



Math93.com

# TD 2 - Quatrième

## Calcul littéral (Partie 2)

### et Factorisation (version à compléter)

Les exercices suivants dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont corrigés intégralement en fin du présent TD.

## Partie I. Factorisations : comme dans le cours

### Exercice 1. Comme dans le cours : Factorisation de type 1 classique

$$A \times B + A \times C = A \times (B + C)$$

#### 1.1 Comme en 5<sup>e</sup>

$$W(x) = 2x^2 + 8x$$

$$W(x) = \boxed{2x \times x} + \boxed{2x \times 4}$$

$$W(x) = \boxed{2x \times (x + 4)}$$

$$M(x) = 15x^2 + 30x$$

$$M(x) = \dots\dots\dots$$

$$M(x) = \dots\dots\dots$$

Donnez directement les factorisations des expressions suivantes :

- $G(x) = 4x + 12 = \dots\dots\dots$
- $H(x) = 3x^2 + 6x = \dots\dots\dots$
- $I(x) = x^2 + x = \dots\dots\dots$
- $J(x) = -5x + 5 = \dots\dots\dots$

#### 1.2 Plus délicat

$$A(x) = (x + 1)(5 - 3x) - 2(x + 1)(1 - 7x)$$

$$A(x) = \boxed{(x + 1) \times (5 - 3x)} - \boxed{(x + 1) \times 2(1 - 7x)}$$

$$A(x) = \underline{(x + 1)} \times \left[ (5 - 3x) - 2(1 - 7x) \right]$$

$$A(x) = \underline{(x + 1)} \times [5 - 3x - 2 + 14x]$$

$$A(x) = \boxed{(x + 1) \times (11x + 3)}$$

$$B(x) = (5x + 1)(2x + 7) - 3(3 - x)(5x + 1)$$

$$B(x) = \dots\dots\dots$$

$$B(x) = \dots\dots\dots$$

$$B(x) = \dots\dots\dots$$

$$B(x) = \dots\dots\dots$$

### Exercice 2. Exemples : Factorisation de type 1 - Variante 1

L'idée ici est de faire apparaître la multiplication dans un des termes :

$$A \times B - A = \underline{A} \times B - \underline{A} \times 1$$

$$C(x) = (x + 1)(2 - 3x) - (x + 1)$$

$$C(x) = \boxed{(x + 1) \times (2 - 3x)} - \boxed{(x + 1) \times 1}$$

$$C(x) = \underline{(x + 1)} \times [(2 - 3x) - 1]$$

$$C(x) = \underline{(x + 1)} \times [2 - 3x - 1]$$

$$C(x) = \boxed{(x + 1) \times (-3x + 1)}$$

$$D(x) = (2x + 1) - (1 - 4x)(2x + 1)$$

$$D(x) = \dots\dots\dots$$

$$D(x) = \dots\dots\dots$$

$$D(x) = \dots\dots\dots$$

$$D(x) = \dots\dots\dots$$

**Exercice 3. Exemples : Factorisation de type 1 - Variante 2**

L'idée ici est de faire apparaître la multiplication dans un des termes à partir du carré :

$$A \times B - A^2 = \underline{A} \times B - \underline{A} \times A$$

$$E(x) = 3(x+1)(2-3x) - (x+1)^2$$

$$E(x) = \boxed{(x+1) \times 3(2-3x)} - \boxed{(x+1) \times (x+1)}$$

$$E(x) = \underline{(x+1)} \times [3(2-3x) - (x+1)]$$

$$E(x) = \underline{(x+1)} \times [6 - 9x - x - 1]$$

$$\boxed{E(x) = \underline{(x+1)} \times (-10x+5)}$$

On pourrait même ici encore factoriser puisque

$$(-10x+5) = 5(-2x+1)$$

donc

$$E(x) = (x+1) \times 5(-2x+1)$$

ou

$$\boxed{E(x) = 5(x+1)(-2x+1)}$$

$$F(x) = (2x-5)^2 - 2(2x-5)(x-1)$$

$$F(x) = \dots\dots\dots$$

$$F(x) = \dots\dots\dots$$

$$F(x) = \dots\dots\dots$$

$$F(x) = \dots\dots\dots$$

## Partie II. La factorisation ... c'est ma passion !

### Exercice 4. Un peu de gammes

---

Factoriser les expressions suivantes :

- $K(x) = (x + 1)(2 - x) - (x + 1)$ .

- $L(x) = (x + 1)(2 - x) - (x + 1)^2$ .

- $M(x) = x(2 - x) - (2 - x)(2 - 3x)$ .

- $N(x) = (x + 1)(1 - 2x) - 2(x + 1)(2 - 3x)$ .



### Réponses



- $K(x) = (x + 1)(1 - x)$ .

- $L(x) = (x + 1)(1 - 2x)$ .

- $M(x) = (2 - x)(4x - 2)$ .

- $N(x) = (x + 1)(4x - 3)$ .

