Math93.com

TD 2 - Quatrième
Calcul littéral (Partie 1)

Les exercices suivants dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont corrigés intégralement en fin du présent TD.

Partie I. Expressions algébriques, calculs de valeurs

Exercice 1. Hauteur d'un missile (c)

L'expression $h(t)$ donne la hauteur en mètres, à laquelle se trouve un missile, t secondes après son lancement :

$$h(t) = 300t - 5t^2$$

On admet que la variable t peut prendre des valeurs comprises entre $t = 0$ *et* $t = 60$.

1. A quelle hauteur se trouve la fusée au décollage ?
2. A quelle hauteur se trouve la fusée 3 secondes après son lancement ?
3. Calculer $h(10)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.
4. A quelle hauteur se trouve la fusée 1 minute après son lancement ? Interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.
5. Calculer $h(61)$ ... discuter du résultat !

Remarque

On rappelle que :

$$\begin{aligned} 300t - 5t^2 &= 300 \times t - 5 \times t^2 \\ &= 300 \times t - 5 \times t \times t \end{aligned}$$

Exercice 2. Avec un tableur ... c'est la bella vita !

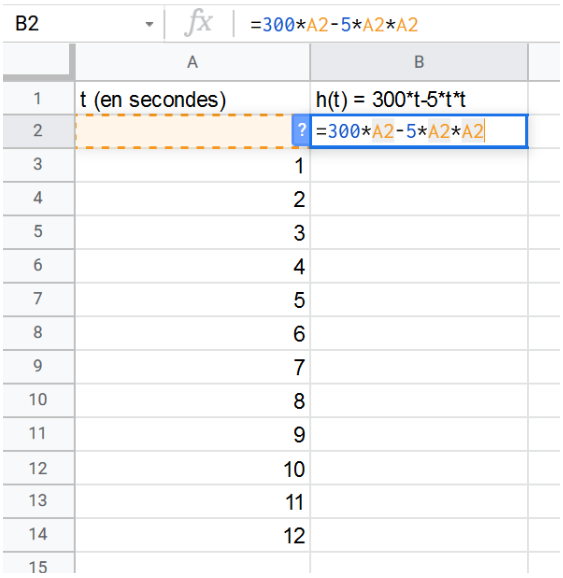
On se propose d'utiliser un tableur pour retrouver les résultats de l'exercice 1.

1. Ouvrez un **Google Sheets** et réalisez la feuille de calculs ci-contre.
2. Dans la cellule B2, saisir la formule :

$\boxed{= 300 * A2 - 5 * A2 * A2}$ ou $\boxed{= 300 * A2 - 5 * A2^2}$

3. Sélectionnez la cellule B2 puis tirer la poignée vers le bas jusqu'à la ligne 14.
4. Étendez votre tableau de valeurs afin de retrouver tous les résultats de l'exercice 1.

   C'est magique non ?!

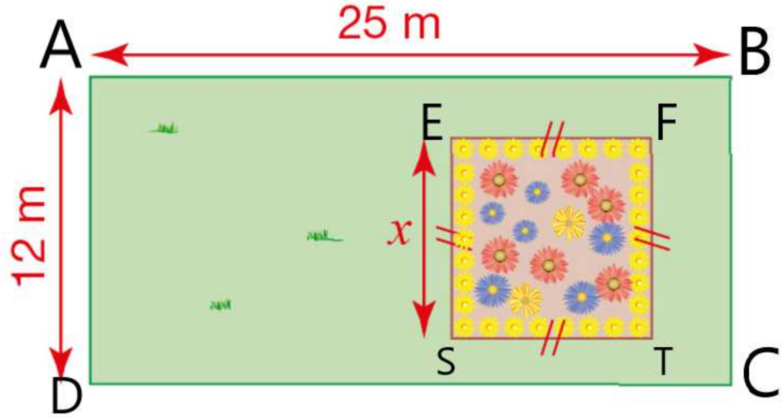


B2 fx =300*A2-5*A2*A2

	A	B
1	t (en secondes)	h(t) = 300*t-5*t*t
2		=300*A2-5*A2*A2
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	
10	8	
11	9	
12	10	
13	11	
14	12	
15		

Exercice 3. Un jardinier (c)

Un jardinier a semé de la pelouse sur un terrain rectangulaire autour d'un massif de fleurs de forme carré.
On ne connaît pas la longueur du côté du massif, on note x sa longueur, en mètre.
La variable x est donc un nombre positif strictement, ce que l'on peut noter : $x > 0$.



