Correction Devoir Surveillé n° 2

Triangles

Durée 1 heure - Coeff. 3

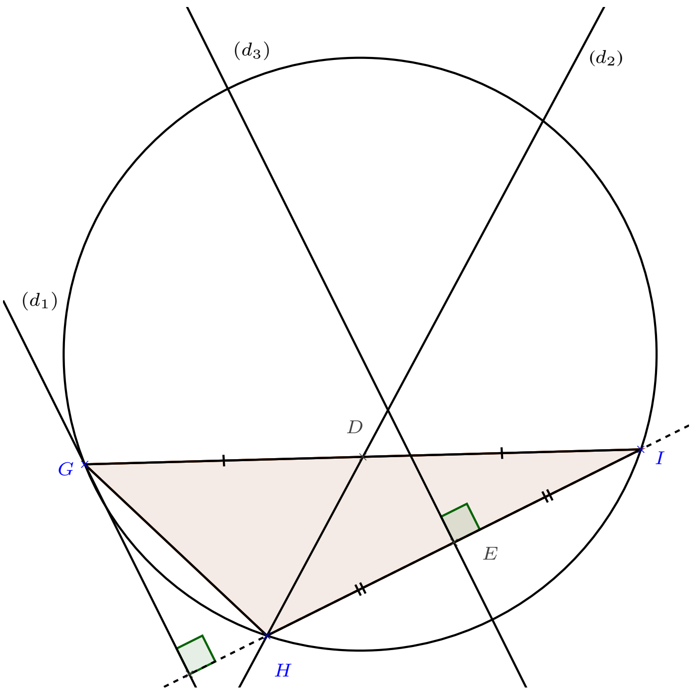
Exercice 1. QCM (3 points)

1.	A, B et C étant trois points non alignés, on a ?	$AB < AC + BC$		
2.	C est un point appartenant à un segment [AB] ; on a alors		$AC + CB = AB$	
3.	Dans un triangle ABC, la médiane issue du sommet B		coupe le côté [AC] en son milieu	
4.	Dans un triangle ABC, la hauteur issue du sommet C	est perpendiculaire à (AB)		
5.	Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point de concours de			ses médiatrices
6.	Le point de concours des hauteurs d'un triangle se nomme	orthocentre		

Exercice 2. Construction (3 points)

1. **Peut-on construire un triangle ABC dont les côtés mesurent 2cm, 5cm et 8 cm ? Si oui, le faire**.
   Le plus grand côté est supérieur à la somme des deux autres, en effet $8 > 2 + 5 = 7$ donc la construction est impossible d'après l'inégalité triangulaire.
2. **Peut-on construire un triangle DEF dont les côtés mesurent 7cm, 5cm et 8 cm ? Si oui, le faire**.
   Le plus grand côté est inférieur à la somme des deux autres, en effet $8 < 27 + 5 = 12$ donc la construction est possible d'après l'inégalité triangulaire.

Exercice 3. Droites remarquables (5 points)



1. Tracer sur cette feuille :
   1. a. (d_1), la hauteur issue de G dans le triangle GHI ;
   1. b. (d_2), la médiane issue de H dans le triangle GHI ;
   1. c. (d_3), la médiatrice du segment $[HI]$;
   1. d. Le cercle circonscrit du triangle GHI.
2. Sur votre copie :
   2. a. Démontrer que les droites (d_1) et (d_3) sont parallèles.
   Au collège, une démonstration se fait souvent en 3 étapes :

- **Étape 1 : Les données**
  - La droite (d_1) est perpendiculaire à la droite (HI) car c'est la hauteur issue de G dans le triangle GHI ;
  - La droite (d_3) est aussi perpendiculaire à la droite (HI) car c'est la médiatrice du segment $[HI]$.
- **Étape 2 : Le théorème**
  Or par théorème,

Théorème 1

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite,
Alors, elles sont parallèles entre elles.

- **Étape 3 : Conclusion**
  Donc par le *théorème 1*, $\boxed{\text{les droites } (d_1) \text{ et } (d_3) \text{ sont parallèles}}$ car elles sont toutes les deux perpendiculaires à une même troisième droite (HI) .

Exercice 4. Construction (6 points)

On considère la figure ci contre qui n'est pas en vraie grandeur.