### Exercice 5. Avec une expression (c)

---

On considère l'expression :

$$A(x) = (2x + 1)(1 - 3x) - 2(2x + 1)$$

1. Développer et réduire  $A(x)$ .
2. Factoriser  $A(x)$ .
3. Calculer  $A(-1)$ ,  
c'est à dire  $A(x)$  en remplaçant  $x$  par  $-1$ .

## Partie III. Un Bilan

### Exercice 6. Choisir une forme adaptée 1 (c)

---

On considère l'expression

$$A(x) = (x + 1)(2 - x) - 2(x + 1)(2x + 3)$$

1. Montrer en développant l'expression ci-dessus que :

$$A(x) = -5x^2 - 9x - 4$$

2. En factorisant l'expression initiale, montrer que :

$$A(x) = (x + 1)(-5x - 4)$$

*Pour la suite, vous pourrez utiliser la forme de  $A(x)$  la plus adaptée.*

3. Calculer  $A(2)$ , c'est à dire  $A(x)$  en remplaçant  $x$  par 2.

4. Calculer  $A(-1)$  et  $A(0)$ .

### Exercice 7. Choisir une forme adaptée 2 (c)

---

On considère l'expression

$$A(x) = (2x + 3)^2 - (2x + 3)(1 - 4x)$$

1. Montrer que  $A(x) = 12x^2 + 22x + 6$ .
2. En factorisant, montrer que  $A(x) = (2x + 3)(6x + 2)$ .

*Pour la suite, vous pourrez utiliser la forme de  $A(x)$  la plus adaptée.*

3. Calculer  $A(2)$ , c'est à dire  $A(x)$  en remplaçant  $x$  par 2.

### Exercice 8. Kwyk

---

Effectuez le TD de validation des compétences sur Kwyk.

Si vous obtenez plus de 16/20 vous pouvez passer à la suite, sinon il faut refaire les premiers exercices ainsi que ceux du cours.

### Exercice 9. Avec une factorisation intermédiaire (c)

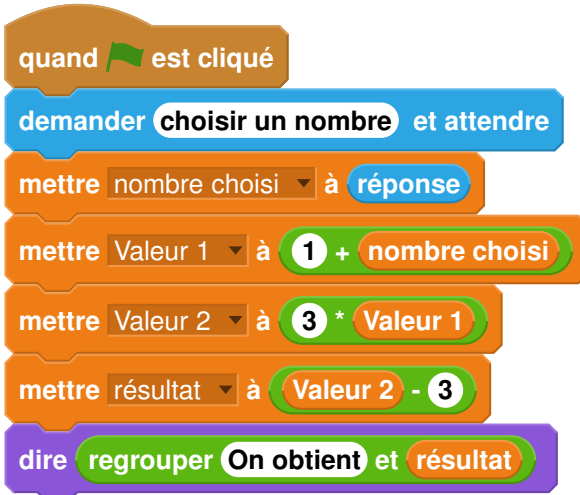

---

On considère l'expression :  $B(x) = 5x + 10 - (x + 2)^2$ .

- |   |   |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"><li>1. Factoriser <math>5x + 10</math>.</li><li>2. En déduire une factorisation de <math>B(x)</math>.</li></ol> | <ol style="list-style-type: none"><li>3. Développer <math>B(x)</math>.</li><li>4. Calculer <math>B(-1)</math>,<br/>c'est à dire <math>B(x)</math> en remplaçant <math>x</math> par <math>-1</math>.</li></ol> |
|---|---|

### Exercice 10. Un peu de Scratch (c)

Un professeur propose à ses élèves deux programmes de calculs réalisés avec un logiciel de programmation.

Programme A	Programme B
	

1.
  1. a. Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ alors le **programme A** affiche « On obtient 3 ».
  1. b. Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ alors le **programme B** affiche « On obtient -15 ».
2. Avec le programme A
  2. a. Soit  $x$  le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme A ?  
Montrer que l'on obtient le triple du nombre de départ.
  2. b. Ferris affirme que si le nombre de départ est un entier naturel pair, alors on obtiendra toujours un multiple de 6. Qu'en pensez-vous ? Justifier votre réponse.
3. Avec le programme B  
Soit  $x$  le nombre de départ, montrer que l'expression littérale obtenue à la fin de l'exécution du programme B est :

$$x^2 - 2x - 15$$

**Exercice 11. Dans un triangle rectangle (c)**

---

Soit  $ABC$  un triangle rectangle en  $A$ . On désigne par  $x$  un nombre positif et on a :

$$BC = x + 10 ; AB = x + 3$$

1. Prouver que :

$$AC^2 = 14x + 91$$

2. Si  $x = 7,5$ , calculer l'aire du triangle rectangle  $ABC$ . On suppose les mesures données en cm.

## Exercice 12. Programme, tableur (c)

---

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 5
- Ajouter 10
- Multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre  $-1$ , ce programme donne 10 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme  $x$  le nombre choisi au départ.

