Math93.com

TD 2 - 4e
Relatifs : Opérations

Les exercices suivants dont l'intitulé est suivi du symbole (c) sont corrigés intégralement en fin du présent TD.
L'objectif de ce chapitre est de valider les compétences suivantes :

- C_1 : Calculer la somme, la différence, et le produit de nombres relatifs ;
- C_2 : Déterminer une valeur exacte ou approchée du quotient de deux nombres relatifs ;
- C_3 : Écrire des programmes de calculs portant sur des sommes ou des produits de relatifs ;
- C_4 : Organiser des programmes de calculs portant sur des sommes ou des produits de relatifs ;
- C_5 : Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant des valeurs numériques à des lettres.

Exercice 1. Vrai ou faux ?

Justifiez vos réponses en citant une propriété du cours pour montrer que l'affirmation est vraie, ou en donnant un contre-exemple pour montrer qu'elle est fausse.

1. Si deux nombres sont négatifs, alors leur somme est positive.

2. Si deux nombres sont négatifs, alors leur produit est positif.

3. Si deux nombres sont négatifs (non nuls), alors leur quotient est positif.

4. Si deux nombres ne sont pas de même signe, alors leur somme est toujours négative.

5. Le carrée d'un nombre relatif est toujours positif.

6. Le produit de 2019 nombres négatifs est positif.

7. L'opposé d'un entier relatif est toujours négatif.

Exercice 2. Effectuer les calculs suivants (c)

1. $A = -2 \times (2-5) - 10$

2. $B = -2 \times [(2-5) \times 3 - 10]$

3. $C = -2 \times (2-5) - 10 \times (-3)$

4. $D = 3,14 \times 2,5 \times (-50) \times 4 \times (-2)$

5. $E = -0,2 \times (2-12) \div 10$

6. $F = 1-2+3-4+5-6+7-8$

Réponses

$A = -4$; $B = 38$; $C = 36$; $D = 3\,140$; $E = 0,2$; $F = -4$.

Exercice 3. Effectuer les calculs suivants (c)

1. $G = \dfrac{2-3\times 4}{10-2\times 4}$

2. $H = \dfrac{(2-3)\times 4}{(8-10)\times 2}$

3. $I = \dfrac{1-2\times 5}{3\times(-4)+3}$

4. $J = \dfrac{150 \div (2\times 7-4)}{8-15+2}$

5. $K = \dfrac{(2-5)^2}{(5-2)\times(-2)}$

6. $L = \dfrac{-3}{2K}$

Réponses

$G = -5$; $H = 1$; $I = 1$; $J = -3$; $K = -\dfrac{3}{2} = -1,5$; $L = 1$

Exercice 4. Programme de calcul (c)

On considère le programme de calcul suivant :

Programme de calcul

- **Étape 1** : Choisir un nombre ;
- **Étape 2** : le multiplier par (-2) ;
- **Étape 3** : soustraire 10 au résultat obtenu ;
- **Étape 4** : multiplier le résultat par (-3) ;
- **Étape 5** : ajouter le nombre choisi au départ au résultat.

1. Montrer qu'en choisissant le nombre 2 au départ, on obtient 44.

2. Montrer qu'en choisissant le nombre -3 au départ, on obtient 9.

3. Montrer qu'en choisissant le nombre 0 au départ, on obtient 30.

4. Montrer qu'en choisissant le nombre -5 au départ, on obtient -5.

5. Et si l'on choisissait x comme nombre de départ, qu'elle expression obtiendrait-on à l'issue de la dernière étape ?

Exercice 5. Expression littérale

On considère l'expression littérale définie par :

$$f(x) = 3x^2 - 5x - 2$$

1. Pour $x = -1$, montrer que la valeur de l'expression, notée $f(-1)$, est $f(-1) = 6$;

2. Pour $x = 2$, montrer que la valeur de l'expression, notée $f(2)$, est $f(2) = 0$;

3. Vérifier les résultats suivants :

x	-3	-2	0	1	3
$f(x)$	40	20	-2	-4	10

Exercice 6. Expression littérale

On considère l'expression littérale définie par :

$$g(x) = 2x - (1 + x)(1 - x)$$

Vérifier les résultats suivants :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$	2	-1	-2	-1	2	7	14

Exercice 7. Équations

Résoudre les équations suivantes :

1. $2x = -10$

2. $3y = -21$

3. $-7z = 14$

4. $1 - 4x = 17$

5. $2 - 10x = 102$

6. $-1 - x = 0$

Exercice 8. Dans un repère du plan

On considère un repère orthogonal du plan d'origine O tel que la graduation soit identique sur les deux axes.
On désigne par x_A et x_B les abscisses de deux points A et B et par y_A et y_B leurs ordonnées. Les points A et B sont donc de coordonnées dans ce repère $A\,(x_A\,;\ y_A)$ et $B\,(x_B\,;\ y_B)$.

