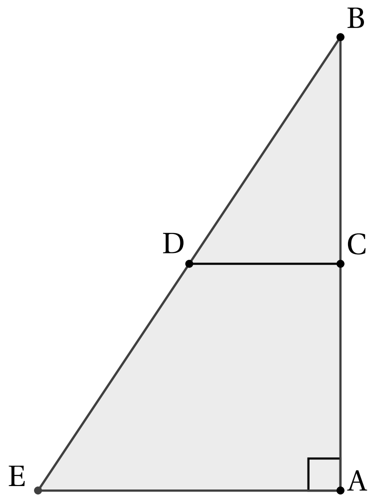


1. Justifier que l'arrondi au décimètre de la longueur PL est égal à 3,4 m.
2. Calculer la longueur LM correspondant à la zone éclairée par les deux sources de lumière. On arrondira la réponse au décimètre.
3. On effectue des réglages du spot situé en F afin que M et L soient confondus.
   Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CFM}$. On arrondira la réponse au degré.

Exercice 6.

Pour construire un mur vertical, il faut parfois utiliser un coffrage et un étayage qui maintiendra la structure verticale le temps que le béton sèche. Cet étayage peut se représenter par le schéma suivant qui n'est pas à l'échelle. Les poutres de fer sont coupées et fixées de façon que :

- Les segments [AB] et [AE] sont perpendiculaires ;
- C est situé sur la barre [AB] ;
- D est situé sur la barre [BE] ;
- AB = 3,5 m ; AE = 2,625 m et CD = 1,5 m.



1. Calculer BE.
2. Les barres [CD] et [AE] sont parallèles. À quelle distance de B faut-il placer le point C ?

Exercice 7.

Tom doit calculer $3,5^2$.
« Pas la peine de prendre la calculatrice », lui dit Julie, « tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25 ».

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
2. Calculer de façon similaire le carré de 7,5 et donner le résultat.
3. Julie propose la conjecture suivante, pour tout entier naturel n :

$$(n+0,5)^2 = n(n+1)+0,25$$

   a. Pour tester sa conjecture avec plusieurs valeurs, Julie se propose d'utiliser un tableur. Elle obtient les résultats suivants :

	A	B	C
1	n	$n(n+1)+0,25$	$(n+0,5)^2$
2	0	0,25	0,25
3	1	2,25	2,25
4	2	6,25	6,25
5	3	12,25	12,25
6	4	20,25	20,25
7	5	30,25	30,25
8	6	42,25	42,25

   Quelle formule a-t-elle entrée dans la cellule $B2$ puis recopiée vers le bas pour obtenir les résultats de la colonne B ?

   b. Prouver que la conjecture de Julie est vraie, quel que soit l'entier n.

Exercice 8.

« Je prends un nombre entier. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le triple du nombre de départ au résultat et j'enlève 21. J'obtiens toujours un multiple de 10. »

Est-ce vrai ? Justifier.