3. Montrer que l'expression :

$$A = 2(5x + 10)$$

donne le résultat du programme précédent pour un nombre  $x$  donné.

4. Lina souhaite regrouper le résultat du programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule a-t-elle saisie dans la cellule B2 puis copiée ensuite à droite dans les cellules C2 à H2 ?

B2								
✕ ✓ $f_x$ =?								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme	-10	0	10	20	30	40	50

5. Si on choisit  $x$  comme nombre de départ, le résultat d'un autre programme de calcul B donne :

$$B = (2x - 3)^2 - (4x^2 - 22x - 11)$$

Prouver que les expressions  $A$  et  $B$  sont égales pour toutes les valeurs de  $x$  et donc que les deux programmes donnent toujours les mêmes résultats.

6. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

**Affirmation 1**

Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de  $x$ .

**Affirmation 2**

Si le nombre  $x$  choisi est un nombre entier naturel, le résultat obtenu est un multiple de 10.

### Exercice 13. Programme de calcul et tableur (c)

<p>Programme A</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir un nombre</li> <li>• Soustraire 3</li> <li>• Calculer le carré du résultat obtenu</li> </ul>	<p>Programme B</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir un nombre</li> <li>• Calculer le carré de ce nombre</li> <li>• Ajouter le triple du nombre de départ</li> <li>• Ajouter 7</li> </ul>
--	--

1. Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A. Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.
2. Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

<div style="border: 1px solid gray; padding: 2px;"> <span style="border: 1px solid gray; padding: 2px;">B2</span> <span style="margin-left: 10px;">✕ ✓ <math>f_x</math></span> <span style="border: 1px solid gray; padding: 2px;">=(B1-3)^2</span> </div>								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

3. Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle  $x$  le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de  $x$ .
  3. a. Montrer que le résultat du programme A en fonction de  $x$  peut s'écrire sous forme développée et réduite :  $x^2 - 6x + 9$ .
  3. b. Écrire le résultat du programme B.

### Exercice 14. Avec scratch 1(c)

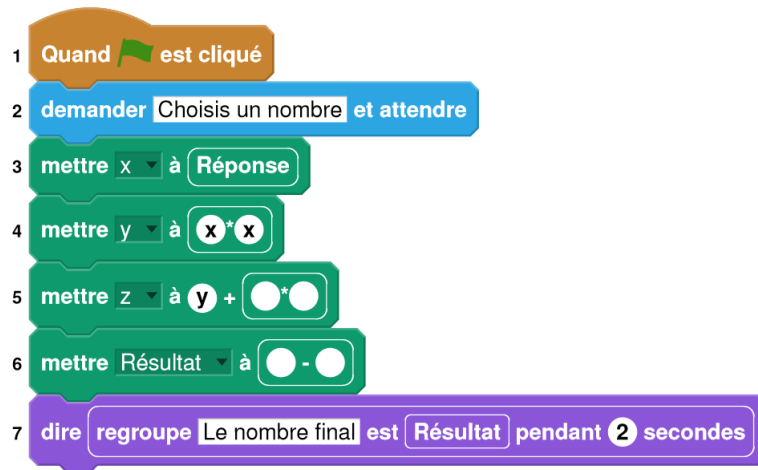
---

Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre.  
Prendre le carré du nombre de départ.  
Ajouter le triple du nombre de départ.  
Soustraire 10 au résultat.

1. Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 18.
2. Appliquer ce programme de calcul au nombre  $-3$ .

3. Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec scratch.



Compléter sur votre copie les lignes 5 et 6 pour que ce script corresponde au programme de calcul.

4. On veut déterminer le nombre à choisir au départ pour obtenir zéro comme résultat.
  4. a. On appelle  $x$  le nombre de départ. Exprimer en fonction de  $x$  le résultat final.
  4. b. Vérifier que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme  $(x + 5)(x - 2)$ .
  4. c. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ pour obtenir le nombre 0 à l'arrivée ?

## Exercice 15. Programme de calcul et des affirmations (c)

---

On considère le programme de calcul suivant :

### Programme 1

- Choisir un nombre entier positif.
- Ajouter 1.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Enlever le carré du nombre de départ.
- Écrire le résultat.

1. On applique ce programme de calcul au nombre 3. Montrer qu'on obtient 7.
2. Voici deux affirmations :

### Affirmation 3

« Le chiffre des unités du résultat obtenu est 7 ».

### Affirmation 4

« Chaque résultat peut s'obtenir en ajoutant le nombre entier de départ et le nombre entier qui le suit ».

2. a. Vérifier que ces deux affirmations sont vraies pour les nombres 8 et 13.
2. b. Pour chacune de ces deux affirmations, expliquer si elle est vraie ou fausse quel que soit le nombre choisi au départ.

## Partie IV. Correction des exercices

Pour avoir les corrigés, rdv sur la page [www.math93.com](http://www.math93.com)