1. On note $A(x)$ l'aire, en m^2, de la pelouse.
   Exprimer $A(x)$ en fonction de la variable x.
2. Donner les valeurs possibles prises par la variable x.
3. Calculer $A(8)$, c'est à dire cette aire pour $x = 8$.
4. Calculer $A(10)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.
5. [Difficile *] Déterminer pour quelle valeur de x, l'aire de la pelouse est de 275 m^2.

Réponses
(1.) $A(x) = 300 - x^2$

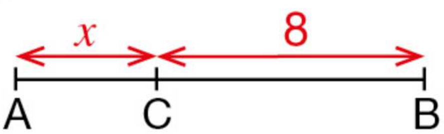
En complément :
▷ Exercices 5 à 7 page 146

Exercice 4. Longueur d'un segment

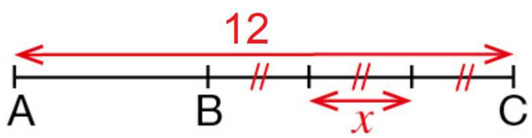
Soit x un nombre positif ou nul, ce que l'on note $x \geqslant 0$.
Dans chaque cas :

1. Exprimer la longueur du segment [AB] en fonction de la variable x.
2. Donner les valeurs possibles de la variable x (par exemple x doit être entre 0 et ...)

a.



b.



Exercice 5. Calculs de valeurs et tableau de valeurs

On donne les expressions suivantes :

$$A(x) = -2x^2 + 3x - 1 \text{ et } B(x) = (1 - 2x)(3 - 4x)$$

Vérifier par le calcul les résultats suivants résumés dans un tableau de valeurs :

x	-2	-1	0	1	2
$A(x)$	-15	-6	-1	0	-3

x	-2	-1	0	1	2
$B(x)$	55	21	3	1	15

On rappelle que l'on note $A(-2)$ la valeur prise par l'expression $A(x)$ quand on remplace x par (-2).

Partie II. Expressions algébriques et simple distributivité

Exercice 6. La simple distributivité ... c'est ma passion ! (c)

Utilisez la simple distributivité pour développer ou factoriser les expressions suivantes :

A compléter sur cette feuille

Développer et réduire :

a) $2(3x+1) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

b) $-(1-10b) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

c) $5(3+4c) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

d) $5x(2x+3) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

e) $5(3+4x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

f) $6(3x-1) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

g) $7x(2-3x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

h) $x(2x-1) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

i) $1-(5-10x) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$
$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Factoriser au maximum :

j) $5x+5 = 5 \times (\cdots\cdots + \cdots\cdots)$

k) $7b+21 = 7 \times (\cdots\cdots + \cdots\cdots)$

l) $2x^2+x = x \times (\cdots\cdots + \cdots\cdots)$

m) $3x^2+3x = 3x \times (\cdots\cdots + \cdots\cdots)$

n) $8x-4 = \cdots\cdots \times (\cdots\cdots + \cdots\cdots)$

o) $x^2+x = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

p) $5-15x = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

q) $2x^2+4x = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

r) $-3x^2+9x = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

Remarque

Astuce pour développer une expression du type $-(3-4x)$ pensez au fait que :

$$-(3-4x) = (-1) \times (3+4x) = (-1) \times 3 + (-1) \times (-4x) = -3+4x$$

Exercice 7. La simple distributivité ... c'est vraiment ma passion ! (c)

Utilisez la simple distributivité pour compléter les expressions suivantes :

A compléter sur cette feuille

a) $2(3a + \cdots\cdots) = \cdots\cdots + 10$

b) $x(3x - \cdots\cdots) = \cdots\cdots - 2x$

c) $\cdots\cdots(3x-1) = 6x^2 - 2x$

d) $\cdots\cdots(-6-8x) = 6+8x$

e) $7(3x - \cdots\cdots) = \cdots\cdots - 7$

f) $\cdots\cdots(x-8) = \cdots\cdots - 16$

g) $\cdots\cdots(2x-5) = 10x^2 - \cdots\cdots$

h) $\cdots\cdots(-3-4b) = 4b+3$

Exercice 8. Développements et simple distributivité

On considère l'expression suivante :

$$A(x) = -4x(2-2x) - 3(2-2x) - (2-2x)$$

1. Développer $A(x)$.
2. Calculer $A(x)$ en remplaçant x par 2, c'est à dire $A(2)$.
3. En étant astucieux, trouver un nombre x tel que $A(x) = 0$.