1. On se place dans le repère.

1. a. Placer les points $A\,(2\,;\ 6)$ et $B\,(-9\,;\ -3)$.

1. b. Calculer l'expression $x_Ax_B + y_Ay_B$.

1. c. Tracer les droites (OA) et (OB).

1. d. Quelle semble être la position de ces droites ?

2. Reprendre la question **1.** dans chacun des cas suivants :

2. a. $A\,(-2{,}5\,;\ -4)$ et $B\,(-8\,;\ 5)$.

2. b. $A\,(-7\,;\ 3{,}5)$ et $B\,(2\,;\ 4)$.

2. c. $A\,(1{,}5\,;\ -2)$ et $B\,(-5\,;\ -4)$.

2. d. $A\,(-1\,;\ 3)$ et $B\,(-3\,;\ 1)$.

3. Quelle conjecture peut-on émettre pour relier la position des droites (OA) et (OB) et la valeur de l'expression $x_Ax_B + y_Ay_B$?

> **Remarque**
> En mathématiques, une **conjecture** est une assertion pour laquelle on ne connaît pas encore de démonstration, mais que l'on croit fortement être vraie.
> Pour la valider, il faut en faire la démonstration générale, et pour l'invalider, il suffit de trouver un contre-exemple.

Fin du TD

Correction des exercices

Correction de l'exercice 2 page 1

Méthode

Pour effectuer une suite de calculs, on procède classiquement en effectuant d'abord les calculs prioritaires (parenthèses, multiplications et divisions) puis de la gauche vers la droite.
On commence toujours par les parenthèses (ou crochets) les plus à l'intérieur.

1.

$$A = -2 \times \underbrace{(2-5)} - 10$$
$$A = \underbrace{-2 \times (-3)} - 10$$
$$A = \quad 6 \quad - 10$$
$$\boxed{A = -4}$$

2.

$$B = -2 \times \left[\underbrace{(2-5)} \times 3 - 10\right]$$
$$B = -2 \times \left[\underbrace{(-3) \times 3} - 10\right]$$
$$B = -2 \times \underbrace{[\quad -9 \quad - 10]}$$
$$B = -2 \times [-19]$$
$$\boxed{B = 38}$$

3.

$$C = -2 \times \underbrace{(2-5)} \underbrace{-10 \times (-3)}$$
$$C = \underbrace{-2 \times (-3)} \quad +30$$
$$C = \quad 6 \quad + 30$$
$$\boxed{C = 36}$$

4.

$$D = 3,14 \times 2,5 \times (-50) \times 4 \times (-2)$$

Une astuce est de modifier l'ordre des facteurs du produit

$$D = 3,14 \times \underbrace{2,5 \times 4}_{10} \times \underbrace{(-2) \times (-50)}_{100}$$
$$D = 3,14 \times 10 \times 100$$
$$\boxed{D = 3\,140}$$

5.

$$E = -0,2 \times \underbrace{(2-12)} \div 10$$
$$E = \underbrace{-0,2 \times (-10)} \quad \div 10$$
$$E = \quad 2 \quad \div 10$$
$$\boxed{E = 0,2}$$

6.

$$F = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8$$

On peut faire les calculs de la gauche vers la droite ou astucieusement assembler les termes 2 à 2

$$F = (1-2) + (3-4) + (5-6) + (7-8)$$
$$F = (-1) + (-1) + (-1) + (-1)$$
$$\boxed{F = -4}$$

Correction de l'exercice 3 page 1

Méthode

Pour effectuer une suite de calculs sous forme de fraction, on calcule en même temps le numérateur, et le numérateur en procédant comme dans l'exercice 2, c'est à dire en respectant les priorité opératoires.