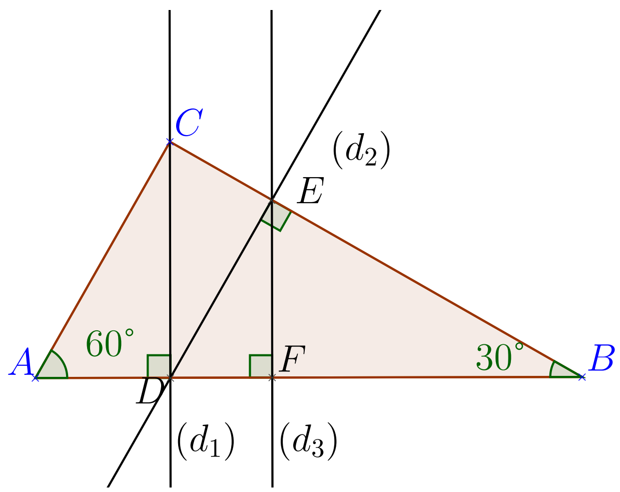
1. Construire en vraie grandeur le triangle ABC.

2. Construire (d_1), la hauteur issue de C dans le triangle ABC.
On nomme D le pied de la hauteur (d_1).

3. Construire (d_2), la hauteur issue de D dans le triangle CDB.
On nomme E le pied de la hauteur (d_2).

4. Construire (d_3), la hauteur issue de E dans le triangle DEB.
On nomme F le pied de la hauteur (d_3).

5. Que dire des droites (d_1) et (d_3) ? Démontrez-le.

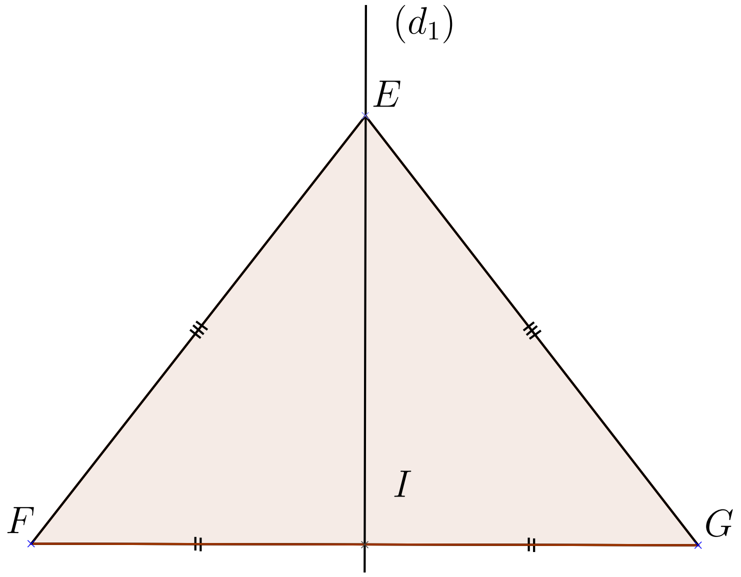


- **Étape 1 : Les données**
  - La droite (d_1) est perpendiculaire à la droite (AB) car c'est la hauteur issue de C dans le triangle ABC ;
  - La droite (d_3) est aussi perpendiculaire à la droite (AB) car c'est la hauteur issue de E dans le triangle EDB.
- **Étape 2 : Le théorème**
  Pas besoin ici de le réécrire.
- **Étape 3 : Conclusion**
  Donc toujours par le *théorème 1*, $\boxed{\text{les droites } (d_1) \text{ et } (d_3) \text{ sont parallèles}}$ car elles sont perpendiculaires à une même troisième droite (AB).

Exercice 5. Un triangle isocèle (3 points)

1. Construire EFG un triangle isocèle en E.

2. Construire (d_1) la médiane issue de E dans le triangle EFG. Elle coupe le segment [FG] en I.



3. Démontrer que la médiane (d_1) est aussi la médiatrice du segment [FG].

- **Étape 1 : Les données**
  - La droite (d_1) passe par le point I qui est le milieu de $[FG]$ et donc $IF = IG$
  - La droite (d_1) passe aussi par le sommet E qui est à la même distance des points F et G. En effet, EFG est isocèle en E et donc $EF = EG$

  Les points E et I de la droite (d_1) sont donc équidistants des extrémités F et G du segment $[FG]$.
- **Étape 2 : Le théorème**

  Théorème 2

  Si un point est équidistants aux extrémités d'un segment ,
  Alors, il appartient à la médiatrice de ce segment.
- **Étape 3 : Conclusion**
  Donc par le *théorème 2*, $\boxed{\text{la médiane } (d_1) \text{ est aussi la médiatrice du segment } [FG]}$.

- Fin du devoir -