Partie III. Double distributivité

Exercice 9. La double distributivité ... j'adore aussi ! (c)

Utilisez la double distributivité pour **développer et réduire** les expressions suivantes :

A compléter sur cette feuille

a) $(x+1)(x+2) =$ ....
....

b) $(2x+3)(5+4x) =$ ....
....

c) $(2a+1)(3a+3) =$ ....
....

d) $(7+8b)(5+4b) =$ ....
....

e) $(1+x)(1-x) =$ ....
....

f) $(2x+1)(2x-1) =$ ....
....

g) $(x+1)^2 =$ ....
....
....

h) $(x+2)^2 =$ ....
....
....

i) $(1-5z)^2 =$ ....
....
....

Exercice 10. Développements plus complexes ... là on peut discuter !

► ***Prérequis*** *: On rappelle que l'on note $A(-2)$ la valeur prise par l'expression $A(x)$ quand on remplace x par (-2).*

On considère les expressions suivantes :

- $C(x) = (x-2)(1-3x)$.
- $D(x) = (2x+1)^2 - 4x$.
- $E(x) = (2x-3)(1-4x) - (2-x)$.
- $F(x) = (1+x)(2-3x) + 3x^2$.

1. Démontrer à l'aide d'un développement et d'une réduction les égalités suivantes :

1. a. $C(x) = -3x^2 + 7x - 2$.
1. b. $D(x) = 4x^2 + 1$.
1. c. $E(x) = -8x^2 + 15x - 5$.
1. d. $F(x) = 2 - x$.

2. Que pensez-vous de l'affirmation suivante ? :

Affirmation 1

Pour tout nombre x, l'expression $D(x)$ est toujours strictement supérieure à 1.

3. Complément (facultatif)
Démontrer les résultats suivants, d'une part en utilisant la forme développée, d'autre part en utilisant l'expression initiale.

3. a. $C(-1) = -12$ et $C(2) = 0$.
3. b. $D\left(-\dfrac{1}{2}\right) = 2$ et $D(0) = 1$.
3. c. $E(0) = -5$ et $E(2) = -7$.
3. d. $F(-1) = 3$ et $F(0) = 2$.

Partie IV. Un premier Bilan

▷ **Les exercices sont entièrement corrigés en fin du présent TD**.

Exercice 11. Programme de calcul et tableur (c)

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 3 • Calculer le carré du résultat obtenu	• Choisir un nombre • Calculer le carré de ce nombre • Ajouter le triple du nombre de départ • Ajouter 7

1. Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A. Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.

2. Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

B2 ✗ ✔ f_x =(B1-3)^2

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

3. Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.

3. a. Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$.

3. b. Écrire le résultat du programme B.

Exercice 12. Avec scratch (c)

1. Pour chacune des valeurs suivantes saisies au début du programme écrit en langage Scratch, donner la valeur énoncée par le lutin à la fin du programme.

1. a. Pour 5 ;

1. b. Pour $1,5$;

1. c. Pour (-6).

2. En notant x le nombre saisie au début, exprimer le résultat final en fonction de x.

3. Mia affirme que le résultat est $3x + 12$, a-t-elle raison ?

Exercice 13. Avec scratch (c)

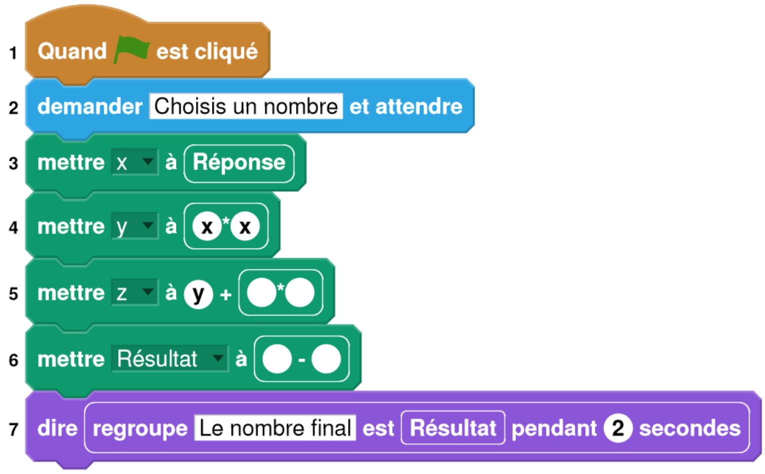
Voici un programme de calcul :

> Choisir un nombre.
> Prendre le carré du nombre de départ.
> Ajouter le triple du nombre de départ.
> Soustraire 10 au résultat.

1. Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 18.