1.

$$G = \frac{2 - 3 \times 4}{10 - 2 \times 4}$$
$$G = \frac{2 - 12}{10 - 8}$$
$$G = \frac{-10}{2}$$
$$\boxed{G = -5}$$

2.

$$H = \frac{(2 - 3) \times 4}{(8 - 10) \times 2}$$
$$H = \frac{(-1) \times 4}{(-2) \times 2}$$
$$H = \frac{-4}{-4}$$
$$\boxed{H = 1}$$

3.

$$I = \frac{1 - 2 \times 5}{3 \times (-4) + 3}$$
$$I = \frac{1 - 10}{-12 + 3}$$
$$I = \frac{-9}{-9}$$
$$\boxed{I = 1}$$

4.

$$J = \frac{150 \div (2 \times 7 - 4)}{8 - 15 + 2}$$
$$J = \frac{150 \div (14 - 4)}{-5}$$
$$J = \frac{150 \div (10)}{-5}$$
$$J = \frac{15}{-5}$$
$$\boxed{J = -3}$$

5.

$$K = \frac{(2 - 5)^2}{(5 - 2) \times (-2)}$$
$$K = \frac{(-3)^2}{(3) \times (-2)}$$
$$K = \frac{9}{-6} = -\frac{3}{2}$$
$$\boxed{K = -1,5}$$

6.

$$L = \frac{-3}{2K}$$
$$L = \frac{-3}{2 \times (-1,5)}$$
$$L = \frac{-3}{-3}$$
$$\boxed{L = 1}$$

Correction de l'exercice 4 page 2

Programme de calcul

- **Étape 1** : Choisir un nombre ;
- **Étape 2** : le multiplier par (-2) ;
- **Étape 3** : soustraire 10 au résultat obtenu ;
- **Étape 4** : multiplier le résultat par (-3) ;
- **Étape 5** : ajouter le nombre choisi au départ au résultat.

1. Montrer qu'en choisissant le nombre 2 au départ, on obtient 44.

Preuve

Étape 1	:	Choisir un nombre	2
Étape 2	:	le multiplier par (-2)	$2 \times (-2) = -4$
Étape 3	:	soustraire 10 au résultat obtenu	$-4 - 10 = -14$
Étape 4	:	multiplier le résultat par (-3)	$-14 \times (-3) = 42$
Étape 5	:	ajouter le nombre choisi au départ au résultat	$42 + 2 = 44$

On peut aussi présenter le résultat ainsi :

$$\boxed{2} \longmapsto 2 \times (-2) = -4 \longmapsto -4 - 10 = -14 \longmapsto -14 \times (-3) = 42 \longmapsto 42 + 2 = \boxed{44}$$

2. Montrer qu'en choisissant le nombre -3 au départ, on obtient 9.

Preuve

Étape 1	:	Choisir un nombre	-3
Étape 2	:	le multiplier par (-2)	$-3 \times (-2) = 6$
Étape 3	:	soustraire 10 au résultat obtenu	$6 - 10 = -4$
Étape 4	:	multiplier le résultat par (-3)	$-4 \times (-3) = 12$
Étape 5	:	ajouter le nombre choisi au départ au résultat	$12 - 3 = 9$

3. Montrer qu'en choisissant le nombre 0 au départ, on obtient 30.

Preuve

Étape 1	:	Choisir un nombre	0
Étape 2	:	le multiplier par (-2)	$0 \times (-2) = 0$
Étape 3	:	soustraire 10 au résultat obtenu	$0 - 10 = -10$
Étape 4	:	multiplier le résultat par (-3)	$-10 \times (-3) = 30$
Étape 5	:	ajouter le nombre choisi au départ au résultat	$30 + 0 = 30$

4. Montrer qu'en choisissant le nombre -5 au départ, on obtient -5.

Preuve

Étape 1	:	Choisir un nombre	-5
Étape 2	:	le multiplier par (-2)	$-5 \times (-2) = 10$
Étape 3	:	soustraire 10 au résultat obtenu	$10 - 10 = 0$
Étape 4	:	multiplier le résultat par (-3)	$0 \times (-3) = 0$
Étape 5	:	ajouter le nombre choisi au départ au résultat	$0 - 5 = -5$

5. Et si l'on choisissait x comme nombre de départ, qu'elle expression obtiendrait-on à l'issue de la dernière étape ?

Preuve

Étape 1	:	Choisir un nombre	x
Étape 2	:	le multiplier par (-2)	$x \times (-2) = -2x$
Étape 3	:	soustraire 10 au résultat obtenu	$-2x - 10$
Étape 4	:	multiplier le résultat par (-3)	$(-2x - 10) \times (-3) = 6x + 30$
Étape 5	:	ajouter le nombre choisi au départ au résultat	$6x + 30 + x = 7x + 30$