2. Appliquer ce programme de calcul au nombre -3.

3. Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec scratch.



Compléter sur votre copie les lignes 5 et 6 pour que ce script corresponde au programme de calcul.

4. On veut déterminer le nombre à choisir au départ pour obtenir zéro comme résultat.

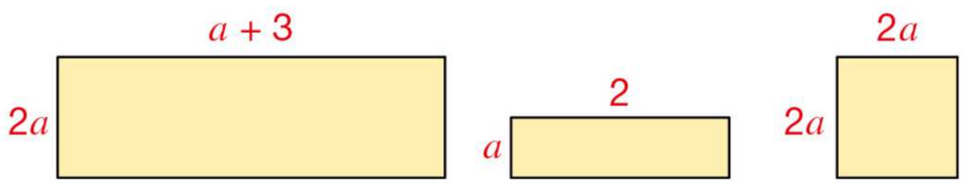
4. a. On appelle x le nombre de départ. Exprimer en fonction de x le résultat final.

4. b. Vérifier que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+5)(x-2)$.

4. c. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ pour obtenir le nombre 0 à l'arrivée ?

Exercice 14. Factoriser pour prouver (c)

Soit a un nombre positif. On considère les trois rectangles suivants (dont un est un carré) :



1. Zaid affirme : « La somme des aires de ces trois polygones est égal à l'aire d'un rectangle dont un côté mesure $2a$ (largeur par exemple). »
Quelle est alors l'autre dimension de ce rectangle (la longueur) ?

2.

2. a. Exprimer en fonction de a la somme S des périmètres de ces trois rectangles (dont 1 est carré).

2. b. Proposer les dimensions d'un rectangle dont le périmètre est égal à S quelle que soit la valeur de a.

Partie V. Correction des exercices

Correction de l'exercice 1 page 1

L'expression $h(t)$ donne la hauteur en mètres, à laquelle se trouve un missile, t secondes après son lancement :

$$h(t) = 300t - 5t^2$$

On admet que la variable t peut prendre des valeurs comprises entre $t = 0$ et $t = 60$.

1. A quelle hauteur se trouve la fusée au décollage ?

Corrigé

Au décollage on a $t = 0$ donc la hauteur au décollage est donnée en mètres par :

$$h(0) = 300 \times 0 - 5 \times 0^2 = 0$$

2. A quelle hauteur se trouve la fusée 3 secondes après son lancement ?

Corrigé

3 secondes après son lancement, la hauteur est donnée en mètres par :

$$\begin{aligned} h(3) &= 300 \times 3 - 5 \times 3^2 \\ &= 900 - 5 \times 9 \\ &= 900 - 45 \\ \boxed{h(3)} & \boxed{= 855} \end{aligned}$$

3. A quelle hauteur se trouve la fusée 1 minute après son lancement ? Interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Corrigé

1 minute soit 60s après son lancement, la hauteur est donnée en mètres par :

$$\begin{aligned} h(60) &= 300 \times 60 - 5 \times 60^2 \\ &= 18\,000 - 5 \times 3\,600 \\ &= 18\,000 - 18\,000 \\ \boxed{h(60)} & \boxed{= 0} \end{aligned}$$

Donc après 1 minute, le missile est retombé au sol.

4. Calculer $h(10)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Corrigé

On a :

$$\begin{aligned} h(10) &= 300 \times 10 - 5 \times 10^2 \\ &= 3\,000 - 5 \times 100 \\ &= 3\,000 - 500 \\ \boxed{h(10)} & \boxed{= 2\,500} \end{aligned}$$

Donc après 10s, le missile est à 2 500 m du sol.

5. Calculer $h(61)$ ... discuter du résultat !

Corrigé

On a :

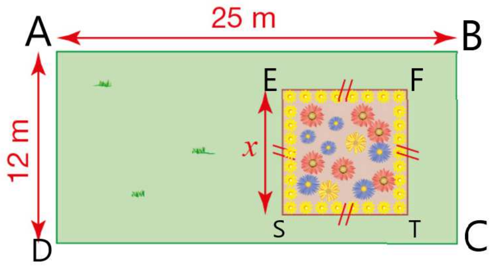
$$\begin{aligned} h(61) &= 300 \times 61 - 5 \times 61^2 \\ &= 18\,300 - 5 \times 3721 \\ &= 18\,300 - 18\,605 \end{aligned}$$

$$\boxed{h(61) = -305}$$

Ce calcul n'a en fait pas de sens dans le cadre de l'exercice car il était précisé que la variable x devait être comprise entre 0 et 60.

Correction de l'exercice 3 page 2

Un jardinier a semé de la pelouse sur un terrain rectangulaire autour d'un massif de fleurs de forme carré. On ne connaît pas la longueur du côté du massif, on note x sa longueur, en mètre. La variable x est donc un nombre positif strictement, ce que l'on peut noter : $x > 0$.



1. On note $A(x)$ l'aire, en m^2, de la pelouse. Exprimer $A(x)$ en fonction de la variable x.

Corrigé

L'aire $A(x)$ correspond à l'aire du rectangle ABCD moins l'aire du massif carré EFTS. On a donc :

$$\begin{aligned} A(x) &= AB \times AD - EF^2 \\ &= 25 \times 12 - x^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{A(x) = 300 - x^2}$$

2. Donner les valeurs possibles prises par la variable x.

Corrigé

Puisque le carré EFTS doit être à l'intérieur du rectangle ABCD, il faut nécessairement que le nombre x soit compris entre 0 et 12

On peut écrire cela en langage mathématiques :

$$\boxed{0 \leqslant x \leqslant 12}$$

3. Calculer l'aire de la pelouse pour $x = 8$.

Corrigé

L'aire de la pelouse quand $x = 8$ est donnée par $A(8)$:

$$A(8) = 300 - 8^2 = 300 - 64 = \underline{236}$$

Donc dans ce cas, l'aire est de $\underline{236\ \text{m}^2}$.

4. Calculer $A(10)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Corrigé

$$A(10) = 300 - 10^2 = 300 - 100 = \underline{200}$$

Cela signifie que l'aire de la pelouse est de 200 m^2 lorsque la côté du massif carré est de 10 m.

5. [Difficile *] Déterminer pour quelle valeur de x, l'aire de la pelouse est de 275 m^2.

Corrigé

On cherche x pour que $A(x) = 275$ or :

$$\begin{aligned} A(x) = 275 \ &\text{équivaut à : } \ 300 - x^2 = 275 \\ &\text{équivaut à : } \ x^2 = 25 \end{aligned}$$

On cherche un nombre qui élevé au carré donne 25.
On a en fait deux solutions possibles qui sont $(+5)$ et (-5) car :

$$5^2 = 5 \times 5 = 25 \quad \text{et} \quad (-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$$

Mais puisque x est un nombre positif compris entre 0 et 12, seule <u>la solution $x = 5$ convient</u>.

Correction de l'exercice 6 page 3 : La simple distributivité ... c'est ma passion !

A compléter sur cette feuille

Développer et réduire :

- **a)** $2(3x + 1) = \underline{6x + 2}$
- **b)** $-(1 - 10b) = \underline{-1 + 10b}$ (ou $10b - 1$)
- **c)** $5(3 + 4c) = \underline{15 + 20c}$ (ou $20c + 15$)
- **d)** $5x(2x + 3) = \underline{10x^2 + 15x}$
- **e)** $5(3 + 4x) = \underline{15 + 20x}$ (ou $20x + 15$)
- **f)** $6(3x - 1) = \underline{18x - 6}$
- **g)** $7x(2 - 3x) = \underline{14x - 21x^2}$ (ou $-21x^2 + 14x$)
- **h)** $x(2x - 1) = \underline{2x^2 - x}$
- **i)** $1 - (5 - 10x) = 1 - 5 + 10x = \underline{10x - 4}$.

Factoriser au maximum :

- **j)** $5x + 5 = 5 \times (x + 1)$
- **k)** $7b + 21 = 7 \times (b + 3)$
- **l)** $2x^2 + x = x \times (2x + 1)$
- **m)** $3x^2 + 3x = 3x \times (x + 1)$
- **n)** $8x - 4 = 4 \times (2x - 1)$
- **o)** $x^2 + x = x(x + 1)$
- **p)** $5 - 15x = 5(1 - 3x)$
- **q)** $2x^2 + 4x = 2x(x + 2)$
- **r)** $-3x^2 + 9x = 3x(-x + 3)$ ou $= -3x(x - 3)$

Correction de l'exercice 7 page 3 : La simple distributivité ... c'est vraiment ma passion !

A compléter sur cette feuille

a) $2\left(3a+\boxed{5}\right)=\boxed{6a}+10$

b) $x\left(3x-\boxed{2}\right)=\boxed{6x^2}-2x$

c) $\boxed{2x}\times(3x-1)=6x^2-2x$

d) $\boxed{-}(-6-8x)=6+8x$

e) $7\left(3x-\boxed{1}\right)=\boxed{21x}-7$

f) $\boxed{2}\times(x-8)=\boxed{2x}-16$

g) $\boxed{5x}\times(2x-5)=10x^2-\boxed{25x}$

h) $\boxed{-}(-3-4b)=4b+3$

Correction de l'exercice 9 page 4 : La double distributivité ... j'adore aussi !

Utilisez la double distributivité pour **développer et réduire** les expressions suivantes :

A compléter sur cette feuille

a) $(x+1)(x+2)=x^2+2x+x+2=\underline{x^2+3x+2}$

b)

$$\begin{aligned}(2x+3)(5+4x)&=10x+8x^2+15+12x\\&=\underline{8x^2+22x+15}\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}(2a+1)(3a+3)&=6a^2+6a+3a+3\\&=\underline{6a^2+9a+3}\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}(7+8b)(5+4b)&=35+28b+40b+32b^2\\&=\underline{32b^2+68b+35}\end{aligned}$$

e) $(1+x)(1-x)=1-x+x-x^2=\underline{1-x^2}$

f)

$$\begin{aligned}(2x+1)(2x-1)&=4x^2-2x+2x-1\\&=\underline{4x^2-1}\end{aligned}$$

g)

$$\begin{aligned}(x+1)^2&=(x+1)(x+1)\\&=x^2+x+x+1\\&=\underline{x^2+2x+1}\end{aligned}$$

h)

$$\begin{aligned}(x+2)^2&=(x+2)(x+2)\\&=x^2+2x+2x+4\\&=\underline{x^2+4x+4}\end{aligned}$$

i)

$$\begin{aligned}(1-5z)^2&=(1-5z)(1-5z)\\&=1-5z-5z+25z^2\\&=\underline{25z^2-10z+1}\end{aligned}$$

Correction de l'exercice 11 page 5 : programme et tableur

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 3 • Calculer le carré du résultat obtenu	• Choisir un nombre • Calculer le carré de ce nombre • Ajouter le triple du nombre de départ • Ajouter 7

1. Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A. Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.

Corrigé

Programme A	
Choix	1
Soustraire 3	$1-3=-2$
Carré du résultat	$(-2)^2=4$

2. Tidjane choisit le nombre -5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?

Corrigé

Programme B	
Choix	-5
Carré	$(-5)^2=25$
Ajouter le triple du nombre de départ	$25+3\times(-5)=25-15=10$
Ajouter 7	$10+7=17$

Tidjane va donc obtenir 17 en partant de (-5) avec le programme B.

3. Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

B2 ✗ ✔ f_x =(B1-3)ˆ2

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

Corrigé

La formule, copiée à droite dans les cellules C3 à H3, saisie dans la cellule B3 est :

$$=B1\wedge 2+3*B1+7 \quad \text{ou} \quad B1*B1+3*B1+7$$

4. Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.

4. a. Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$.

Corrigé

Programme A	
Choix	x
Soustraire 3	$x - 3$
Carré du résultat	$(x-3)^2 = (x-3)(x-3) = x^2 - 3x - 3x + 9 = \underline{x^2 - 6x + 9}$

4. b. Écrire le résultat du programme B.

Corrigé

Programme B	
Choix	x
Carré	x^2
Ajouter le triple du nombre de départ	$x^2 + 3x$
Ajouter 7	$x^2 + 3x + 7$

Correction de l'exercice 12 page 5 : scratch

1. Donner la valeur énoncée par le lutin à la fin du programme.

1. a. Pour 5 ;

Corrigé
En partant de 5 on obtient successivement :

$$5 \longmapsto (5+4) = 9 \longmapsto 9 \times 3 = \underline{27}$$

1. b. Pour $1,5$;

Corrigé
En partant de 1,5 on obtient successivement :

$$1,5 \longmapsto (1,5+4) = 5,5 \longmapsto 5,5 \times 3 = \underline{16,5}$$

1. c. Pour (-6) .

Corrigé

En partant de (-6) on obtient successivement :

$$(-6) \longmapsto (-6)+4=-2 \longmapsto (-2)\times 3 = \underline{-6}$$

2. En notant x le nombre saisie au début, exprimer le résultat final en fonction de x.

Corrigé

En partant de x on obtient successivement :

$$x \longmapsto x+4 \longmapsto (x+4)\times 3 = \underline{3(x+4)}$$

3. Mia affirme que le résultat est $3x+12$, a-t-elle raison ?

Corrigé

En développant l'expression précédente on obtient bien l'expression de Mia , elle a raison :

$$3(x+4)=3x+12$$

Correction de l'exercice 13 page 6

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Prendre le carré du nombre de départ.
- Ajouter le triple du nombre de départ.
- Soustraire 10 au résultat.

1. Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 18.

Corrigé

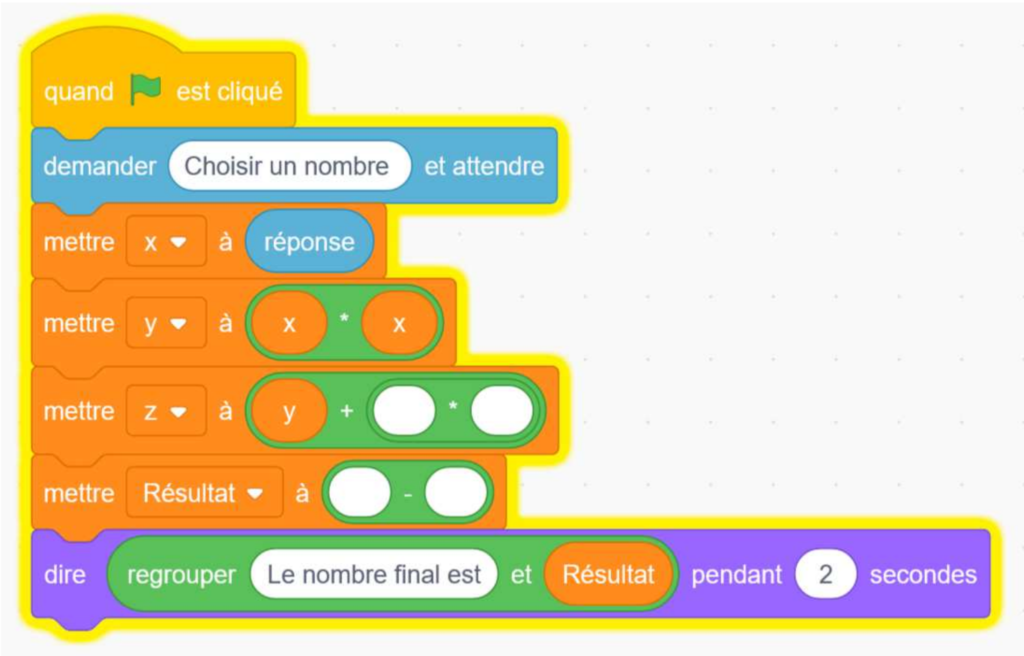
Choisir un nombre	4
Prendre le carré du nombre de départ	$4^2=16$
Ajouter le triple du nombre de départ	$16+3\times 4=16+12=28$
Soustraire 10 au résultat	$28-10=18$

2. Appliquer ce programme de calcul au nombre -3.

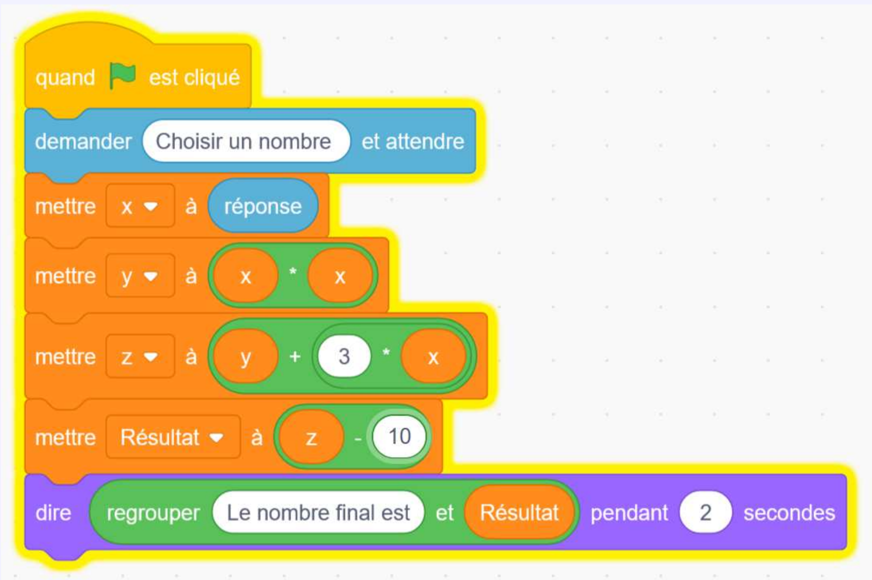
Corrigé

Choisir un nombre	-3
Prendre le carré du nombre de départ	$(-3)^2 = 9$
Ajouter le triple du nombre de départ	$9 + 3 \times (-3) = 9 - 9 = 0$
Soustraire 10 au résultat	$0 - 10 = -10$

3. Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec scratch. Compléter sur l'ANNEXE page 8 les lignes 5 et 6 pour que ce script corresponde au programme de calcul.



Corrigé



4. On veut déterminer le nombre à choisir au départ pour obtenir zéro comme résultat.

4. a. On appelle x le nombre de départ. Exprimer en fonction de x le résultat final.

Corrigé

Choisir un nombre	x
Prendre le carré du nombre de départ	x^2
Ajouter le triple du nombre de départ	x^2+3x
Soustraire 10 au résultat	$x^2+3x-10$

4. b. Vérifier que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+5)(x-2)$.

Corrigé

On a en développant l'expression demandée :

$$(x+5)(x-2) = x^2 - 2x + 5x - 10 = x^2 + 3x - 10$$

On retrouve bien l'expression de la question précédente.

4. c. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ pour obtenir le nombre 0 à l'arrivée ?

Corrigé

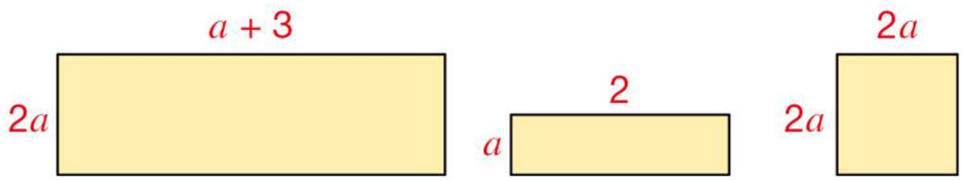
On a une équation produit nul :

$$\begin{aligned}(x+5)(x-2)=0 &\iff \big(x+5=0\big) \text{ ou } \big(x-2=0\big)\\ &\iff \big(x=-5\big) \text{ ou } \big(x=2\big)\end{aligned}$$

On doit choisir au départ les nombres 2 ou (-5) pour obtenir le nombre 0 à l'arrivée.

Correction de l'exercice 14 page 6 : Factoriser pour prouver

Soit a un nombre positif. On considère les trois rectangles suivants (dont un est toujours un carré) :



1. Zaid affirme : « La somme des aires de ces trois polygones est égal à l'aire d'un rectangle dont un côté mesure $2a$ (largeur par exemple). »
Quelle est alors l'autre dimension de ce rectangle (la longueur) ?

Corrigé

- L'aire du premier rectangle est :
$$A_1 = 2a \times (a+3) = 2a^2 + 6a$$
- L'aire du 2e rectangle est :
$$A_2 = a \times 2 = 2a$$
- L'aire du 3e rectangle est :
$$A_3 = 2a \times 2a = 4a^2$$
- La somme des aires des 3 rectangles est après réduction :
$$\begin{aligned} A_1 + A_2 + A_3 &= 2a^2 + 6a + 2a + 4a^2 \\ &= 6a^2 + 8a \end{aligned}$$
On va alors factoriser l'expression par $2a$
$$A_1 + A_2 + A_3 = 2a(3a+4)$$
- Conclusion : l'autre dimension de ce rectangle est donc $(3a+4)$.

2.

2. a. Exprimer en fonction de a la somme S des périmètres de ces trois rectangles.

Corrigé

- Le périmètre du premier rectangle est :
$$S_1 = 2 \times (2a + a + 3) = 6a + 6$$
- Le périmètre du 2e rectangle est :
$$S_2 = 2 \times (a+2) = 2a + 4$$
- Le périmètre du 3e rectangle est :
$$S_3 = 4 \times (2a) = 8a$$
- La somme des périmètres des 3 rectangles est après réduction :
$$\begin{aligned} S_1 + S_2 + S_3 &= 6a + 6 + 2a + 4 + 8a \\ &= \underline{16a + 10} \end{aligned}$$

2. b. Proposer les dimensions d'un rectangle dont le périmètre est égal à S quelle que soit la valeur de a.

Corrigé

On cherche les dimensions d'un rectangle de périmètre $16a + 10$, on a par exemple :

- 5 et $8a$ car
$$P = 2 \times (5 + 8a) = \underline{10 + 16a}$$
- $(5 + 2a)$ et $6a$ car
$$P = 2 \times (5 + 2a + 6a) = \underline{10 + 16a}$$
- $(5 + 4a)$ et $4a$ car
$$P = 2 \times (5 + 4a + 4a) = \underline{10 + 16a}$$